■ 論　文

政策金利の下方制約と開放マクロ経済：再考

岡 田　義 昭

目　　次

要　旨

本稿において，主要国のゼロ金利政策が最終段階に入ったいま，ニューケインジアン・タイプの準対数線形動学的開放マクロ経済モデルを構築し，その枠組みのもとでグローバル経済における政策金利の下方制約に関する動学的メカニズムを再検討した。すなわち，負の構造ショックが体系に及ぶ場合，その波及・伝播に関し確定的ないしは確率的な３類型のプロセスを想定することにより，それぞれの構造ショック過程に応じてゼロ金利政策が経済に及ぼすメカニズムや政策金利の下方制約に関する政策的意義・特質・有効性を検証した。

キーワード

準対数線形動学的開放マクロ経済モデル，ゼロ金利制約，２状態・N状態マルコフ構造ショック，金融政策反応式・目標式，不確実性の非中立性

採択日：2022年６月

Ⅰ　はじめに

1990年代初頭，日本経済は資産価格・土地価格バブルが破裂した。その後遺症から，それ以降，長期に亘り深刻な景気低迷とデフレーションが続いた。その間，政府・日本銀行は，これらデフレ不況に対し，積極的な財政政策と政策金利の引き下げで対応した。1999年２月には「ゼロ金利政策」を採用し，さらに2001年３月には「量的緩和政策」を導入して潤沢な流動性を2006年３月まで供給し続けた。かくして，政策金利のコントロールという伝統的な金融政策とともに，政策効果を一層高めるべく，量的緩和＝非伝統的金融政策の導入が図られた。

その後，2000年代後半から2010年代初めにかけ，米国サブプライム・ローン市場の混乱に端を発した世界的規模での信用収縮・金融システム危機・経済不況のトリプル・ダメージが深刻さを増幅させた。欧州では通貨財政危機が経済を一段と悪化させた。そこで，各国政府・中央銀行は，様々な手段を用いて大量の資金供給を行い，金融市場における流動性不足に対応した。また，金融システムの毀損が経済活動に大きな悪影響を及ぼすとの認識を踏まえ，国債を初めとする多種多様な債券の大規模購入（i.e. 信用緩和）など，非伝統的な金融政策が幅広く採用された。

一般に中央銀行による金融政策の主たる政策目的は，最後の貸し手（LLR）として流動性を提供しつつ金融システムの混乱を回避させ，加えて物価と景気の安定化を図るところにあることから[1)]，通常，景気が過熱しインフレが昂進すると，政策金利の引き上げ等，金融引き締め策を講ずる。他方，景気が低迷しデフレ現象が顕著となると，政策金利を引き下げて金融緩和策に転ずる。ところで，2000年代から2010年代の日本経済は，リーマン・ショックや欧州通貨財政危機，東日本大震災，消費税増税による買い控え，新型コロナウイルス感染拡大などからマイナス成長やデフレーションにしばしば陥った。したがって，政策金利が景気や物価の動向と“整合的”であるならば，こうした経済環境から政策金利のコールレートもマイナスの水準まで大幅に引き下げられるべきであったろう。しかしながら，金利が本来もっている「非負性」の特質・固有性に阻まれてゼロ近辺に留まった。かくして，政策金利のこうした下方制約がグローバルな経済にいかなる影響を及ぼし，各主要経済変数の動学経路にどのようなメカニズムでどのような偏倚をもたらすかという点を検証し明確にしておくことは，今後とも中央銀行の金融政策の有効性とその限界を論ずる際に極めて重要な課題と言えよう。

そこで本稿において，ニューケインジアン・タイプの動学的開放マクロ経済モデルの一類型を構築し，その枠組みのもとでグローバル経済におけるゼロ金利政策の動学的メカニズムを検討することにより，政策金利の下方制約の意義ならびに政策効果を明らかにする。

以下第Ⅱ章「予備的考察」において，第Ⅲ章以下の議論に先立ち，中央銀行による金融政策の行動原理を一定程度説明するテイラー・ルールを日本経済に適用し，政策金利＝コールレートに下方制約が無かった場合の理論値（i.e. シャドーレート）を求めて実際値と比較考量し，ゼ

ロ金利の政策的含意を予め把握しておく。加えて本稿が依拠した先行研究・関連文献に関しても若干サーベイしておく。第Ⅲ章「理論モデル」では，分析のフレームワークとして，ニューケインジアン・タイプの準対数線形動学的開放マクロ経済モデル（the new Keynesian semi-loglinearized dynamic open economy macroeconomic model）を構築する。続く第Ⅳ章「政策効果分析」では，前章までに検討した開放マクロ経済モデルを用い，反事実的・仮想的（counter factual）な前提条件の下で思考実験を行って政策金利の下方制約の意味合いや動学プロセス，政策効果を検証する。最後に第Ⅴ章「結び」において，本稿で構築された分析枠組みのもと，ゼロ金利政策が経済に及ぼすメカニズムや，政策金利の下方制約に関する政策的意義・特質・有効性を纏める。

Ⅱ　予備的考察

本章において，第Ⅲ章以下の議論に先立ち，中央銀行による金融政策の行動原理を一定程度説明する金融政策ルール＝テイラー・ルールを日本経済に適用し，ゼロ金利政策の現実的インプリケーションを予め把握しておく。加えて本稿関連分野の先行研究・文献に関しても若干サーベイしておく。

1　金融政策

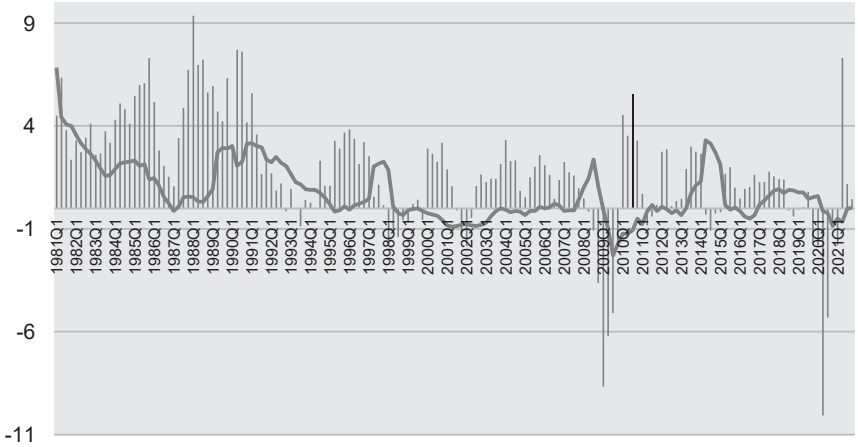
a　テイラー・ルール

中央銀行による金融政策の主たる政策理念は，前章で見たごとく，一義的には金融システムの混乱を回避させ物価と景気を安定化させるところにある。したがって，景気が過熱しインフレが昂進すると，政策金利の引き上げ等，金融引き締め策を講ずる。他方，景気が低迷しデフレ現象が顕著となると，政策金利を引き下げて金融緩和策に転ずる。また，金融システムの混乱・毀損には多くの中央銀行によってこれまでにも広範囲の策が講じられた。

日本経済は，1970年代における２度の石油危機＝狂乱物価を経て，1980年代に入ると比較的安定した経済状態を達成した。したがって，当時の政策金利である公定歩合は一桁で推移し，短期市場金利（e.g. コールレート等）も追随した。ところが，1990年代初めに資産価格バブル・土地価格バブルが破裂すると，それ以降日本経済は長期に亘るデフレ不況に陥った。1995年に金利の自由化とともに公定歩合に代わり政策金利の役を担うこととなったコールレート（銀行間無担保・翌日物金利）は引き下げられ，1999年２月にはほぼゼロ水準に達した。いわゆる「ゼロ金利政策」の採用である[1)]。

ところで，第１図に見るごとく，2000年代から2010年代の日本経済は，リーマン・ショックや欧州通貨財政危機，東日本大震災，消費税増税による買い控え，新型コロナウイルス感染拡大などからマイナス成長やデフレーションをしばしば経験した。政策金利が景気や物価の動向

第１図　物価と成長率（四半期）



備考　棒線：実質ＧＤＰ成長率
　　折れ線：消費者物価上昇率
　　単位：パーセント
資料　日本銀行

と“整合的”であるならば，こうした経済環境から政策金利のコールレートもマイナスの水準まで引き下げられるべきであったろう。しかしながら，金利が本来有する「非負性」の性質から大幅なマイナス水準とはならなかった。

一般に，中央銀行の政策行動原理を表現するものとして「テイラー・ルール」という政策反応式の考え方がある。テイラー・ルールとは米国の経済学者 J.B. Taylor が1993年に提唱した金融政策ルールで[2)]，「政策金利＝均衡実質金利＋目標インフレ率＋1.5×（インフレ率－目標インフレ率）＋0.5×需給ギャップ」なる式によって表現される。すなわち，足許のインフレ率や実体経済の強さが望ましい水準からどの程度乖離しているかに応じて，政策金利を景気中立的な水準からどの程度高くしたり低くしたりするかを示しているものと解される。こうした政策ルールはテイラーの元々の主張を見る限り必ずしも規範的（normative）な政策の理論的根拠を持つものではないし，現実の政策が必ずしもこうした考えのみに従って機械的に運営されるものでもないであろう。しかしながら，テイラー・ルールは中央銀行による金融政策の行動原理に一定の説明性や透明性を与え，したがって，金融政策が十全とは言えないがある種のパターンに従ってシステマティックに運営されると民間経済主体が想定するならば，経済状況に応じて金融政策が有効に発動されると予想して彼らは経済活動を行うため（＝フォワード・ルッキングな最適化行動），経済が安定的となりやすい利点を持つとされる。その後，これらテイラー・ルールには種々の分析目的に照らして実際の政策運用に即した多くのバリエーションが開発された。

そこで本節ではテイラー・ルールを定式化し，日本の時系列データを適用して各パラメータを推計してみる。そしてそれら推計パラメータを基に，日本経済が辿った経済環境に即して日本銀行が政策金利たるコールレートを本来“理論的”にいかなる水準まで引き下げるべきであったかを推定し，コールレートの実際値と理論値との乖離を明らかにする。

b　実証分析

ここで通貨当局・中央銀行の金融政策に関する行動原理を表現するテイラー・ルールに関し，Smets/Wouters（2003）（2007），Onatski/Williams（2004），Levin/Onatski/Williams/Williams（2005），Sugo/Ueda（2007）に倣い，政策の慣性（inertia）＝金利スムージング効果を取り入れつつインフレの昂進や実体経済の強さの“水準”に加え“変化”を加味した統計式として以下のように定式化する。

$$CR_t = \alpha_1 * CR_{t-1} + (1-\alpha_1) * (CPI_t^{t\arg} + \alpha_2 * (CPI_{t-1} - CPI_t^{t\arg}) + \alpha_3 * (GDP_t - GDP_t^{pot}))$$

$$+\alpha_4 * (CPI_t - CPI_{t-1}) + \alpha_5 * ((GDP_t - GDP_t^{pot}) - (GDP_{t-1} - GDP_{t-1}^{pot}))$$

推計パラメータ：$\{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5\}$

上記式の変数名ならびに時系列データ（四半期平均・年率換算）の一覧（1981年第１四半期～2021年第４四半期）を示せば以下の通りである。

CR ：コールレート；銀行間無担保・翌日物，パーセント年率/100；日本銀行

CPI ：消費者物価上昇率；生鮮食料品を除く総合指数・全国，前年同期比，小数；総務省統計局

$CPI^{t\arg}$ ：インフレ率の中央銀行目標値；0.0%，1.0%，2.0%，3.0%にそれぞれ設定

GDP ：実質国内総生産；2010年価格，四半期系列，対数値；内閣府・国民経済計算

GDP^{pot} ：潜在（potential）実質国内総生産；Hodrick-Prescott filter 変数で代理

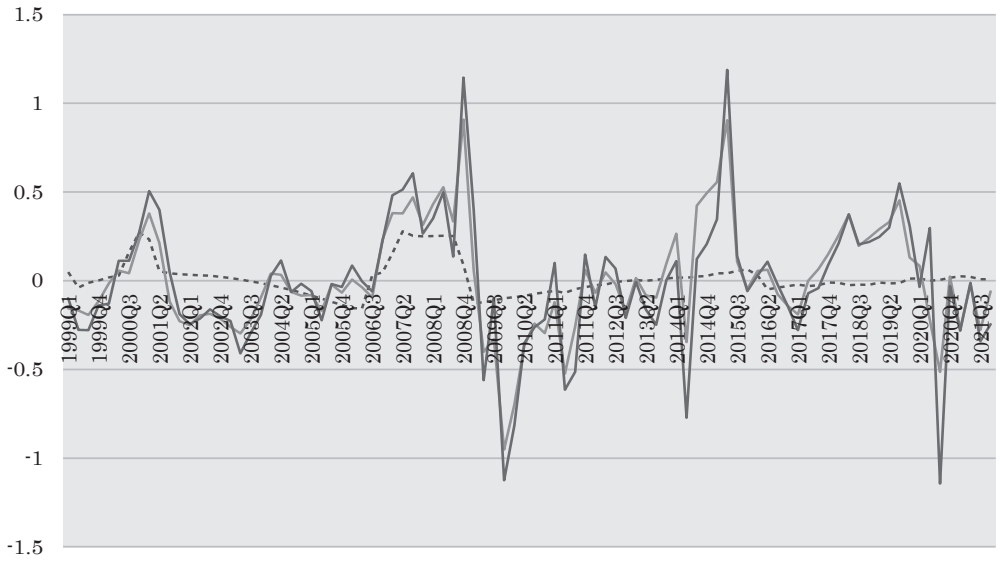
これらコールレート（トレンド除去），消費者物価上昇率，ＧＤＰギャップ（実質国内総生産対数値と潜在実質国内総生産対数値との差）の各変数に拡張的（augmented）Dickey-Fuller 単位根検定を施すと，５％ないしは１％の有意水準ですべてのレベル変数は定常時系列（＝ $I(0)$ ）であると判断される。そこで推計期間は政策反応の安定性を確保すべく，２度の石油ショックを含む高インフレ期を回避しつつさらに1999年２月から始まるゼロ金利政策の採用を考慮し，1981年第１四半期より1998年第４四半期までとする。推計方法は直接最小二乗法を採用する。インフレ率の中央銀行目標値に対しては0.0%，1.0%，2.0%，3.0%にそれぞれ設定する。その上で各パラメータを推計し，さらに説明変数を外挿して1999年第１四半期より最近時点までのコールレート理論値（＝シャドーレート）を求める。かくしてパラメータの推計結果は第１表

第１表　推計結果

Dependent var. : Call rate				
Inflation target（CPI^{targ}）	0.0%	1.0%	2.0%	3.0%
α 1	0.78186***	0.83993***	0.9144***	0.90253***
	('0.05581)	('0.05207)	('0.04179)	('0.04222)
α 2	0.20815	−0.08231	1.00801	1.49374***
	('0.16866)	('0.37501)	('0.76024)	('0.43107)
α 3	0.7779**	1.20011**	1.67850	1.21238
	('0.34303)	('0.54847)	('1.23955)	('0.97593)
α 4	−0.52554***	−0.50842***	−0.31457**	−0.27147*
	('0.14304)	('0.15872)	('0.15264)	('0.14159)
α 5	−0.14686*	−0.14114	−0.06039*	−0.04166
	('0.08314)	('0.08961)	('0.08947)	('0.08577)
R-squared	0.83919	0.82617	0.81315	0.81681
adjusted R^2	0.82944	0.81563	0.80183	0.80571
Durbin-Watson stat	1.2451	1.21457	1.16255	1.1542
Number of observations	71	71	71	71

Notes: Standard errors are in parentheses.
***, **, * indicate levels of significance of 1, 5, and 10 percent respectively.

