不確実な環境下における作業工数見積もりを考慮したプロジェクト・スケジューリング問題に対する分枝限定法

森田　大輔・諏訪　晴彦

目　　次

概要

本研究では，プロジェクトは常に遅延するという前提のもとで，不確実性に対して頑健なスケジュールを生成するための手法を提案する。はじめに，工数見積もりをともなう資源制約付きプロジェクト・スケジューリング問題を定義する。この問題は，作業工数が不確実である環境下で，各作業の予定開始時刻と実施結果との差の期待値が最小になるように，工数，資源の割り当ておよび開始時刻を決定する。次に，対象問題の解法として分枝限定法に基づくスケジューリング手法を提案する。数値実験をとおして，提案手法の性能を評価するとともに，生成された最適なスケジュールの基本的な性質を明らかにする。

キーワード　プロジェクト・スケジューリング，分枝限定法，工数，不確実性

1　はじめに

製品開発や建設をはじめとするプロジェクトの実行過程では，作業者の予期せぬ欠勤や作業所要時間の過小見積もりなどにより，作業が予定よりも遅れることがある（De Meyer et al., 2002, Herroelen & Leus, 2005）。このような作業の遅延は，予定のスケジュールと実施結果との間に乖離を生じさせ，結果として，在庫やプロジェクトの遅れに関連する追加コストを招く恐れがある。したがって，プロジェクトの計画段階では，作業遅延の影響を受けにくい頑健なスケジュールを立案することが重要となる。

不確実な環境におけるプロジェクト・スケジューリングに関する多くの従前研究では，作業の開始時刻を決定する方法を提案することにのみ焦点をあてている。しかしながら，プロジェクト計画プロセスは，作業の開始時刻の決定だけでなく，作業への資源割り当てや所要時間の見積もりなど，複数のプロセスから構成される（Project Management Institute, 2018）。これらのプロセスは相互に関連するため，一部を切り取って問題の解決を図るには限界がある。

著者らはこの点に着目し，作業工数の見積もりをともなう資源制約付きプロジェクト・スケジューリング問題（Resource Constrained Project Scheduling Problem; RCPSP）を定義した（森田，諏訪，2015）。ここでの作業の工数とは，作業の実施に必要な単位時間あたりの資源量と作業の所要時間の積で定義される数値であり，作業の仕事量を表す。この問題では，作業の予定開始時刻と実施結果との差が最小になるように，作業の工数，割り当てる資源量および開始時刻が同時に決定される。森田，諏訪（2015）では,対象問題に対するヒューリスティクスを提案し，数値実験の結果から，作業の工数見積もりがスケジュールの遅延量に影響を及ぼすことを確認している。

本研究では,著者らの従前研究の拡張として,最適なスケジュールの生成に焦点を当て，作業の工数見積もりをともなうRCPSPに対する厳密解法を新たに提案する。まず，対象とするスケジューリング問題について述べ，その問題の解法として分枝限定法に基づくスケジューリング手法を提案する。提案手法は，探索過程において作業所要時間に関する最適化問題を解くことによって作業所要時間の取り得る範囲を限定し，探索時間の削減を図る。最後に，数値実験をとおして，提案手法の性能を計算時間の点から分析するとともに，提案手法によって得られた最適なスケジュールの特徴を明らかにする。

2　文献調査

これまでに，プロジェクトの不確実性を考慮した種々のスケジューリング手法が提案されている。それらの手法は，スケジューリング・ポリシーを生成する方法と意図的に余裕時間を挿入したスケジュール（緩衝スケジュール）を生成する方法の二つに分類される。

スケジューリング・ポリシーは，プロジェクト実施過程の各決定時点で，プロジェクトの情報に基づいて作業の開始を動的に決定するためのルール群を提供する。Fu et al.（2015）は，作業の所要時間と資源が変動するRCPSPに対して，スケジューリング・ポリシーを得るための手法を提案した。Rostami et al.（2018）は，確率的なRCPSPに対する一般化されたスケジューリング・ポリシーの枠組みを定義するとともに，スケジューリング・ポリシーを得るための2段階アルゴリズムを開発した。Creemers（2015）は，プロジェクトの期待メイクスパンを最小とするスケジューリング・ポリシーを求めるための厳密解法を示した。Ashtiani et al.（2011）は，期待メイクスパン最小化のために，2つのポリシーの要素を組み合わせたポリシーを新たに提案した。