第２図　コールレート理論値と実際値



備考　グレー色実線：コールレート理論値
　　グレー点線：コールレート実際値
　　単位：パーセント・年率

のごとくであり，また，コールレートの実際値とテイラー・ルールに基づく理論値は第２図のように描ける。ただし，理論値は中央銀行が設定するであろう目標インフレ率に応じて異なってくるので，最大値と最小値の幅をもって表示されている。

推定された式の適合度（＝決定係数R^2＆$adjusted-R^2$）は概ね良好であるが，個々のパラメータに関する推計値や$t-$統計量，標準誤差などは目標インフレ率の設定値に応じて幾分バラツキがある。他方，政策の慣性を表すα_1が0.78～0.91と高いのが注目される。同様のフォーミュラーでほぼ同時期のＥＵ経済におけるテイラー・ルールを計測したSmets/Wouters（2003），Onatski/Williams（2004）や，同じく米国経済を計測したLevin/Onatski/Williams/Williams（2005）の結果を見ても，通貨当局･中央銀行による金利政策の政策慣性パラメータはいずれもが0.83～0.96という高い推計値を得ている。また，Sugo/Ueda（2007）による日本のケースでは0.84であった[3)]。

つぎに1999年第１四半期より最近に至るまでのコールレートの実際値と理論値を見ると，実際値はゼロ金利政策解除後の一時期（2006.7～2008.12），ならびに「量的緩和政策」が開始されて（2001.3）金融市場調節の主たる操作目標がコールレートから日本銀行当座預金残高に変更された時期前後を除いてほぼゼロパーセント近辺で推移している。他方，テイラー・ルールに基づく理論値は，実体経済が潜在ＧＤＰから乖離して景気低迷・不況に陥ったり，あるいはインフレ率が中央銀行の政策目標値を下回ってデフレーションとなったりする状況に応じてマイナス水準に低下している。とりわけ2008年秋から翌年にかけての世界的な規模でのリーマン・ショック不況期や2011年３月11日の東日本大震災，2014年４月に実施された消費税増税（i.e. ５％→８％）後の長期に亘る買い控えの継続，2020年１月初めに日本で初めて感染者が発見されて以降の新型コロナウイルス感染拡大による経済クラッシュなどでは低下幅は顕著であった。例えば，リーマン・ショック直後の2009年Q2には，設定目標インフレ率によって幅はあるが－0.92%p.a.～－1.13%p.a.という理論値となった。また，東日本大震災後の2011年Q2には同じく－0.52%p.a.～－0.61%p.a.，消費税増税後の2014年Q2には－0.34p.a.～－0.77p.a.，新型コロナウイルス流行後の2020年Q3には－0.51%p.a.～－1.14%p.a.となった。

こうして経済環境に即応して施行されるべき金利調整政策が，経済環境の悪化に即応して時にはマイナス水準まで引き下げられるべきところ，金利が本来的に持つ非負性という特性から，金融引締め（＝金利引上げ）状況と金融緩和（＝金利引下げ）状況とでは“非対称的”な政策的対応を採らざるを得なかった。

２　先行研究・関連文献

本稿が依拠した先行研究・関連文献を挙げれば以下のごとくである。

a　始動期

日本がゼロ金利政策を採用した1999年以降，欧米諸国・地域の名目金利も低水準となり，それゆえ Jung/Teranishi/Watanabe（2001），Eggertsson/Woodford（2003），Adam/Billi（2004）（2007）等によってニューケインジアン･モデルのもとでゼロ金利制約下の金融政策の最適性が議論された。その後，2008年秋の世界的規模での金融危機を経ると，米国の連邦準備制度を初め主要国の中央銀行が日本と同様に政策金利の下方制約に直面したことから，ゼロ金利制約条件を明示的に体系に取り入れてマイナスの構造ショックに伴うマクロ経済の動学過程を理論的・実証的に検討する研究が急増した。

b　構造ショック（＝１期）

Nakov（2008）は，構造ショック＝自然利子率が１次の自己回帰過程（AR（１））に従うニューケインジアン・モデルに基づいて，ゼロ金利制約下におけるコミットメント型ならびに裁量型の最適金融政策に関する経済厚生を論じた。Johannsen（2014）は，資本ストックを内生的に取り入れたニューケインジアン・モデルにおいて，政策金利がゼロ制約を受けたときの「不確実性の非中立性」を明らかにした。Basu/Bundick（2016）は，全要素生産性や消費需要に１次の自己回帰過程（AR（１））に従うマイナスの構造ショックが生じたとき，ゼロ金利政策下ではそうでない場合に比べ生産数量が大きく落ち込むことを論証し，2008年の米国の大不況期と整合的であることを示した。

c　構造ショック（＝全期間）

Fernández-Villaverde/Gordon/Guerrón-Quintana/Rubio-Ramírez（2012）は，全期間の名目利子率にしばしばゼロ制約が掛かる（occasionally binding constraints）ニューケインジアン・モデルを基に，ゼロ金利政策と経済との相互作用メカニズムを射影法（projection method）で計算し，ゼロ金利政策が生ずる確率やゼロ金利政策が持続する期間の確率分布などを明らかにした。Gust/López-Salido/Smith（2012）は，マルコフ連鎖モンテカルロ法に基づくベイズ推定により，複数時点で政策金利が下方制約を受ける非線形動学的一般均衡モデルを米国経済の時系列データに基づいて推計し，政策金利を下方制約水準まで引き下げる経済の構造ショックに関してその大きさと性質を明らかにした。Ngo（2014）は，同じく政策金利が１期のみならず全期間でしばしば下方制約を受ける状況下でのニューケインジアン・モデルにおいて，最適な金融政策がいかなるものかを論じた。Gavin/Keen/Richter/Throckmorton（2015）は，資本ストックを考慮したニューケインジアン・モデルにおいて，政策金利が複数時点で下方制約を受ける

場合，技術ショックや割引要素ショックがゼロ金利状態において資本ストックの有無で経済に与える影響の相違ないしは特色や代替的な金融政策ルールの意味合いを精査した。Nakata（2017）は，家計の将来の効用フロー割引率に対して外生的な構造ショックが発生すると，家計や企業にとっては不確実性が増すことにより，政策金利が下方制約されている場合には消費需要や生産，インフレ率がそうでない場合より大幅に悪化することを，標準的なニューケインジアン・モデルの射影法による計算で明らかにした。

d　２状態マルコフ・ショック

Braun/Körber/Waki（2013）は先駆的な Eggertsson/Woodford（2003）の理論的枠組みに倣い，２状態マルコフ連鎖過程でのニューケインジアン・モデルを設定してゼロ金利制約下での財政刺激効果がそうでない場合より高いことを明らかにした。また，Christiano/Eichenbaum/Rebelo（2011）は，同様の枠組みでゼロ金利制約下ではそうでない場合より財政支出乗数が大きく財政政策の景気刺激効果が高いことを明らかにした。また，2008年の金融不況時の主要マクロ経済変数と整合的であることも同時に示した。

e　開放体系

こうした閉鎖体系の下方金利制約付きニューケインジアン・モデルに基づく分析に対し，為替レートや交易条件，輸出入などを明示的に導入し，開放体系（＝開放マクロ経済モデル）に基づいた政策金利の下方制約に関する方向に議論は拡張された。

一般に開放経済のトリレンマと称されるごとく，固定為替相場制，自由な国際資本移動，自律的金融政策を同時に達成させることはできない[4)]。したがって，為替相場の固定を放棄した自由な変動が外的なショックから緩衝材の役目を担った。しかしながら，政策金利の下方制約は金利平価に基づく為替レートの自由な動きを妨げるゆえ，従来の変動相場制の下では外的ショックから経済を隔離（insulate）することが難しいとされた。Amador/Bianchi/Bocola/Perri（2017）は，資本の流入に対し買い介入（＝外貨準備増）することが最適政策となることを政策金利の下方制約下でのニューケインジアン開放マクロ経済モデルで論証した。Cook/Devereux（2016）は，政策金利の下方制約期には政府の信頼を回復してフォワード･ガイダンスが有効に機能するよう金融政策を確立することが重要であることを明らかにした。また，彼らは大不況期にあって政策金利がゼロ水準となった場合，固定相場制や通貨同盟が相対的に優位であることを同時に主張した。これに対し，Corsetti/Kuester/Muller（2017）は，不況が自国から発生した場合は確かに固定相場制が優位であっても，外国から発生した場合は，変動相場制が自国経済を隔離し且つ競争力を高め得ることからも優位になることを小国開放モデルに基づいて明らかにした。金利の下方制約はまた金利裁定に基づく為替レートの自由な動きを制約するが，そのことが債券投資や株式投資などの内外金融資産投資にいかなる影響を及ぼすかという問題

に関し，Bilal（2017）は，ニューケインジアン・タイプの開放経済モデルに基づき，政策金利のゼロ制約下における株式・債券投資と為替レートの動学的相互作用を明確にした。

こうした一連の先行研究・関係論文を踏まえ，本稿で1999年以降一部の期間を除いて今日まで続く日本のゼロ金利政策・マイナス金利政策のグローバル経済における動学プロセス，政策的意義・特質とその有効性等を多層的に再検証する。

Ⅲ　理論モデル

本章において，政策金利の引き下げ＝拡張的金融政策がゼロ水準で下方制約されるとき，デフレ不況に陥ったマクロ経済がいかなる動学経路を辿るかという枢要な政策効果問題の検討に応えるべく，その分析枠組みとして開放マクロ経済モデルの一類型を構築する。

１　モデルの素描

我々の想定する二国間開放経済では，自国経済と外国経済は対称的（symmetry）であり（以下＊印は外国を表す），また，両国経済は，企業，家計，政府･中央銀行の３部門から構成されるものとする。

両国の家計は代表的家計とし，最終財を生産する企業も同じく代表的企業とする。他方，中間財を生産する企業は多数存在し，したがって個別企業 j は単位閉区間 $[0,1] \subset R^1$ に連続的に分布すると仮定する。さらにこれら各家計・各企業はすべて同形的[1)]と想定する。

自国の代表的最終財生産企業は，国内の中間財生産企業から仕入れた中間財を基に自社の生産技術を用いて最終財として仕上げ，自国ならびに外国の代表的家計に対して完全競争下の財市場において販売する。他方，多数の自国中間財生産企業はブランド力などにより差別化された１種類の財を生産し（i.e. １企業１財生産モデル），最終財生産企業に向けて不完全競争市場において販売する。外国の最終財・中間財生産企業も同様である。

自国の代表的家計は，完全競争的な労働市場のもと，労働を中間財生産企業に提供して賃金を得る。加えて（間接）所有の企業から配当として利益配分を受け取り，さらに資産として保有する債券ストックから利子所得を得る。そしてこれら総所得を対価に自国最終財ならびに外国最終財（＝輸入財）を購入する。外国の代表的家計も同様である。

両国の中間財市場は不完全競争＝独占的競争の状況下にあると仮定する。すなわち，多数の企業が生産活動を行い，企業の市場への参入･退出が自由であるという点では競争的であるが，他方において各企業は，“差別化”された財を生産することによって独自の需要関数に直面し，したがって財価格に決定力・支配力を有するという点では「独占的」である。また，それぞれの財はある程度まで相互に代替的であり，設定価格の過度の引き上げは自社製品から他社製品

に需要がシフトする可能性があるという意味では各独占的企業は「競争」関係にある。代替の価格弾力性の値がこれらシフトの程度を決定する。

両国の代表的家計は，自国通貨建ておよび外国通貨建てのリスク・フリー（したがってリスク・プレミアムはゼロ）で且つ満期１年の内外債券を資産保有する。満期まで保有した後，元利合計額の受払いを行う。これら債券取引に関しては，完全競争的で且つ完全代替的な内外の債券市場において名目利子率のシグナル機能を基に売買されると想定する。

こうした財や債券の国際間取引には，外国為替市場で完全競争的模索過程の結果自由に変動する名目為替レートが随伴する。

両国通貨当局・中央銀行は，名目金利水準を政策変数として物価や景気変動の安定化という政策目標を追求する。

以上のような枠組みに基づき，合理的予想形成の下，代表的家計は予算式を制約条件として将来に亘る効用の割引フローを最大化する。代表的最終財生産企業は国内販売ならびに輸出によって得た今期の利潤を最大化する。また各中間財生産企業は，それぞれの生産技術構造と自己の設定する価格水準に対する個別財需要量とを制約条件として将来に亘る割引利潤フローの最大化を図る。かくして，外生変数が所与のとき，これら経済主体の主体的均衡によって一意的に定まった自国・外国の財需給量，労働需給量，内外債券の需給額が，両国通貨当局・中央銀行による金融政策施行のもと，それぞれの市場で決まる価格に対応して今期グローバルにクリアーされ市場均衡が達成される。

以下，これら“動学的開放マクロ経済モデル”のスケッチをさらに厳密に定式化してみよう[2)]。

２　家計

a　選好

自国の代表的家計は，t 期（$\forall t \in \{1,2,\cdots\}$）において，次のような財消費量 C_t と労働供給量（＝労働時間）N_t に関し，加法的分離可能なＣＲＲＡ型（相対的危険回避度一定タイプ）効用関数[3)]を持つものとする。

（１）　$$U = E_1 \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} \left(\prod_{s=0}^{t-1} \delta_s\right) \left[\frac{(C_t)^{1-\rho}}{1-\rho} - \frac{(N_t)^{1+\nu}}{1+\nu}\right]$$

ただし　β（$\in (0,1)$）：主観的割引率

δ：割引要素ショック

ρ（＞0），ν（＞0）：定数

E［・］：期待値オペレータ

上述式で，定数ρは異時点間の消費代替弾力性の逆数，すなわち，財消費の相対的危険回避度を表し，νは同様に異時点間労働供給の代替弾力性の逆数を表す。　δ_tは他のショックと相互に無相関な（idiosyncratic）割引要素の外生的構造ショックで[4]，$\beta\delta_t$はt期の効用に対する割引率を示す。したがって，$\{\delta_t\}_{t=1}^{\infty}$は将来の効用フローの相対的価値評価を与えるので，$\delta_t$のとる値は現在の消費需要を変化させる。また$N_t$は代表的家計の労働供給時間を表している。さらに$C_{Ht}$を自国家計の自国財消費指標とし，$C_{Ft}$を輸入された外国財消費指標として$\chi$（$\in(0,1)$）を全財消費量に占めるこれら輸入財消費量の比率と定義すれば，自国家計の総財消費量C_tは

（２）　$$C_t=\left[(1-\chi)^{\frac{1}{\zeta}}C_{Ht}^{\frac{\zeta-1}{\zeta}}+\chi^{\frac{1}{\zeta}}C_{Ft}^{\frac{\zeta-1}{\zeta}}\right]^{\frac{\zeta}{\zeta-1}}$$

で示される。ただし，$\zeta(>1)$は自国と外国間の財需要における価格の代替弾力性を決めるパラメータである。

上述（２）式に対応した財価格指標は，

（３）　$$P_t=\left[(1-\chi)(P_{Ht})^{1-\zeta}+\chi(P_{Ft})^{1-\zeta}\right]^{\frac{1}{1-\zeta}}$$

と定義される[5]。P_{Ht}は自国通貨建て表示による自国財価格指標を，P_{Ft}は自国通貨建て名目外国為替レートで換算した自国通貨建て表示による外国財価格指標を，P_tは自国の総合的な財価格指標をそれぞれ示している。

ここで自国と外国間の財需要における価格の代替弾力性を決めるパラメータζを$\zeta\to1$とし，「ロピタルの定理」を適用すれば，（２）式・（３）式に対し

（４）　$$C_t=\left(\frac{C_{Ht}}{1-\chi}\right)^{1-\chi}\left(\frac{C_{Ft}}{\chi}\right)^{\chi}$$

$$P_t=(P_{Ht})^{1-\chi}(P_{Ft})^{\chi}\ =(P_{Ht})^{1-\chi}(S_tP_{Ft}^*)^{\chi}$$

なるフォーミュラーの各式を得る[6]。ただしP_{Ft}^*は外国通貨建て外国財価格指標を，またS_tは自国通貨建て名目外国為替レートを表す。

b　予算制約式

自国代表的家計のt期における名目表示の予算制約式を，

（５）　$$P_tC_t+(B_{Ht}+B_{Ft})\le W_tN_t+R_t(B_{H,t-1}+B_{F,t-1})+P_t(\Phi_t+\Psi_t)$$

$$\forall t \in \{1, 2, \cdots\}$$

と表わす。上述予算制約式の左辺は代表的家計の総支出額であり，右辺は同じく代表的家計の可処分所得である。ここで B_{Ht} は自国の総合物価指標 P_t をニューメレールにとった満期１年のリスクなし自国通貨建て名目債券，B_{Ft} は外国の総合物価指標 P_t^* をニューメレールにとった同じく満期１年のリスクなし自国通貨建て（i.e. 自国通貨建て外国為替レートで換算された）名目債券とする[7]。さらに R_t は名目債券粗利子率，Φ_t, Ψ_t は中間財ならびに最終財生産企業から家計に支払われる実質配当金，W_t は企業から家計に支払われる時間当たり名目賃金率，N_t は代表的家計が企業に提供する労働時間である。

c　主体的均衡

自国の代表的家計は，財価格，実質配当金，名目債券ストック（１期前），名目債券利子率，名目賃金率が所与の時，予算式の制約条件の下で割引期待効用を最大とするように，消費量，労働時間，自国・外国債券購入額をそれぞれ決めるものとする。したがって，自国代表的家計の最適化行動は，

（６）　$\max_{\{B_{Ht}\}\{B_{Ft}\}\{C_t\}\{N_t\}} : U = E_1 \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} (\prod_{s=0}^{t-1} \delta_s)[\frac{(C_t)^{1-\rho}}{1-\rho} - \frac{(N_t)^{1+\nu}}{1+\nu}]$

$$\text{s.t.} \quad C_t + \frac{R_t^{-1}(B_{Ht} + B_{Ft})}{P_t} \leq \frac{W_t}{P_t} N_t + \frac{P_{t-1}}{P_t} \frac{(B_{H,t-1} + B_{F,t-1})}{P_{t-1}} + (\Phi_t + \Psi_t)$$

$$\text{given} \quad P_t, B_{H,t-1}, B_{F,t-1}, R_t, W_t, \Phi_t, \Psi_t$$

なる制約条件付き最大化問題を解くことで得られる。そこでまず自国代表的家計の動学的ラグランジュ関数を，

（７）　$\mathcal{L}_1 = E_1 \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} \{(\prod_{s=0}^{t-1} \delta_s)[\frac{(C_t)^{1-\rho}}{1-\rho} - \frac{(N_t)^{1+\nu}}{1+\nu}]$

$$+ \lambda_t \left[\frac{P_{t-1}}{P_t} \frac{B_{t-1}}{P_{t-1}} + \Phi_s + \Psi_t + \frac{W_t}{P_t} N_t - C_t - \frac{R_t^{-1} B_t}{P_t} \right] \}$$

と置く。ただし，$B_t \equiv B_{Ht} + B_{Ft}$ であり，また λ_t はラグランジュ乗数である。上述（７）式に対して「Kuhn=Tucker 定理」[8] を適用して最適解のための１階の必要条件を求めると，

（８）　$\lambda_t = C_t^{-\rho}$　　…消費

（９）　$\lambda_t = \beta\delta_t R_t E_t[(\frac{P_t}{P_{t+1}})\lambda_{t+1}]$　…債券

(10)　$\frac{W_t}{P_t} = N_t^{\nu}\lambda_t^{-1}$　…労働

が得られる[9)]。ここで，さらに$\frac{W_t}{P_t} \equiv w_t$，$\frac{P_t}{P_{t-1}} \equiv \Pi_t$と置けば，

(11)　$C_t^{-\rho} = \beta\delta_t R_t E_t[C_{t+1}^{-\rho}\Pi_{t+1}^{-1}]$　…消費オイラー方程式

(12)　$w_t = N_t^{\nu} C_t^{\rho}$　…消費・余暇トレードオフ条件式

が求められる。

d　個別財消費需要

自国の代表的家計は，自国･外国の個別財に関し，各財価格P_{Ht}, P_{Ft}が所与のとき，名目総支出額I_tが一定のもとで自国･外国の財消費に関する総実質量を最大にするようにそれぞれを決めるものとすれば，$\forall t \in \{1, 2, \cdots\}$に対し

(13)　$\max_{\{C_{Ht}\}\{C_{Ft}\}}$ ： $C_t = (\frac{C_{Ht}}{1-\chi})^{1-\chi}(\frac{C_{Ft}}{\chi})^{\chi}$

s.t.　$P_{Ht}C_{Ht} + P_{Ft}C_{Ft} \leq I_t$

given　P_{Ht}, P_{Ft}, I_t

と定式化できる。したがって，これを解くと，

(14)　$C_{Ht} = (\frac{1-\chi}{\chi})\left(\frac{P_{Ht}}{P_{Ft}}\right)^{-1} C_{Ft}$

が得られる[10)]。これにより自国の代表的家計による自国・外国の各最終財消費需要量がそれぞれ求められる。

e　資産選択・為替レート

自国の代表的家計は，完全競争下にある外国為替市場ならびに完全代替的（i.e. リスク･プレミアムがゼロ）且つ完全競争的な内外の債券市場において，各債券利子率R_t, R_t^*ならびに自国通貨建て対外国通貨直物名目為替レートS_tが価格シグナルとしてアナウンスされたとき，名目

所得額 I_t が一定のもとで自国通貨建て名目債券 B_{Ht} ならびに外国通貨建て名目外国債券 B^*_{Ft} の購入を最大にするようなポートフォリオ選択を図ると考える。

したがって，これら代表的家計による資産選択の最適化行動は，$\forall t \in \{1,2,\cdots\}$ に対し

(15)　$$\max_{\{B_{Ht}\}\{B^*_{Ft}\}} : B = R_t B_{Ht} + R^*_t B^*_{Ft} E_t S_{t+1}$$

$$\text{s.t.}\quad R_t B_{Ht} + S_t R^*_t B^*_{Ft} \le I_t$$

$$\text{given}\quad R_t, R^*_t, S_t, S_{t+1}, I_t$$

と定式化し得る。ただし，$E_t S_{t+1}$ は t 期における $t+1$ 期の予想為替レート $S^{\exp}_{t,t+1}$ ないしは t 期に市場で成立する $t+1$ 期の先物為替レート $S^{forwrd}_{t,t+1}$ である。これら制約条件付き最大化問題を解くと，

(16)　$$R_t = \frac{E_t S_{t+1}}{S_t} R^*_t$$

の主体的均衡条件式を得る[11)]。これより，代表的家計による自国債券 B_{Ht} ならびに外国債券 B^*_{Ft} の金利裁定に基づく最適資産選択が求まる。

さらに上述（16）式より，自国の代表的家計による最適資産選択行動に基づいた外国為替市場での自国通貨建て直物名目為替レート（S_t）決定式が以下のごとく導かれる。

(17)　$$S_t = \left(\frac{R_t}{R^*_t}\right)^{-\gamma} E_t S_{t+1}$$

$$\forall \gamma \in [0,\infty),\quad \forall t \in \{1,2,\cdots\}$$

ここで γ は金利変化の為替レート変動に対する調整速度を決めるパラメータである。また，$E_t S_{t+1}$ が $S^{\exp}_{t,t+1}$ のときは，為替レートに対する先行き見通しとともに先物手当てをせず裸のまま「持ち」を作って為替リスクを負うアンカバー・ベースの金利裁定式となり，他方，$S^{forwrd}_{t,t+1}$ のときは先物カバーをとって為替リスクを回避したカバー・ベースの金利裁定式となる。

以上，自国の代表的家計に関するａ～ｅの議論は，両国経済の対称性よりすべて同様のことが外国の代表的家計に関しても言える。

３　企業

ａ　最終財生産企業

自国 H の代表的最終財生産企業は，自国中間財生産企業 j（$\in [0,1]$）から価格 $P_{Ht}(j)$ で購入した中間財 $Y_{Ht}(j)$ を基に自社のＣＥＳ型生産技術を用いて最終財 Y_{Ht} を生産し，自国ならびに

外国の代表的家計に対して両国の完全競争市場において最終財市場価格 P_{Ht}（P^*_{Ht}）で販売する。それゆえ，自国Hの代表的最終財生産企業による最適生産計画は，

(18)　$$\max_{\{Y_{Ht}(j)\}} : \Psi = (P_{Ht} + S_t P^*_{Ht})Y_{Ht} - \int_0^1 P_{Ht}(j)Y_{Ht}(j)dj$$

s.t.　$Y_{Ht} = [\int_0^1 (Y_{Ht}(j))^{\frac{\theta-1}{\theta}} dj]^{\frac{\theta}{\theta-1}}$（$\theta > 1$；ＣＥＳ型生産関数）

given　$P_{Ht}, P^*_{Ht}, P_{Ht}(j), S_t$

$\forall t \in \{1, 2, \cdots\}$

で表せる。S_tは自国通貨建て名目為替レートである。これを解くと，両国間で財裁定取引に伴う購買力平価が成り立つとき（i.e. $P_{Ht} = S_t P^*_{Ht}$），

(19)　$$Y_{Ht}(j) = (\frac{P_{Ht}(j)}{P_{Ht}})^{-\theta} Y_{Ht}$$

なる１階の最適化条件を得る[12)]。

b　中間財生産企業

自国Hの中間財生産企業j（$\in [0,1]$）は，可変的生産要素である労働$N_t(j)$を投入し，差別化された１種類の不完全代替中間財$Y_{Ht}(j)$を生産する[13)]。各企業の生産技術構造はすべて同形で，線形の生産関数$Y_{Ht}(j) = AN_t(j)$（A（>0）:全要素生産性ないしはソロー残差）に基づくものとする。そしてこれら自国の中間財生産企業jは，独占的競争市場において自らが設定する中間財価格$P_{Ht}(j)$により自国の最終財生産企業に販売する。ただし中間財価格の変更には２次のローテンバーグ型調整費用が掛かるものと考える。

c　最適生産計画

かくして自国Hの中間財生産企業jによる最適生産計画は，

(20)

$$\max_{\{P_{Ht}(j)\}} : \Phi = E_1 \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} (\prod_{s=0}^{t-1} \delta_s) \lambda_t [P_{Ht}(j)Y_{Ht}(j) - W_t N_t(j) - \frac{\varphi}{2} (\frac{P_{Ht}(j)}{P_{H,t-1}(j)} - 1)^2 P_{Ht} Y_{Ht}]$$

s.t.　$$Y_{Ht}(j) = (\frac{P_{Ht}(j)}{P_{Ht}})^{-\theta} Y_{Ht}$$

$$Y_{Ht}(j) = AN_t(j)$$

given $W_t, P_{Ht}, P_{H,t-1}(j), Y_{Ht}$

で表せる。ただし，ここで$\beta^t, \delta_t, \lambda_t$は自国中間財生産企業の（間接的）所有者たる代表的家計における主観的割引率，割引要素ショック，ならびに限界効用である。したがって，$\beta^{t-1}(\prod_{s=0}^{t-1}\delta_s)\lambda_t$は$t$期における企業の名目利潤フローに対する家計の割引限界価値評価を表している。また，φは中間財価格の調整に伴うコストの大きさを示すパラメータである。さらに0期に各企業が設定する価格は同一水準で$P_{H0}(j) = P_{H0}$（>0）と仮定する。

これより，両制約条件式を主方程式に代入して価格$P_{Ht}(j)$で偏微分して自国中間財生産企業の最適化行動に関する1階の必要条件を導けば，

$$(21)\quad \frac{N_t}{C_t^{\rho}}\{\varphi(\Pi_{Ht}-1)\Pi_{Ht}-(1-\theta)-\theta w_t) = \beta\delta_t E_t[\frac{N_{t+1}}{C_{t+1}^{\rho}}\varphi(\Pi_{H,t+1}-1)\Pi_{H,t+1}]$$