緩衝スケジュールを生成するためのスケジューリング手法の研究では，ロバスト性評価尺度に焦点が当てられることが多い。ロバスト性評価尺度とは，不確実性に対するスケジュールの頑健性を表す数値であり，余裕時間や作業の先行関係に基づいて算出されることが多い。Khemakhem & Chtourou（2013）は，RCPSPにおいて，ロバスト性評価尺度とメイクスパンに関する指標との相関を調査した。Lamas & Demeulemeester（2016）は，作業所要時間が不確実であるプロジェクト・スケジューリング問題に対して，作業開始時刻を決定するための分枝カット法を提案した。Shen et al.(2015)は,4種類の目的関数を考慮したプロジェクト・スケジューリング問題に対する進化的アルゴリズムを提案した。Bruni et al.(2017)は,最悪ケースにおけるメイクスパンが最小となるように作業に資源を配分する方法を提案した。

スケジューリング手法を扱う研究では，時間／コストトレードオフ問題（Time/Cost Trade-off Problem ; TCTP）やマルチモード資源制約付きプロジェクト・スケジューリング問題（Multi-mode Resource Constrained Project Scheduling Problem; MRCPSP）などの，RCPSPを一般化した問題を対象としたものがいくつかみられる。

TCTPは，作業に割り当てる費用を決定することにより所要時間が決定する問題である。Mokhtari et al.（2010）は，期日までにプロジェクトが完了する確率を向上させることを目的としたTCTPに対して，切除平面法とモンテカルロ・シミュレーションを用いたハイブリッドなアプローチを提案した。Hazir et al.(2011) は，DTCTP-D (Deadline variant of the Discrete Time/Cost Trade-off Problem) の厳密解法と近似アルゴリズムを開発し，プロジェクトが所定の期日内に完了するように各作業の実施方法を選択するための手法を提案した。また，数値実験により，DTCTP-D に対するロバスト性評価尺度の妥当性を示した。

MRCPSP では, 作業には複数の処理方法（処理モード）があり，処理モードを選択することで，作業の実施に必要な資源量と所要時間が決定する。Baradaran et al. (2012) は，メイクスパン最小化を目的とした MRCPSP を解くために，散布探索と経路再連結アルゴリズムに基づくヒューリスティクスを提案した。

不確実な環境下におけるプロジェクト管理手法の一つとして，クリティカルチェーン・バッファマネジメント (Critical Chain/Buffer Management; CC/BM) がある (Goldratt, 2017)。CC/BM では，プロジェクトのメイクスパンを決定するクリティカル・チェーンを特定し，クリティカル・チェーンを保護するために時間的なゆとりである時間バッファを配置する。Hu et al. (2015) は，CC/BM に基づいたスケジュールの管理手法を提案した。また，CC/BM の枠組みにおいて，適切な時間バッファの大きさを決定するための手法が提案されている (Bie et al., 2012, Roghanian et al., 2018, Zhang et al., 2015)。

3　対象問題

本研究では，工数見積もりをともなう確率的なプロジェクト・スケジューリング問題を考える。ここでは，森田，諏訪 (2015) で提案したプロジェクト・スケジューリング問題の枠組みを説明する。この問題は RCPSP を拡張したものであり，主に以下の点が従来の RCPSP と異なる。

- 開始時刻に加えて資源の割り当てと工数の見積もりを決定変数として導入している。
- 実際の作業工数は不確実であると想定しており，工数の変動によって，作業開始時刻が予定よりも遅れることがある。
- 開始時刻に関する確率的なモデルを導入し，それを用いて作業の期待遅延量を目的関数として定義している。