を得る[14]。ただし，$\Pi_{Ht} \equiv \frac{P_{Ht}}{P_{H,t-1}}$，$w_t \equiv \frac{W_t}{P_{Ht}}$である。また，ここでは中間財生産企業に同質性条件を課すことにより，主体的均衡状態では$P_{Ht}(j) = P_{Ht}$（$\forall j \in [0,1]$）を想定する。

外国Fの代表的最終財生産企業ならびに多数の中間財生産企業に関しても，両国経済の対称性の仮定より上述したa～cに関する自国Hの各企業と同様のことがすべて言える。

4　政府

自国の通貨当局・中央銀行は，物価と景気変動の安定化という政策目標を実現するために，政策変数として名目（粗）利子率R_tをコントロールすると考える。したがって，通貨当局・中央銀行の政策反応関数としては，次のようなオーソドックスなテイラー・ルールを採用するものと想定する。

$$(22)\quad R_t = \frac{1}{\beta}(R_{t-1})^{1-\psi}\left((\frac{\Pi_t}{\Pi_t^{t\arg}})^{\phi}\right)^{\psi}$$

$$\forall t \in \{1,2,\cdots\}$$

ただしϕ（$\in (1,\infty)$）[15]ならびにψ（$\in [0,1]$）はパラメータであり，自国の通貨当局・中央銀行は1期前の金利水準R_{t-1}の動向を踏まえつつ，現行インフレ率$\Pi_t \equiv \frac{P_t}{P_{t-1}}$と目標インフレ率$\Pi_t^{t\arg}$との乖離の現況に対応して今期の政策金利を操作すると考える。

かくして，自国の通貨当局・中央銀行は，R_t^{TR}をテイラー・ルールから計算された政策金利，R_{ELB}を政策金利の下方制約とすれば，

(23)　$R_t = \max[R_{ELB}, R_t^{TR}]$

なる t 期の金融政策ルールを施行する。

外国の通貨当局・中央銀行も同様である。

５　市場

a　財市場

自国の財市場における均衡条件は，$\forall t \in \{1,2,\cdots\}$ に対して以下のごとくとなる。

(24)　$$Y_{Ht} = (1-\chi)(\frac{P_{Ht}}{P_t})^{-\zeta} C_t + \chi(\frac{P_{Ht}}{S_t P_t^*})^{-\zeta} C_t^* + \int_0^1 \frac{\varphi}{2}(\frac{P_{Ht}(j)}{P_{H,t-1}(j)} - 1)^2 Y_{Ht} dj$$

上記式の左辺は自国の代表的企業により生産された最終財（i.e. 国内総生産（ＧＤＰ））を表す。右辺の第１項は自国の代表的家計による自国最終財の消費量，第２項は自国最終財の外国への輸出分，第３項は自国の中間財生産企業による価格調整費用の総計をそれぞれ表す。なお自国と外国間の財需要における価格の代替弾力性を決めるパラメータ ζ は $\zeta \to 1$ としておく。

外国の財市場も同様である。

b　労働市場

自国の労働市場は完全競争市場と仮定したので，代表的家計による労働の供給を N_t^S，中間財生産企業による労働の需要を N_t^D とすれば, 名目賃金率 W_t を価格シグナルとした市場の模索過程により，最終的に

(25)　$$N_t^S = \int_0^1 N_t^D(j) dj$$

$$\forall t \in \{1,2,\cdots\}$$

となる。ただし，ここでは労働の国際間移動は考えない。

外国の労働市場も同様である。

c　債券市場

完全競争下の内外債券市場で，自国・外国の代表的家計による内外債券の金利を含む一定期間の受取り・支払いは，各債券が完全代替的であるとき，金利裁定取引が良く機能するならば符号が逆で且つ為替レート換算後の金額は事後的（ex post）に等しくなる。したがって内外債券の純供給をゼロとしたとき（i.e. 新規発行額＝償還額），

(26)　$B_{Ht} + S_t B_t^* = 0$

$\forall t \in \{1,2,\cdots\}$

となる。

6　開放マクロ経済モデルの均衡

かくしてこれら動学的開放マクロ経済モデルにおいて，0期の自国（外国）最終財価格 P_{H0}（P_{F0}^*），0期の自国（外国）名目債券 B_0（B_0^*），t 期の自国（外国）経済への構造ショック＝外生的割引要素ショック δ_t（δ_t^*）（$\forall t \in \{1,2,\cdots\}$）が与えられると，上述議論から，自国・外国の主体的均衡ならびに市場均衡をもたらすような

(a)　資源配分：$\{C_t(C_t^*), N_t(N_t^*), N_t(j)(N_t^*(j)), Y_{Ht}(Y_{Ft}^*)\}_{t=1}^{\infty}$

(b)　価格：$\{W_t(W_t^*), S_t, P_t(P_t^*), P_{Ht}(P_{Ft}^*), P_{Ht}(j)(P_{Ft}^*(j))\}_{t=1}^{\infty}$

ならびに

(c)　金融政策ルール：$\{R_t(R_t^*)\}_{t=1}^{\infty}$

が導かれる。

これら主体的均衡ならびに市場均衡の自国における t（$\in \{1,2,\cdots\}$）期の各条件式を纏めると以下のごとくとなる。

(27)　$C_t^{-\rho} = \beta\delta_t R_t E_t[C_{t+1}^{-\rho}\Pi_{t+1}^{-1}]$　…消費オイラー方程式

(28)　$w_t = N_t^{\nu} C_t^{\rho}$　…消費・余暇トレードオフ条件式

(29)　$\frac{N_t}{C_t^{\rho}}\{\varphi(\Pi_{Ht}-1)\Pi_{Ht} - (1-\theta) - \theta w_t) = \beta\delta_t E_t[\frac{N_{t+1}}{C_{t+1}^{\rho}}\varphi(\Pi_{H,t+1}-1)\Pi_{H,t+1}]$

…フォワードルッキング・フィリップス曲線式

(30)　$Y_{Ht} = (1-\chi)(\frac{P_{Ht}}{P_t})^{-1}C_t + \chi(\frac{P_{Ht}}{S_t P_t^*})^{-1}C_t^* + \int_0^1 \frac{\varphi}{2}(\frac{P_{Ht}(j)}{P_{H,t-1}(j)}-1)^2 Y_{Ht}dj$

…国内総生産需給均等式

(31)　$Y_{Ht} = AN_t$　…集計的生産関数

(32)　$P_t = (P_{Ht})^{1-\chi}(S_t P_{Ft}^*)^{\chi}$　…総合物価決定式

(33)　$S_t = (\frac{R_t}{R_t^*})^{-\gamma} E_t S_{t+1}$　　…名目為替レート決定式

(34)　$R_t = \max[R_{ELB}, \frac{1}{\beta}(R_{t-1})^{1-\psi}\left((\frac{\Pi_t}{\Pi_t^{t\arg}})^{\phi}\right)^{\psi}]$　　…金融政策ルール式

外国における条件式も同様である。

７　準対数線形モデル

a　定常状態

政策金利が下方で制約されたところの本稿動学的開放マクロ経済モデルでは，二組の異なる定常状態を持つ[16)]。一つは名目金利が正で且つインフレ率はゼロというものであり，もう一つは名目金利は下方（＝ゼロ）で制約されつつインフレ率はマイナスというものである。

このことは，バー付き変数を定常変数として以下のようにして示すことができる[17)]。

まず（11）式の消費オイラー方程式を任意の定常状態で評価すると $\bar{C}^{-\rho} = \beta \bar{R} \bar{C}^{-\rho} \bar{\Pi}^{-1}$ となるので，

(35)　$\bar{R} = \frac{1}{\beta}\bar{\Pi}$

なる金利と物価との関係式，すなわちフィッシャー方程式を得る。次いで金融政策ルール式（34）式を同じく任意の定常状態で評価すると，

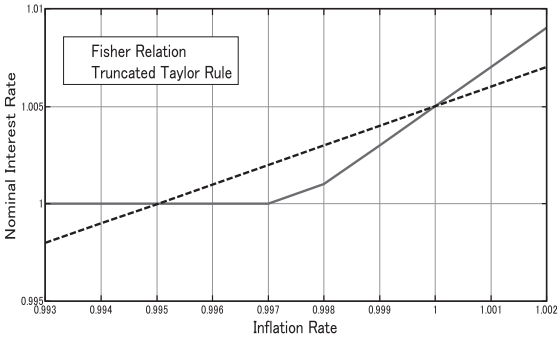
(36)　$\bar{R} = \max[1, \frac{1}{\beta}\bar{\Pi}^{\phi}]$

となる[18)]。ただしここでは政策金利（純利子率）の下方制約をゼロ（i.e. $\bar{R}_{ELB} = 1$）と置く。この２式から定常状態での政策金利＝名目利子率 $\bar{R}$ と総合物価インフレ率 $\bar{\Pi}$ が各々決まる。それゆえ，他の均衡条件式６式を定常状態で評価することにより，これら２変数とともに定常状態での国内生産量 $\bar{Y}_H$，消費 $\bar{C}$，労働 $\bar{N}$，実質賃金率 $\bar{w}$，外国為替レート $\bar{S}$，国内財価格インフレ率 $\bar{\Pi}_H$ の６変数がそれぞれ求まる。

ところで，第３図より（１）式と（２）式を同時に満たす定常状態での政策金利とインフレ率の交点は２点在ることが見てとれる[19)]。すなわち，定常名目利子率 $\bar{R}$ が正（$=\frac{1}{\beta}$）で且つ定常インフレ率 $\bar{\Pi}$ が１の点と，$\bar{R}$ が１（＝純利子率がゼロ）で且つ $\bar{\Pi}$ が　β（＜１）の点である。

こうして，それぞれの交点に対応した定常状態での経済の組

第３図　定常状態



備考：グレー色実線：金融政策ルール式
　　グレー色鎖線：フィッシャー方程式

$$SS1 = \{\bar{\Pi}_1, \bar{R}_1, \bar{Y}_{H1}, \bar{C}_1, \bar{N}_1, \bar{w}_1, \bar{S}_1, \bar{\Pi}_{H1}\}$$

ならびに

$$SS2 = \{\bar{\Pi}_2, \bar{R}_2, \bar{Y}_{H2}, \bar{C}_2, \bar{N}_2, \bar{w}_2, \bar{S}_2, \bar{\Pi}_{H2}\}$$

が２組定まるが，一般に前者の定常状態の組は「標準（standard）定常状態」と称され，他方，後者は「デフレ（deflationary）定常状態」と称される[20)]。

b　対数線形近似式

本節では，これら二組の定常状態のうち標準定常状態の周りで先の体系（27）式～（34）式にテイラー展開による対数線形（線形）近似を施し，金融政策ルール式のみが非線形となるところのよりシンプルな準対数線形（線形）（semi-loglinearized（-linearized））体系に置き換えてみよう[21)]。ハット付き変数は定常状態からの対数線形（線形）乖離を，バー付き変数は定常状態の変数をそれぞれ表す。

(37)　$$\hat{C}_t = E_t\hat{C}_{t+1} - \frac{1}{\rho}(\hat{R}_t - E_t\hat{\Pi}_{t+1} + (\delta_t - 1))$$

(38)　$$\hat{w}_t = \rho\hat{C}_t + \nu\hat{N}_t$$

(39)　$$\hat{\Pi}_{Ht} = \frac{\theta - 1}{\varphi}\hat{w}_t + \beta E_t\hat{\Pi}_{H,t+1}$$

(40)　$\hat{Y}_{Ht} = \hat{P}_t - \hat{P}_{Ht} + \hat{C}_t$

(41)　$\hat{Y}_{Ht} = \hat{N}_t$

(42)　$\hat{\Pi}_t = (1-\chi)\hat{\Pi}_{Ht} + \chi(\hat{S}_t - \hat{S}_{t-1})$

(43)　$\hat{S}_t = -\gamma\hat{R}_t + E_t\hat{S}_{t+1}$

(44)　$\hat{R}_t = \max[R_{ELB} - \frac{1}{\beta}, (1-\psi)\hat{R}_{t-1} + \psi\phi\hat{\Pi}_t]$

ここで（40）式では両国経済の対称性（i.e. $C_t = C_t^*$）を用い，さらに金利平価式（33）式によって決まる名目為替レート S_t で換算された両国価格が，財裁定により“一物一価”の成立をもたらすと仮定した。また（42）式では外国価格は $P_t^* = 1$ に正規化されているとした。加えて（43）式では外国の利子率は与件（＝定数）とし，（44）式では目標物価水準 $P_t^{t\arg}$ は毎期一定と仮定した。

外国の開放マクロ経済体系に対しても同様のことが言える。

c　準対数線形開放マクロ経済モデル

上記体系で，（38）式，（40）式，（41）式を用いて消費（$\hat{C}_t$），労働（$\hat{N}_t$），実質賃金率（$\hat{w}_t$）をそれぞれ消去し，さらに異時点間の消費代替弾力性の逆数 ρ を $\rho \to 1$，異時点間の労働供給の代替弾力性の逆数 ν を $\nu \to 1$ とすれば，以下のごとくニューケインジアン・タイプの準対数線形開放マクロ経済モデルが導ける[22)]。

（ｉ）　動学的ＩＳ曲線式

$$\hat{Y}_{Ht} = E_t\hat{Y}_{H,t+1} - (\hat{R}_t - E_t\hat{\Pi}_{H,t+1} + (\delta_t - 1))$$

（ii）　ニューケインジアン・フィリップス曲線式

$$\hat{\Pi}_{Ht} = \frac{2(\theta-1)}{\varphi}\hat{Y}_{Ht} + \beta E_t\hat{\Pi}_{H,t+1}$$

（iii）　総合物価決定式

$$\hat{\Pi}_t = (1-\chi)\hat{\Pi}_{Ht} + \chi(\hat{S}_t - \hat{S}_{t-1})$$

（iv）　為替レート決定式

$$\hat{S}_t = -\gamma\hat{R}_t + E_t\hat{S}_{t+1}$$

（ｖ）　金融政策ルール式

$$\hat{R}_t = \max[R_{ELB} - \frac{1}{\beta}, (1-\psi)\hat{R}_{t-1} + \psi\phi\hat{\Pi}_t]$$

$$\forall t \in \{1, 2, \cdots\}$$

Ⅳ　政策効果分析

経済が何らかの理由で負の需要ショックを受けてデフレ不況に陥ったとき，通貨当局・中央銀行が政策金利を引き下げて景気の回復を図ってもそこに下方制約があるならば，ＧＤＰ，消費，雇用，賃金，インフレ率，為替レート，金利などの主要経済変数は下方制約がない場合に比べて偏倚した動学経路を辿り得る。こうした政策金利調整を主体とした金融政策の有効性とその限界に関し，前節までに検討した準対数線形動学的開放マクロ経済モデルを用い，反事実的・仮想的（counter factual）な条件の下で思考実験を行って検討を加えてみよう。

１　構造ショック

ａ　ショックの波及・伝播

準対数線形動学的開放マクロ経済モデルに対して外生的な負の構造ショックが体系に及ぶ場合，その波及・伝播に関し，以下のような三通りのケースを考える。

(a)　構造ショックは確定的で１次の自己回帰過程（AR（１））に従い, 且つこうした構造ショックの発生は初期時点のみとする[1)]。

(b)　構造ショックは確率的で２状態マルコフ連鎖過程（a two-state Markov chain process）に従う[2)]。

(c)　構造ショックは同じく確率的で，全期間に亘り N 状態（$\forall N \geq 3$）マルコフ連鎖過程に従う[3)]。

ｂ　確定的ショック

まず（a）のケースの場合，代表的家計の将来の効用フローに対する割引要素ショック δ_t を

(45)　$$(\delta_t - 1) = \alpha(\delta_{t-1} - 1) + \varepsilon_t\ ,\ \ \varepsilon_t \sim i.i.d.N(0, \sigma^2)$$

$$\alpha \in [0, 1)$$

$$\forall t \in \{1, 2, \cdots\}$$

と定式化する。ただし，$\delta_0 = 1$とする。

さらに，前述した準対数線形開放マクロ経済モデル（ｉ）～（ｖ）式において，$i_t \equiv \hat{R}_t + \bar{r}$ ならびに $r_t^n \equiv \bar{r} - (\delta_t - 1)$ と置き替える。ただし $\bar{r}$ は定常状態での純利子率である。前者は名目

純（ネット）利子率を意味し，後者は自然利子率（natural rate of interest）と定義される。自然利子率はJ.G.K. Wicksellが命名したもので，資本市場の需給を均衡させるような利子率とされる。したがって自然利子率を媒介変数として貯蓄と投資は等しくなることから，静態経済を前提とすれば財市場や貨幣市場も同時に均衡し物価も安定する[4)]。準対数線形開放マクロ経済モデルの（ｉ）式・動学的ＩＳ曲線式において，実質利子率 $i_t - E_t\hat{\Pi}_{H,t+1}$ が自然利子率 r_t^n と等しくなれば $\hat{R}_{tt} - E_t\hat{\Pi}_{H,t+1} + (\delta_t - 1) = 0$ となることから，$\hat{Y}_{Ht} = E_t\hat{Y}_{H,t+1} = 0$ の定常均衡が得られ，併せて $\hat{\Pi}_{Ht} = \beta E_t\hat{\Pi}_{H,t+1} = 0$ ならびに $\hat{N}_t = E_t\hat{N}_{t+1} = 0$ の定常均衡が他の各均衡式と相まって導かれる。かくして，最大ＧＤＰ，完全雇用，ゼロ・インフレ率等の確保できることが分かる。

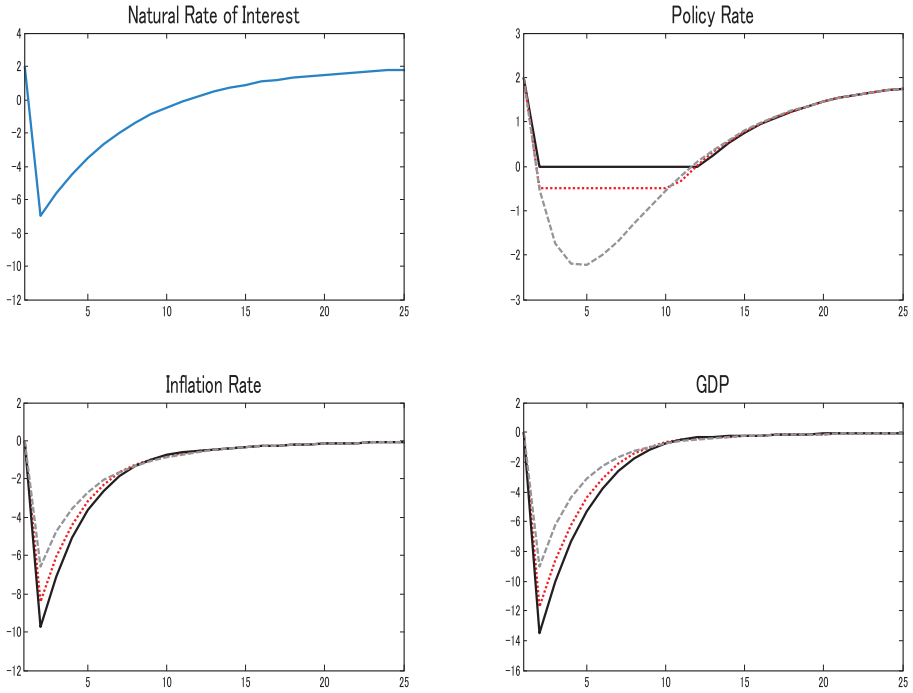
ｃ　インパルス応答

ここで，体系の構造パラメータを第２表のごとく設定し[5)]，負の需要ショックを与えて体系のインパルス応答を計算してみよう。すなわち，割引要素 $(\delta_t - 1)$ の自己回帰過程における攪乱項 ε_t が第１期に何らかの理由で１標準偏差だけ正の構造ショックが加わったとする。すると，これは他のショックと無相関ゆえ代表的家計の将来の効用フローの割引率が上昇して将来の効用価値は相対的に高まるから，代表的家計の異時点間最適消費計画より今期の消費需要は抑制・減少する。こうしたマイナスの需要ショックに対し，自然利子率，政策金利（＝名目利子率），インフレ率，ＧＤＰなどの主要経済変数が辿る動学経路を図示すると第４図のごとくとなる[6)]。

第２表　構造パラメータ

パラメータ	値	説明
β	0.995	時間的割引率
ρ	1.0	異時点間の消費代替弾力性の逆数
ν	1.0	異時点間労働供給の代替弾力性の逆数
θ	6.0	中間財需要の価格に対する代替弾力性
φ	200	中間財価格変更費用
χ	0.2	輸入比率
γ	0.45	名目為替レートの対利子率調整速度
ψ	0.25	インフレ率に対する政策反応係数
ϕ	2.0	インフレ率目標値との乖離に対する政策反応係数
$\bar{r}$	$1/\beta - 1$	定常状態の純（ネット）利子率
α	0.85	割引要素のAR（1）係数
σ	0.0225	割引要素の攪乱項標準偏差

第４図　インパルス応答



備考　黒色実線：金利下方制約ゼロ
　　赤色点線：金利下方制約マイナス0.5%
　　グレー色鎖線：金利下方制約無し

第４図を見ると，最大ＧＤＰや完全雇用，ゼロ・インフレ率を担保する自然利子率は１期目に－７％近辺まで下がる。また，消費需要の減退よりＧＤＰは9.0%ほど縮小し，雇用も同程度削減される。実質賃金率も同時に－18.0%まで下落する。これら景気後退からインフレ率は6.4%ポイント程度低下する。これより政策金利（＝名目金利）は下方制約無き場合はテイラー・ルールに則って－2.2%近くまで引き下げられる。名目為替レートは自国の金利低下につれて1.0%ほど減価する。かくして金融政策として１期目に緩和的金利調整政策が採られたことにより，その後漸次ＧＤＰや消費，雇用，賃金，インフレ率は回復基調を辿る。

これに対し，政策金利がゼロ水準で制約されるならば，下方制約無き場合より自国通貨建て名目為替レートも金利裁定が働いて増価圧力が加わり輸入物価は下落する。それゆえ全体でインフレ率は10.0%ポイント程度低下する。また，ＧＤＰは同様に為替レートの増価圧力より輸出の減少が加わって13.5%程度縮小する。雇用は同程度削減し，実質賃金率も27.0%ほど下落する。政策金利は凡そ11期間ゼロ水準に留まるが，その後テイラー・ルールに則って穏やかに長期中立的名目金利水準の２％に戻っていく。経済も定常均衡に向けて漸次回復していく。

こうして，政策金利が１期目にゼロ水準で下方制約されると，ゼロ制約が無い場合よりイン

フレ率は3.6％ポイント，ＧＤＰや雇用は4.5％ポイント，実質賃金率は9.0％ポイントも下げ幅の大きくなることが見てとれる。

ところで，ゼロ金利制約に替えて経済に政策金利として例えば50ベーシスポイント程度のマイナス金利の導入を許すと，インフレ率の下げ幅は8.2％ポイント程度，ＧＤＰの下げ幅は11.5％となる。したがって，中央銀行はゼロ金利制約に替えて50ベーシスポイント程度のマイナス金利施策を実施することにより，経済をインフレ率では1.8％ポイント程度，ＧＤＰや雇用では2.0％ポイント程度，賃金は4.0％ポイント程度刺激する。為替レートは0.2％ほど減価し，輸出増に貢献する。かくして，マイナス金利政策の導入により，経済厚生的視点から一定の便益を見込むことも可能である。しかしながら，マイナス金利政策は，一方で金融機関の中央銀行への保有当座預金に対するマイナス金利を通じた経営圧迫や，あるいは預金者のマイナス預金金利（＝口座管理手数料）負担などを伴うことも考えられるから，マイナス金利政策に関しては，費用・便益に関する広範囲な比較考量が重要と言える。

d　確率モデル

つぎに，構造ショックは確率的で且つ２状態マルコフ連鎖過程に従うところの準対数線形動学的開放マクロ経済モデルを考える。

まず，t（$\in\{1,2,\cdots\}$）期の外生的構造ショック $\varepsilon_{it}\in\{\varepsilon_{1t},\varepsilon_{2t},\cdots,\varepsilon_{Nt}\}$ はここでは $N=2$ の場合を考え，状態Ｉと状態IIを想定する。そしてモデルの状態変数としては自然利子率 $r_t^n(k)$（$k=\mathrm{I},\mathrm{II}$）を採用し，$r_t^n(\mathrm{I})>r_t^n(\mathrm{II})$ とする。また，政策金利 $i_t(k)$ は状態IIではゼロ制約を受けると仮定する。

ここで先の経済モデルにおいて，為替レートは代表的家計の最適資産選択行動に基づく金利平価式ではなく財裁定取引による購買力平価式で決まるとし[7]，また，金融政策ルールに関しては慣性抜き（i.e. $\psi=1$）で且つフォワード・ルッキングなテイラー・ルール（i.e. $\phi\hat{\Pi}_t\to\phi E_t\hat{\Pi}_{t+1}$）を採用するものと仮定する。かくして，状態 $k(\in\{\mathrm{I},\mathrm{II}\})$ に対し，２状態マルコフ・ショックの下での準対数線形動学的開放マクロ経済モデルが以下のごとく導かれる。

（ｉ a）$\hat{Y}_{Ht}(k)=E_t\hat{Y}_{H,t+1}(k)-[i_t(k)-E_t\hat{\Pi}_{t+1}(k)-r_t^n(k)]$　…動学的ＩＳ曲線式

（ii a）$\hat{\Pi}_t(k)=\kappa\hat{Y}_{Ht}(k)+\beta E_t\hat{\Pi}_{t+1}(k)$　…ニューケインジアン・フィリップス曲線式

ただし，$\kappa\equiv\dfrac{2(\theta-1)}{\varphi}$

（iii a）$i_t(\mathrm{I})=\bar{r}+\phi E_t\hat{\Pi}_{t+1}(\mathrm{I}),\quad i_t(\mathrm{II})=0$　…金融政策ルール式

$\forall t\in\{1,2,\cdots\}$

e　２状態マルコフ連鎖過程モデル

ここで，状態Ⅰと状態Ⅱのマルコフ連鎖遷移確率行列πを

(46)　$$\pi = \begin{bmatrix} 1-\pi_{\mathrm{I}} & \pi_{\mathrm{I}} \\ 1-\pi_{\mathrm{II}} & \pi_{\mathrm{II}} \end{bmatrix}$$

と表す。確率π_{I}は今期の状態がⅠのとき次期の状態がⅡとなる確率であり，また，確率π_{II}は今期の状態がⅡのとき次期の状態がⅡに留まる確率である。それゆえ，２状態マルコフ・ショックの下での準対数線形動学的開放マクロ経済モデル（ⅰ a)式～（ⅲ a)式は，各状態Ⅰ，Ⅱに対応して以下のようなモデル式を構成する。

(47)

$$\begin{pmatrix} \hat{Y}_{Ht}(\mathrm{I}) \\ \hat{Y}_{Ht}(\mathrm{II}) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1-\pi_{\mathrm{I}} & \pi_{\mathrm{I}} \\ 1-\pi_{\mathrm{II}} & \pi_{\mathrm{II}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \hat{Y}_{H,t+1}(\mathrm{I}) \\ \hat{Y}_{H,t+1}(\mathrm{II}) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} i_t(\mathrm{I}) \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 1-\pi_{\mathrm{I}} & \pi_{\mathrm{I}} \\ 1-\pi_{\mathrm{II}} & \pi_{\mathrm{II}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\Pi}_{t+1}(\mathrm{I}) \\ \hat{\Pi}_{t+1}(\mathrm{II}) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} r_t^n(\mathrm{I}) \\ r_t^n(\mathrm{II}) \end{pmatrix}$$

(48)　$$\begin{pmatrix} \hat{\Pi}_t(\mathrm{I}) \\ \hat{\Pi}_t(\mathrm{II}) \end{pmatrix} = \kappa \begin{pmatrix} \hat{Y}_{Ht}(\mathrm{I}) \\ \hat{Y}_{Ht}(\mathrm{II}) \end{pmatrix} + \beta \begin{bmatrix} 1-\pi_{\mathrm{I}} & \pi_{\mathrm{I}} \\ 1-\pi_{\mathrm{II}} & \pi_{\mathrm{II}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\Pi}_{t+1}(\mathrm{I}) \\ \hat{\Pi}_{t+1}(\mathrm{II}) \end{pmatrix}$$

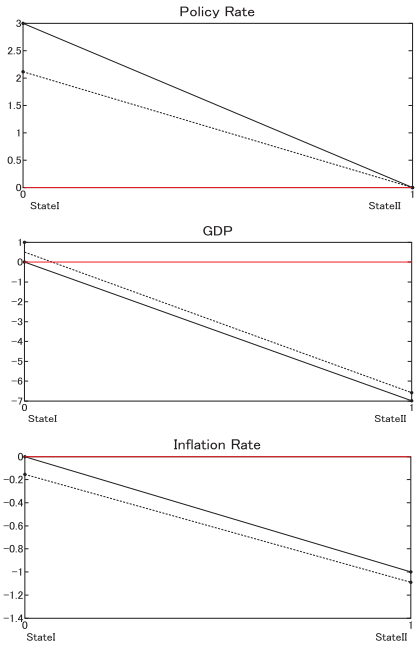
(49)　$$\begin{pmatrix} i_t(\mathrm{I}) \\ i_t(\mathrm{II}) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1-\pi_{\mathrm{I}} & \pi_{\mathrm{I}} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \phi \begin{pmatrix} \hat{\Pi}_{t+1}(\mathrm{I}) \\ \hat{\Pi}_{t+1}(\mathrm{II}) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \bar{r} \\ 0 \end{pmatrix}$$

かくして，これらの準対数線形式に対し第３表のような構造パラメータを設定し，数値計算における時間反復法（time iteration method）を適用すると，第５図のような２状態マルコフ・ショックの数値解が描ける[8)]。なお，今期の状態が状態Ⅰであるとき，次期の状態が状態Ⅱと

第３表　構造パラメータ

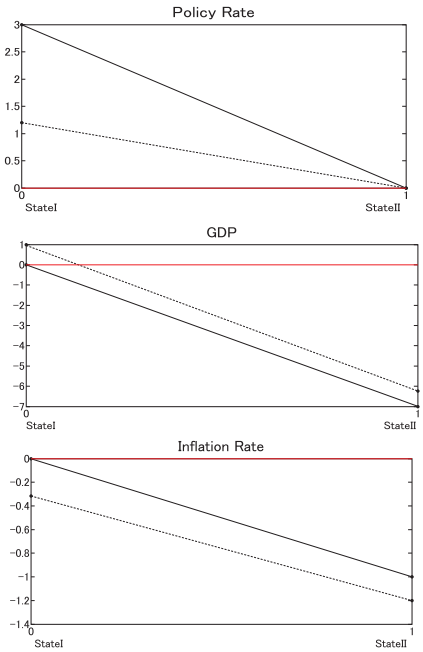
パラメータ	値	説明
β	$1/(1+\bar{r})$	時間的割引率
ψ	1.0	インフレ率に対する政策反応係数
ϕ	5.0	インフレ率目標値との乖離に対する政策反応係数
$\bar{r}$	0.0075	定常状態の純（ネット）利子率
π_{I}	0.0	状態Ⅰから状態Ⅱへ推移する確率
π_{II}	0.7	状態Ⅱから状態Ⅱに留まる確率

第５- ａ図　２状態マルコフ・ショック（2.5%）



備考　実線：$P_I = 0.0\%$、鎖線：$P_I = 2.5\%$

第５- ｂ図　２状態マルコフ・ショック（5.0%）



備考　実線：$P_I = 0.0\%$、鎖線：$P_I = 5.0\%$

なる確率はゼロ（$\pi_{\mathrm{I}} = 0$）と置き（したがって状態Ｉは吸収状態（absorbing state）である），他方，今期の状態が状態IIであるとき次期の状態が状態IIに留まる確率は70％（$\pi_{\mathrm{II}} = 0.7$）と置く。

ｆ　数値計算結果

第５図を見ると，状態Ｉ（＝横軸･左端点）では政策金利（＝名目利子率）はプラスになっており，また産出ギャップならびにインフレ率はともにゼロの値，すなわち定常均衡を示している。他方，状態II（＝横軸･右端点）では政策金利はゼロ水準で下方制約されている。したがって，この場合

(50)　$f_t(i(k), \hat{\Pi}(k), r^n(k) \mid \forall k \in \{\mathrm{I}, \mathrm{II}\}) = i_t(k) - E_t\hat{\Pi}_{t+1}(k) - r_t^n(k)$

において，負の構造ショックより自然利子率$r_t^n(\mathrm{II})$が下落したとき，
$f_t(\mathrm{II}) = i_t(\mathrm{II}) - E_t\hat{\Pi}_{t+1}(\mathrm{II}) - r_t^n(\mathrm{II}) = 0$となるような政策金利$i_t(\mathrm{II})$の十分な引下げは見込めず
$f_t(\mathrm{II}) > 0$（⇔実質利子率＞自然利子率）となり，動学的ＩＳ曲線式
$\hat{Y}_{Ht}(\mathrm{II}) = E_t\hat{Y}_{H,t+1}(\mathrm{II}) - f_t(\mathrm{II})$より政策金利の操作による景気浮揚効果は得られないことが示される。このことから，状態IIでは産出ギャップならびにインフレ率はともに大きく低下している。

ここで吸収状態Ⅰより状態Ⅱへの遷移確率π_{I}を0.0％から2.5％ないしは5.0％に変更してみよう[9)]。すなわち，経済が現在も将来も100％の確率で状態Ⅰに留まる（i.e. 吸収される）ということでなく，一定の確率で状態Ⅱに推移することもあり得ると考える。すると，状態Ⅰでもそれに伴って政策金利は引き下げられ，またインフレ率は状態Ⅰと状態Ⅱの双方で低下する（i.e. 不確実性の非中立性）[10)]。その原因としては政策金利の下方制約が指摘できる。例えば，金融政策ルールにゼロ金利制約条件が採り入れられると，経済へのマイナスの構造ショックに対し政策金利を十分に引き下げることができず，金融面から有効な緩和的政策手段で対応することができない。それゆえ，危機確率が上昇し，不確実性が増すことによって自然利子率は低下するから動学的ＩＳ曲線式より産出ギャップも低下する。産出ギャップが低下すれば，ニューケインジアン・フィリップス曲線式より企業の実質限界費用ないしは売上数量は減少して価格設定行動に引き下げ圧力が掛かってくる。その結果，こうしたインフレ率の低下は金融政策ルール式より状態Ⅰでも政策金利$i_t(\mathrm{I})$（>0）の引き下げにつながる。

これに対し，産出ギャップは状態Ⅰ・状態Ⅱの双方で上振れるが，それは状態Ⅰで遷移確率が正，すなわち$1 \geq \pi_{\mathrm{I}} > 0$より予想インフレ率$E_t\hat{\Pi}_{t+1}(\mathrm{I})$が低下し[11)]，これに呼応して政策金利$i_t(\mathrm{I})$がフォワード・ルッキングなテイラー・ルールに基づいてより低く操作されることによる。

かくして，準対数線形動学的開放マクロ経済モデルの２状態マルコフ・ショックに対する上述数値計算結果とその政策的インプリケーションを纏めると以下のごとくとなる。

(a)　負の確率的な需要ショックに対し，ゼロ金利政策はインフレ率やＧＤＰ，したがって雇用や賃金を下方制約が無き場合より大きく下げる。すなわち，生産活動や雇用を縮小させて景気を後退させ，デフレ現象を進行させる。

(b)　加えて金利の下方制約政策より危機確率が上昇し，不確実性が高まると，フォワード・ルッキングを主体とした家計や企業の生産･消費行動にブレが生ずる。すなわち，「不確実性の非中立性」命題が妥当する。

(c)　したがって，デフレ不況の対応策としては金利調整のみではその効果に限界があるため，質的・量的拡大策（ＱＱＥ）などにより広範囲に補完することは重要である[12)]。

(d)　通貨当局・中央銀行は，併せてフォワード・ガイダンスを徹底させて時間軸効果を高めつつ民間経済主体の不確実性を最小化することも考慮に値する。

g　N状態マルコフ連鎖過程

つぎに計画期間における２状態のマルコフ連鎖構造ショックをN状態のマルコフ・ショックに拡張してみよう。

中央銀行の政策行動をこれまでのテイラー・ルールに基づく金融政策“反応”式に替え，以下のような準線形動学的開放経済モデルの枠組みの下での金融政策“目標”式で定義する。

(51)　$\min_{\{\hat{Y}_{H,t+i}\}\{\hat{\Pi}_{t+i}\}} : E_t \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i \frac{1}{2}[\omega(\widehat{Y}_{H,t+i} - \hat{Y}_{H,t+i}^{pot})^2 + (\hat{\Pi}_{t+i} - \hat{\Pi}_{t+i}^{t\arg})^2]$

…金融政策目標式

s.t.　$\hat{Y}_{Ht} \geq E_t \hat{Y}_{H,t+1} - (i_t - E_t \hat{\Pi}_{t+1}) + r_t^n$　…動学的ＩＳ曲線式

$\hat{\Pi}_t \geq \kappa \hat{Y}_{Ht} + \beta E_t \hat{\Pi}_{t+1} + v_t$　…ニューケインジアン・フィリップス曲線式

$i_t \geq 0$　…名目利子率制約式

$r_t^n = (1-\alpha_{r^n})\bar{r}^n + \alpha_{r^n} r_{t-1}^n + \varepsilon_{r^n,t}$，　$\varepsilon_{r^n,t} \sim i.i.d.N(0,\sigma_{r^n}^2)$，　$|\alpha_{r^n}| < 1$

…自然利子率ショック

$v_t = \alpha_v v_{t-1} + \varepsilon_{v,t}$，　$\varepsilon_{v,t} \sim i.i.d.N(0,\sigma_v^2)$，　$|\alpha_v| < 1$

…マークアップ・ショック

r_0^n, v_0 given

$t = 1, 2, \cdots$

すなわち，中央銀行は，現実ＧＤＰの潜在ＧＤＰからのギャップの分散に加え，さらに目標インフレ率と現実インフレ率との差の分散に関する加重和の割引現在価値（＝経済損失）を，準線形動学的開放経済モデルの枠組みに従って将来に亘り最小にすることをもって政策目標にすると考える。ω（>0）はＧＤＰギャップとインフレ率の政策ウエイトを表す。それゆえ，上記の制約条件付き最小問題に対し動学的ラグランジュ関数を以下のように設定する[13)]。

(52)　$\mathcal{L}_t = E_t \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i [\frac{1}{2}\{\omega(\widehat{Y}_{H,t+i})^2 + (\hat{\Pi}_{t+i})^2\}$

$-\lambda_{IS,t}\{\hat{Y}_{Ht} - E_t \hat{Y}_{H,t+1} + (i_t - E_t \hat{\Pi}_{t+1}) - r_t^n\}$

$-\lambda_{PC,t}(\hat{\Pi}_t - \kappa \hat{Y}_{Ht} - \beta E_t \hat{\Pi}_{t+1} - v_t)$

$-\lambda_{ZLB,t}(-i_t)]$

ただし $\{\lambda_{IS,t}, \lambda_{PC,t}, \lambda_{ZLB,t}\}_{t=0}^{\infty}$ は各制約条件式に掛かるラグランジュ乗数である。

ここで中央銀行は，任意の時点 t で現在から将来に亘って最適金融政策（i.e. 社会的損失関数の最小化⇔社会的厚生関数の最大化）の実施をコミットする所謂「コミットメント型最適金融政策」を考える[14)]。すると中央銀行の最適金融政策の必要条件は，上記（52）式の動学的ラグランジュ関数に「Kuhn=Tucker 定理」[15)] を適用することにより，

(53)　$\partial \hat{Y}_{Ht} : \omega \hat{Y}_{Ht} - \lambda_{IS,t} + \beta^{-1}\lambda_{IS,t-1} + \kappa\lambda_{PC,t} = 0$

(54)　$\partial \hat{\Pi}_t : \hat{\Pi}_t - \lambda_{PC,t} + \lambda_{PC,t-1} + \beta^{-1}\lambda_{IS,t-1} = 0$

(55)　$\partial i_t : -\lambda_{IS,t} + \lambda_{ZLB,t} = 0$

(56)　$\lambda_{IS,t} \geq 0,\ \lambda_{PC,t} \geq 0,\ \lambda_{ZLB,t} \geq 0$

を得る。このことから，

(57)　$(\forall \lambda_{ZLB,t} \geq 0 \,\&\, \forall i_t \geq 0)\ \lambda_{ZLB,t} i_t = 0$

より，

（ｉ）　$i_t > 0 \ \Rightarrow\ \lambda_{IS,t} = \lambda_{ZLB,t} = 0$

（ii）　$i_t = 0 \ \Rightarrow\ \lambda_{IS,t} = \lambda_{ZLB,t} \geq 0$

なる相補スラック条件が導ける。したがって（ｉ）のケースでは $(\lambda_{IS,t-1}, \lambda_{PC,t-1}, r_t^n, v_t)$ が与えられると，目的関数を最小にする Kuhn=Tucker 条件式は，

(58)　$\hat{Y}_{Ht} = E_t \hat{Y}_{H,t+1} - (i_t - E_t \hat{\Pi}_{t+1}) + r_t^n$

(59)　$\hat{\Pi}_t = \kappa \hat{Y}_{Ht} + \beta E_t \hat{\Pi}_{t+1} + v_t$

(60)　$\omega \hat{Y}_{Ht} + \beta^{-1}\lambda_{IS,t-1} + \kappa\lambda_{PC,t} = 0$

(61)　$\hat{\Pi}_t - \lambda_{PC,t} + \lambda_{PC,t-1} + \beta^{-1}\lambda_{IS,t-1} = 0$

となるので，これら４式より，設定された構造パラメータ (κ, β, ω) のもと最適解 $\{\hat{Y}_{Ht}, \hat{\Pi}_t, i_t, \lambda_{PC,t}\}_{t=1}^{\infty}$ が求まる。他方，（ii）のケースでは，同様にして（59）式・（61）式に加え，

(58a)　$\hat{Y}_{Ht} = E_t \hat{Y}_{H,t+1} + E_t \hat{\Pi}_{t+1} + r_t^n$

(60a)　$\omega \hat{Y}_{Ht} - \lambda_{IS,t} + \beta^{-1}\lambda_{IS,t-1} + \kappa\lambda_{PC,t} = 0$

より最適解 $\{\hat{Y}_{Ht}, \hat{\Pi}_t, \lambda_{IS,t}, \lambda_{PC,t}\}_{t=1}^{\infty}$ が求まる。

中央銀行は上述した将来に亘る最適金融政策の施行をコミットせず，期ごとに社会的損失関数を最小化するよう経済変数をコントロールする（re-optimize）ところのもう一つの代替的な最適金融政策，すなわち「裁量型最適金融政策」を考えてみよう。この場合，中央銀行の最適必要条件として，

(62)　$\partial \hat{Y}_{Ht} : \omega \hat{Y}_{Ht} - \lambda_{IS,t} + \kappa \lambda_{PC,t} = 0$

(63)　$\partial \hat{\Pi}_t : \hat{\Pi}_t - \lambda_{PC,t} = 0$

(64)　$\partial i_t : -\lambda_{IS,t} + \lambda_{ZLB,t} = 0$

(65)　$\lambda_{IS,t} \geq 0,\ \lambda_{PC,t} \geq 0,\ \lambda_{ZLB,t} \geq 0$

を得る。したがって，相補スラック条件の（ｉ）のケースでは，

(60b)　$\omega \hat{Y}_{Ht} + \kappa \lambda_{PC,t} = 0$　　（←（62）式）

となるから，(58）式・(59）式に加え（60b）式・(63）式より最適解 $\{\hat{Y}_{Ht}, \hat{\Pi}_t, i_t, \lambda_{PC,t}\}_{t=1}^{\infty}$ が求まる。また，（ⅱ）のケースでは，同様にして

(60c)　$\omega \hat{Y}_{Ht} - \lambda_{IS,t} + \kappa \lambda_{PC,t} = 0$　（←（62）式）

より，(58a）式・(59）式・(63）式と共に最適解 $\{\hat{Y}_{Ht}, \hat{\Pi}_t, \lambda_{IS,t}, \lambda_{PC,t}\}_{t=1}^{\infty}$ が求まる。

ｈ　数値計算

ここで上記最適裁量政策に関して具体的に数値計算を行って解を求めてみよう。

まず状態変数 (r_t^n, v_t) に対し，各グリッドのベクトルを $S_{1t} = \left(r_{1t}^n, r_{2t}^n, \cdots, r_{N_r,t}^n\right)$ ならびに $S_{2t} = \left(v_{1t}, v_{2t}, \cdots, v_{N_v,t}\right)$ で表し，これらグリッド・ベクトルのテンソル積を $S_t = S_{1t} \otimes S_{2t}$ によって定義する。これより全グリッドの組み合わせを S_t によって決めることができる。そこで $N_{r^n,t} = 31$ ならびに $N_{v,t} = 31$ と置いてテンソル積 S_t のサイズを961とする。

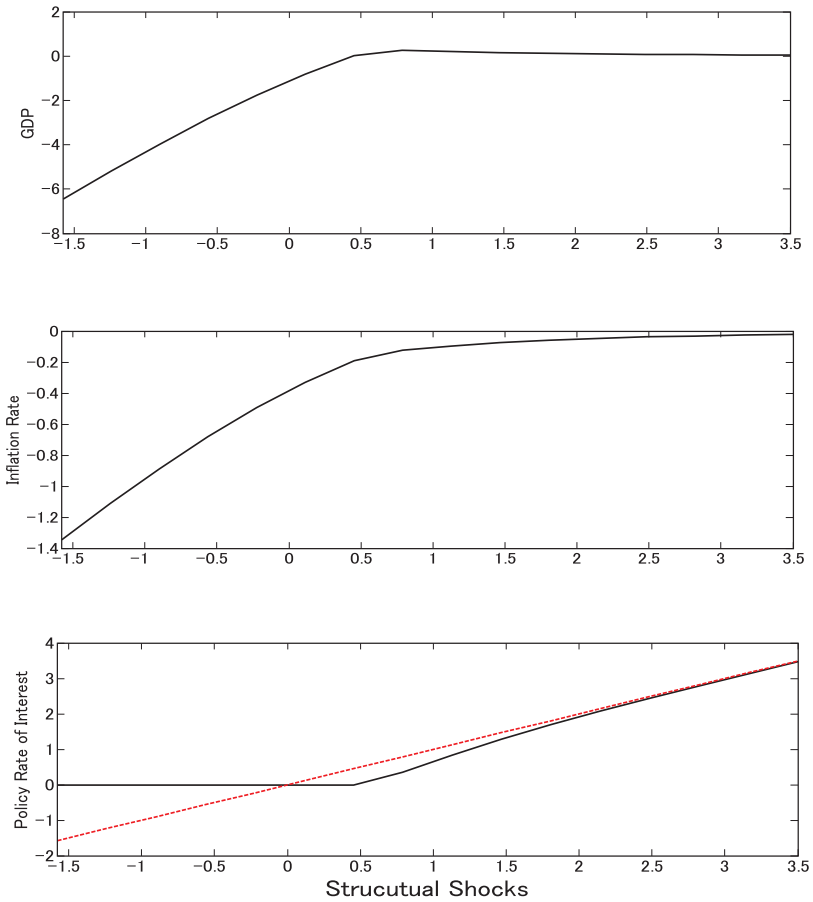
つぎに連続した値をとる外生的構造ショック，すなわち自然利子率ショックとマークアップ・ショックの自己回帰確率過程 AR（１）に対し，Tauchen（1986）のアルゴリズムを適用してマルコフ連鎖過程による離散的値で近似する。その上で S_t の要素である各グリッド上でマルコフ連鎖遷移確率を基に最適化手順に則った上述動学的開放経済モデルを繰り返し反復計算し，収束しているか否かを判断して政策関数空間内の「不動点」を見付ける。これより最適解としての数値解が求まる（i.e. 時間反復法）。予め設定した構造パラメータと計算した結果を示せば第４表ならびに第６図のごとくである[16)]。

第６図を見ると、構造ショックにより自然利子率やマークアップ率が低下するとき、裁量的金融政策のもとで政策金利＝名目利子率（i_t）がゼロ制約されることにより、インフレ率がマイナスとなるデフレ期にあっては実質金利水準（＝ $i_t - E_t \hat{\Pi}_{t+1}$）は自然利子率（$r_t^n$）ほどに下がらない。したがってＧＤＰギャップ（$\hat{Y}_{Ht}$）は動学的ＩＳ曲線式より減少する。インフレ率（$\hat{\Pi}_t$）もまたニューケインジアン・フィリップス曲線式よりＧＤＰギャップの減少ならびにマークアップ・ショックにより低下する。ただし，インフレ率の低下の方がＧＤＰギャップの低下

第４表　構造パラメータ

パラメータ	値	説明
β	$1/(1+\bar{r})$	時間的割引率
κ	0.024	フィリップス・カーブ係数
ω	0.003	社会的損失関数の政策ウエイト
$\bar{r}$	0.00875	定常状態の純（ネット）利子率
α_r	0.8	自然利子率ショック AR 係数
α_v	0.0	マークアップ・ショック AR 係数
σ_r	1.524	自然利子率ショック標準偏差
σ_v	1e-5	マークアップ・ショック標準偏差

第６図　Ｎ状態ショック



より早まる傾向にあるのは，将来において政策金利がゼロ制約に達する可能性のあることを企業は見越して，フォワード・ルッキングな最適化行動より予め設定価格を引き下げることに起因する。ここに，ゼロ金利制約下で将来に不確実性が存在すると，企業や家計の経済活動に対してマイナス・ショックの影響を増幅させる効果のあることが見て取れる。したがって，政策金利を前もって引き下げる早期警戒的ないしは予防的な緩和政策（a preemptive easing policy）の採用は，例えばいざというときに利下げが行えるよう“糊しろ”をとっておく政策（a save-the-ammunition policy）などに比べ経済損失を小さくする（⇔経済厚生を高める）という意味で金融政策の最適性・有効性が増すことに繋がる。

Ⅴ　結び

本稿において，ニューケインジアン・タイプの準対数線形（線形）動学的開放マクロ経済モデルを構築し，その枠組みのもとでグローバル経済におけるゼロ金利政策の動学的メカニズムを検討した。

まず負の構造ショックが体系に及ぶ場合，その波及・伝播に関し，

(a)　構造ショックは確定的で１次の自己回帰過程に従い，且つその発生は初期時点のみと考える，

(b)　構造ショックは確率的で，２状態マルコフ連鎖過程に従う，

(c)　構造ショックは同じく確率的で，全期間に亘り N 状態（$\forall N \geq 3$）マルコフ連鎖過程に従う，

の３類型を仮定した。そしてそれぞれの構造ショックに対し反事実的･仮想的（counter factual）な前提条件の下で思考実験を行い，政策金利の下方制約の動学プロセスや意味合い，政策効果の有効性を検証した結果，以下のような点が明らかとなった。

（a）のケースでは，政策金利がゼロ水準で制約されるならば，下方制約無き場合より自国通貨建て名目為替レートも金利裁定が働いて増価圧力が加わり輸入物価は下落する。それゆえ全体でインフレ率は10.0％ポイント程度低下する。また，ＧＤＰは同様に為替レートの増価圧力より輸出の減少が加わって13.5％程度縮小する。雇用は同程度削減し，実質賃金率も27.0％ほど下落する。政策金利は凡そ11期間ゼロ水準に留まるが，その後テイラー・ルールに則って穏やかに長期中立的名目金利水準の２％に戻っていく。経済も定常均衡に向けて漸次回復していく。

（b）のケースでは，負の確率的な需要ショックに対し，ゼロ金利政策はインフレ率やＧＤＰ，したがって雇用や賃金を下方制約が無き場合より大きく下げる。すなわち，生産活動や雇用を縮小させて景気を後退させ，デフレ現象を進行させる。加えて金利の下方制約政策より危機確率が上昇して不確実性が高まると，フォワード・ルッキングに即した家計や企業の生産・消費行動にブレが生ずる。すなわち，「不確実性の非中立性」命題が妥当する。

（c）のケースでは，裁量的（discretionary）金融政策のもとで政策金利がゼロ制約されるとき，潜在ＧＤＰとの生産ギャップはゼロ制約が無き場合より下方に拡大する。インフレ率もまたこれら生産ギャップの下方拡大とともにインフレ率目標値から低下する。ただし，インフレ率の低下の方が生産ギャップの低下より時期が早まる傾向にあるが，それは将来において政策金利がゼロ制約に達する可能性の有ることを企業は見越して，フォワード・ルッキングな最適化行動により予め設定価格を引き下げることに起因する。ここに，ゼロ金利制約下で将来に「不確実性」が存在すると，企業や家計の経済活動に対してマイナス構造ショックの影響を“増幅”させる働きのあることが見て取れる。したがって，政策金利を前もって引き下げる早期警戒的ないしは予防的な緩和政策（a preemptive easing policy）の採用・実施は，例えばいざというときに利下げが行えるよう“糊しろ”をとっておく政策（a save-the-ammunition policy）などと比べ経済損失を小さくする（⇔経済厚生を高める）という意味で金融政策の最適性・有効性が増すことに繋がると言える。

いずれにしても，政策金利の引き下げには金利本来が持つ「非負性」なる特性が存在するため一定の限界があり，デフレ不況の対応策としては政策金利の調整に加え例えば質的・量的緩和策（ＱＱＥ）などにより広範囲に補完することは重要である。

（2022.05.25）

注

第Ⅰ章

１）日本銀行法第二条には，「日本銀行は，通貨及び金融の調節を行うに当たっては，物価の安定を図ることを通じて国民経済の健全な発展に資することをもって，その理念とする。」と謳っている。また第一条第二項では「日本銀行は，（中略），銀行その他の金融機関の間で行われる資金決済の円滑の確保を図り，もって信用秩序の維持に資することを目的とする。」と金融システムの安定化へ貢献することをも明記している。米国連邦準備制度（Federal Reserve Act SECTION 2A），英国イングランド銀行（Bank of England Act），欧州中央銀行（マーストリヒト条約 Article 105（1））など，他の主要国・地域の中央銀行でも同様の政策目的に関する規程が明記されている（各中央銀行のウェブサイト参照）。

第Ⅱ章

１）日本銀行「金融市場調節方針の変更について」1999年２月12日，URL: www. boj.or.jp/announcements/release_1999/k990212c.htm/（2021年12月最終閲覧）。

２）Taylor (1993).

３）これらのパラメータ推定は，動学的（確率的）一般均衡（ＤＳＧＥ）モデルに則ってマルコフ連鎖モンテカルロ（ＭＣＭＣ）法によるベイズ推定を用いて計算されており，本稿のような簡便な単一方程式モデルによる直接最小二乗推計とは異なる。ただし，いずれにしても政策の慣性が高い（＝金利のスムージング効果が強い）という日米欧における通貨当局・中央銀行の政策行動原理に関する一般的な傾向は見て取れよう。

４）Obstfeld/Taylor (1997).

第Ⅲ章

１）各家計・各企業が「同形的」とは，各家計の効用関数，予算制約式ならびに各企業の生産関数，財サービス需要関数，価格設定式，利潤関数などが同一フォーミュラで且つ関連するパラメータもまた特に断らない限りすべて同一であることを意味する。

２）本章で展開した理論モデルの構築にあたっては，加藤（2007），Obstfeld/Rogoff (1995), Smets/Wouters (2003) (2006) (2007), Christiano/Eichenbaum/Evans (2005), Gali/Monacelli (2005), Nakata (2017) に依拠した。

３）加法的分離可能な相対的危険回避度一定タイプの効用関数については，岡田義昭（2006）『国際金融の新たな枠組み』成文堂，p.103 注５参照。

４）idiosyncratic な外生的構造ショックによりδ_tが増加すると，効用の割引率は上昇するゆえ将来の効用フローの相対的価値は高まる。したがって，他の条件にして等しければ，家計は現在の消費需要を減らして将来に充てる。

５）財サービス価格指標 P_{Ht}，P_{Ft} が所与のとき，代表的家計が（２）式で示されるような実質財サービス消費量の制約式の下で，制御変数 $\{C_{Ht}\},\{C_{Ft}\}$ に対して名目支出額 $P_{Ht}C_{Ht}+P_{Ft}C_{Ft}$を最小化するときに計算される総合的物価指標を$P_t$と定義すれば，これより（３）式が求まる（岡田（2022））。

６）西村和雄（1990）『ミクロ経済学』東洋経済新報社，pp.197-198.

７）債券に関しては純供給をゼロとする（i.e. 新規発行額＝償還額）。したがって，自国・外国の代表的家計の債券保有に対しては正の初期賦存量（positive initial endowment）を仮定する。

８）Kuhn/Tucker (1951).

９）岡田（2022）。１階の必要条件は，（８）式～（10）式に加えて，さらにラグランジュ乗数が非負（i.e. $\lambda_t \geq 0$）であることと制約条件との積がゼロであることが付加される。外国家計も同様である。

10）ibid.

11）ibid.

12）ibid.

13）本節では １企業１財生産を仮定したので，ここでは企業 j の生産する財を便宜的に j としておく。

14）岡田（2022）。

15）ここではテイラー原則（Taylor principle）に従うと仮定する。すなわち，政策金利＝名目金利をインフレ率の変化以上に動かすことによって構造ショックの影響を相殺すると考える（i.e. $\phi > 1$）。

16）Benhabib/Schmitt-Grohe/Uribe (2001), Nakata (2017).

17）以下の議論は，仲田（2020/2021），Benhabib/Schmitt-Grohe/Uribe (2001) に依る。

18）ここではテーラー・ルールとして慣性（inertia）無し（i.e. $\psi = 1$）の政策反応関数（a truncated Taylor rule）を仮定した。また，毎期の物価目標水準を $P_t^{t\arg} = P_{t-1}^{t\arg} = const.$として，$\Pi_t^{t\arg} \equiv \dfrac{P_t^{t\arg}}{P_{t-1}^{t\arg}} = 1$ とする。

19）第３図の計算は，仲田（2020/2021）の MATLAB code を用いた。

20）Nakata (2017) p.192.

21）対数線形化の方法としては，岡田義昭（2017）『マクロ経済分析の地平』成文堂，第４章補論「対数線形化」を参照。

22）$\rho \to 1$ であれば代表的家計の効用関数の消費部分は対数関数，すなわち$(C_t)^{1-\rho}/(1-\rho) \to \ln(C_t)$ となる。また，（ⅱ）式のニューケインジアン・フィリップス曲線式を導く際，テクニカルな面から以下の仮定を設けた。自国の中間財生産企業は自社の財を独占的競争下の “国内市場” でのみ販売するため，自社製品のフォワード・ルッキングな価格設定（＝最適生産計画）に際し，為替レート変動から受ける生産計画面への影響は小さいと仮定する。すなわち，$\hat{P}_{Ht} \approx \hat{P}_t \Leftrightarrow \hat{P}_{Ht} - \hat{P}_t \cong 0$ とする。

第Ⅳ章

１）構造ショックが確定的で１次の自己回帰過程（AR（１））に従う動学的開放マクロ経済モデルの構築にあたっては，加藤（2007），仲田（2021-2021），Gali/Monacelli (2005), Cook/Devereux (2016), Nakata (2017) に依った。

２）２状態マルコフ連鎖動学的開放マクロ経済モデルの構築に際しては，北尾／砂川／山田（2019），Eggartsson/Woodford (2003), Braun/Körber/Waki (2013) に依った。

3）N状態マルコフ連鎖モデルの構築には，加藤（2007），北尾 / 砂川 / 山田（2019），Svensson (1997), Adam/Billi (2004) (2007) に依った。

4）『経済学大辞典・第２版』（1980）東洋経済新報社，Vol. Ⅰ p.852, Vol. Ⅲ p.567.

5）本表中の各構造パラメータの設定に関しては，Nakata (2017) p.193ならびに仲田（2020/21）Dynare code のパラメータに倣った。ただし，為替レートの調整速度γに関しては，日本のコールレートと米国の FF レートとの差に対する日本円の対米ドル直物四半期平均為替レート（対数値）との回帰計算（1995Q １～2020Q ４；IMF *IFS*）より求めた。

6）本インパルス応答計算では，仲田（2020/21）の MATLAB & Dynare code を基に，為替レート決定式，輸出入関数，総合物価決定式などを加えて開放化を図った。なお，為替レート決定式中の予想為替レート $E_t\hat{S}_{t+1}$ に関しては，静学的，適応的，外挿的，回帰的，分布ラグ，合理的等の予想タイプのいずれかを定式化して内生的に組み込めるが，本インパルス応答計算では簡略化して体系の外から与えられる外生変数扱い（＝定数）とした。

7）したがって，金利平価に基づく為替レート決定式が体系から除かれ，また財裁定取引を経て購買力平価が成り立つことにより（i.e. $P_{Ht}=S_tP_{Ft}^*$），総合物価決定式 $P_t=(P_{Ht})^{1-\chi}(S_tP_t^*)^{\chi}$ のフォーミュラから $P_t=S_tP_t^*$，$\hat{\Pi}_t=\hat{\Pi}_{Ht}$ を得る。

8）数値計算（＝時間反復法）の MATLAB code は Sunakawa, T. (URL: github.com/keizai-seminar-quant-macro/chapter5）を用いた。数値計算の技術的な詳細はクアルテローニ / サレリ / ジェルヴァシオ（2014），Milanda/Fackler (2002), Judd (1998) を参照。また，第３表の構造パラメータは主に Sunakawa, *op. cit.* に倣った。

9）以下の議論は，仲田（2020/21），北尾 / 砂川 / 山田（2019），Nakata (2017), Hills/Nakata/Schmidt (2016) に依る。

10）北尾 / 砂川 / 山田（2019）p.114，Hills/Nakata/Schmidt (2016) p.8.

11）$E_t\hat{\Pi}_{t+1}(\mathrm{I})=(1-\pi_{\mathrm{I}})\hat{\Pi}_{t+1}(\mathrm{I})+\pi_{\mathrm{I}}\hat{\Pi}_{t+1}(\mathrm{II})$ において，$\hat{\Pi}_{t+1}(\mathrm{I})>\hat{\Pi}_{t+1}(\mathrm{II})$ のとき，

$\pi_{\mathrm{I}}=0\Rightarrow E_t\hat{\Pi}_{t+1}(\mathrm{I})=\hat{\Pi}_{t+1}(\mathrm{I})$，ならびに $1\geq\pi_{\mathrm{I}}>0\Rightarrow E_t\hat{\Pi}_{t+1}(\mathrm{I})=(1-\pi_{\mathrm{I}})\hat{\Pi}_{t+1}(\mathrm{I})+\pi_{\mathrm{I}}\hat{\Pi}_{t+1}(\mathrm{II})$

となることにより，$\pi_{\mathrm{I}}>0$ に伴い予想インフレ率 $E_t\hat{\Pi}_{t+1}(\mathrm{I})$ の低下することが示される。

12）量的拡大政策の有効性は別途異なる分析枠組みの下で検討した（岡田（2021））。

13）目標インフレ率 $\hat{\Pi}_t^{targ}$ は正確にはインフレ率目標値の定常状態からの対数線形乖離であるが，ここでは第Ⅲ章・注18）で示したごとく毎期の物価目標水準を $P_t^{t\arg}=P_{t-1}^{t\arg}=const.$ とし，$\Pi_t^{t\arg}\equiv\dfrac{P_t^{t\arg}}{P_{t-1}^{t\arg}}=1$ とする。同様に，$\hat{Y}_{H,t+i}^{pot}$ も潜在ＧＤＰの定常状態からの対数線形乖離であるが，定常均衡＝潜在ＧＤＰ水準から $\hat{Y}_{H,t+i}^{pot}=0$ となる。

14）コミットメント型ならびに裁量型の最適金融政策については，加藤（2007）第６章ならびにその参考文献を参照。

15）Kuhn/Tucker (1951).

16）時間反復法の MATLAB コードは Sunakawa, *op.cit.* を用いた。また，第４表の構造パラメータは Adam/Billi (2004) (2008) ならびに Sunakawa, *op.cit.* MATLAB コードに依った。なお，マークアップ・ショックの構造パラメータ設定値に関し，AR 係数がゼロで且つ標準偏差が低いのは，米国経済の統計データに鑑みて同ショックのＧＤＰやインフレ率，名目金利に及ぼす影響が小さいことによるとされる（Adam/Billi (2004) p.17, *ditto* (2008) p.p.13-14）。

参考文献

岡田義昭 (2018)「開放マクロ経済の動学的一般均衡モデル分析」『商学研究』第59巻第１号，pp.1-67，愛知学院大学

――― (2021)「伝統的金融政策と非伝統的金融政策：開放マクロ経済分析」『商学研究』第62巻第１号，pp.1-78，愛知学院大学

――― (2022)「政策金利の下方制約と開放マクロ経済・再考：テクニカル・ノート」*mimeo*

加藤涼 (2007)『現代マクロ経済学講義：動学的一般均衡モデル入門』東洋経済新報社

北尾早苗 / 砂川武貴 / 山田知明 (2019)「定量的マクロ経済学と数値計算５」『経済セミナー』2019年８・９月号，日本評論社，p.p.111-121

クアルテローニ，A./F. サレリ /P. ジェルヴァシオ（加古孝・千葉文浩訳）(2014)『MATLAB と Octave による科学技術計算』丸善出版

仲田泰祐 (2020-2021)「ゼロ金利制約下の金融政策：FRB の政策運営１」『経済セミナー』2020-2021年12・１月号，日本評論社，p.p.70-80

Adam, K. and R.M. Billi (2004), "Optimal Monetary Policy under Commitment with a Zero Bound on Nominal Interest Rates," *Working Paper Series* No. 377, European Central Bank

――― and ――― (2007), "Discretionary Monetary Policy and the Zero Lower Bound on Nominal Interest Rates," *Journal of Monetary Economics*, Vol.54, pp.728-752

Amador, M., J. Bianchi, L. Bocola, and F. Perri (2017), "Exchange Rate Policies at the Zero Lower Bound," *Working Paper* 740, Federal Reserve Bank of Minneapolis

Basu, S. and B. Bundick (2016), "Uncertainty Shocks in a Model of Effective Demand," *Working Paper* 14-15, Federal Reserve Bank of Kansas City

Benhabib, J., S. Schmitt-Grohe, and M. Uribe (2001), "The Perils of Taylor Rules," *Journal of Economic Theory*, Vol. 96, p.p. 40-69

Bilal, M.A. (2017), "Exchange Rate Risk near the Zero Lower Bound," *mimeo*, New York University

Bodenstein, M., C. J. Erceg, and L. Guerrieri (2017). "The Effects of Foreign Shocks When U.S. Interest Rates Are at Zero." *Canadian Journal of Economics*, Vol.50, No. 3, pp.660-684

Braun, R.A., L.M. Körber, and Y. Waki (2013), "Small and Orthodox Fiscal Multipliers at the Zero Lower Bound," *Working Paper* 2013-13, Federal Reserve Bank of Atlanta

Christiano, L.J., M. Eichenbaum, and C.L. Evans (2005), "Nominal Rigidities and the Dynamic Effects of a Shock to Monetary Policy," *Journal of Political Economy*, Vol.113, pp.1-45

―――, ―――, and S. Rebelo (2011), "When is the Government Spending Multiplier Large?" *Journal of Political Economy*, Vol.119, pp.78-121

Cook, D. and M.B. Devereux (2016), "Exchange Rate Flexibility under the Zero Lower Bound," *Journal of International Economics*, Vol.101, pp.52–69

Corsetti, G., K. Kuester, and G.J. Muller (2017), "Fixed on Flexible: Rethinking Exchange Rate Regimes after the Great Recession," *CEPR Discussion paper* 11432, Cambridge University

Eggertsson, G.B. and M. Woodford (2003), "The Zero Bound on Interest Rates and Optimal Monetary Policy," *Brookings Papers on Economic Activity*, I, pp.139-233

Fernández-Villaverde, J., G. Gordon, P.A. Guerrón-Quintana, and J. Rubio-Ramírez (2012), "Nonlinear Adventures at the Zero Lower Bound," *Working Paper* 18058, National Bureau of Economic Research

Gali, J. and T. Monacelli (2005), "Monetary Policy and Exchange Rate Volatility in a Small Open Economy," *Review of Economic Studies*, Vol.72, pp.707-734

Gavin, W.T., B.D. Keen, A.W. Richter, and N.A. Throckmorton (2015), "The Zero Lower Bound, the Dual Mandate, and Unconventional Dynamics," *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol.55, pp.14-38

Gust, C., D. López-Salido, and M.E. Smith (2012), "The Empirical Implications of the Interest-Rate Lower Bound," *Finance and Economics Discussion Series* 2012-83, Divisions of Research & Statistics and Monetary Affairs, Federal Reserve Board

Hills, T.S., T. Nakata, and S. Schmidt (2016), "The Risky Steady State and the Interest Rate Lower Bound," *Finance and Economics Discussion Series* 2016-009, Divisions of Research & Statistics and Monetary Affairs, Federal Reserve Board

Johannsen, B.K. (2014), "When are the Effects of Fiscal Policy Uncertainty Large?" *Finance and Economics Discussion Paper* 2014-40, Board of Governors of the Federal Reserve System

Judd, K.L. (1998), *Numerical Methods in Economics*, the MIT Press

Jung, T., Y. Teranishi, and T. Watanabe (2001), "Optimal Monetary Policy at the Zero-Interest-Rate Bound," *KIER Working Paper* 0525, Kyoto University

Kuhn, H.W. and A.W. Tucker (1951), "Nonlinear Programming," in *Proceedings of the Second Berkeley Symposium on Mathematical Studies and Probability*, Vol.2, University of California Press, pp.481-492

Levin, A.T., A. Onatski, J.C. Williams, and N. Williams (2005), "Monetary Policy under Uncertainty in Micro-founded Macroeconometric Models," *Working Paper* 11523, National Bureau of Economic Research

Miranda, M.J. and P.L. Fackler (2002), *Applied Computational Economics and Finance*, the MIT Press

Nakata, T. (2017), "Uncertainty at the Zero Lower Bound," *American Economic Journal: Macroeconomics*, Vol.9, pp.186-221

Nakov, A. (2008), "Optimal and Simple Monetary Policy Rules with Zero Floor on the Nominal Interest Rate," *International Journal of Central Banking*, Vol.4, pp.44-65

Ngo, P.V. (2014), "Optimal Discretionary Monetary Policy in a Micro-Founded Model with a Zero Lower Bound on Nominal Interest Rate," *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol.45, pp.44-65

Obstfeld, M. and K. Rogoff (1995), "Exchange Rate Dynamics Redux," *Journal of Political Economy*, Vol.103, No.3, pp.624-660

——— and A.M. Taylor (1997), "The Great Depression as a Watershed: International Capital Mobility over the Long Run," *Working Paper* 5960, National Bureau of Economic Research

Onatski, A. and N. Williams (2004), "Empirical and Policy Performance of a Forward-looking Monetary Model," *mimeo*

Smets, F. and R. Wouters (2003), "An Estimated Dynamic Stochastic General Equilibrium Model of the Euro Area," *Journal of the European Economic Association*, Vol.1, pp.1123-1175

——— and ——— (2006), "Model Appendix," *mimeo*

——— and ——— (2007), "Shocks and Frictions in US Business Cycles: A Bayesian DSGE Approach," *American Economic Review*, Vol.97, No.3, pp.586-606

Sugo, T. and K. Ueda (2007), "Estimating a DSGE Model for Japan: Evaluating and Modifying a CEE/SW/LOWW Model," *Working Paper Series*, No.07-E-2, Bank of Japan

Svensson, L.E.O. (1997), "Inflation Forecast Targeting: Implementing and Monitoring Inflation Targets," *European Economic Review*, Vol.41, pp.1111-1146

Taylor, J.B. (1993), "Discretion versus Policy Rules in Practice," *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, Vol.39, pp.195-214