3.1 工数見積もりをともなう RCPSP

対象とするプロジェクトは N 個の作業から構成されている。各作業は，プロジェクトで利用可能な N^R 種類の資源を用いて実施される。全ての作業の所要時間と開始時刻を決定することでプロジェクトのスケジュールが立案される。作業の集合 $\mathcal{A} = \{1, \ldots, N\}$ とすると，スケジュールを立案するために，はじめに各作業 $i (\in \mathcal{A})$ に対して①割り当てる資源を決定したあと，②工数を見積もる。これにより所要時間の見積もり d_i を得る。次に，各作業の先行関係やプロジェクトの期日などを考慮して③各作業の開始時刻 S_i を決定する。以降で各プロセスの詳細を述べる。

作業への資源割り当て

作業を実施するためには，プロジェクトで利用可能な資源の集合 $\mathcal{R} = \{1, \ldots, N^R\}$ から少なくとも 1 つの資源を割り当てる必要がある。ここでの資源は，人員や設備などの再利用可能な資源を想定している。資源 k の作業 i への割り当ては r_{ik} で表され，作業 i が資源 k を使用する場合は $r_{ik} = 1$, 使用しない場合は $r_{ik} = 0$ とする。作業 i $(\in \mathcal{A})$ に対する割り当て r_{ik} $(\in \{0, 1\})$ は，以下の式を満たす。

$$r_{ik} = 0 \quad k \notin \mathcal{R}_i \tag{1}$$

$$\sum_{k \in \mathcal{R}_i} r_{ik} \geq 1 \tag{2}$$

ここで，$\mathcal{R}_i$ $(\subseteq \mathcal{R})$ は，作業 i に割り当てることのできる資源の集合であり，あらかじめ与えられているものとする。

作業の工数見積もり

作業の工数は，作業の仕事量を表す数値であり，一般に，割り当てられた資源量と所要時間の積で定義される。本研究では，プロジェクトの不確実性によって作業の工数が変動する状況を想定している。作業 i の実際の工数を確率変数 W_i で表すこととする。また，作業 i の実際の工数の下限 w_i^L と上限 w_i^U および確率分布 F_{W_i}

は過去の類似作業やWBS（Work Breakdown Structure）によって事前に分かっていることとする。

計画段階における作業 i の工数見積もり w_i は $[w_i^L, w_i^U]$ の範囲で決定する。工数は資源量と所要時間の積で定義されることから，作業 $i(\in\mathcal{A})$ の所要時間の見積もりは，資源の総量 $R_i = \sum_{k\in\mathcal{R}_i} r_{ik}$ と工数の見積もり w_i により，

$$d_i = \left\lceil \frac{w_i}{R_i} \right\rceil \tag{3}$$

となる。ただし，$\lceil * \rceil$ は，$*$ 以上の最小の整数である。同様に，工数の下限 w_i^L と上限 w_i^U から作業 i の所要時間の下限と上限はそれぞれ，

$$d_i^L = \left\lceil \frac{w_i^L}{R_i} \right\rceil \tag{4}$$

$$d_i^U = \left\lceil \frac{w_i^U}{R_i} \right\rceil \tag{5}$$

である。

(3)式より，作業の工数が $[(\tau-1)R_i+1, \tau R_i]$ の範囲のとき，所要時間は τ となる。したがって，作業 i の所要時間が τ（$d_i^L \leq \tau \leq d_i^U$）となる確率 $F_i(\tau)$ は，

$$F_i(\tau) = \sum_{x=\max(w_i^L, (\tau-1)R_i+1)}^{\min(w_i^L, \tau R_i)} F_{W_i}(x) \tag{6}$$

より算出することができる。確率 $F_i(\tau)$ は次節で開始時刻の確率分布を算出する際に用いられる。

作業の開始時刻

各作業の開始時刻は，先行制約，資源制約およびプロジェクトの期日を考慮して決定される。プロジェクトを構成する作業間には技術的な先行関係が存在する。ここでは $\mathcal{P}_i$ を作業 i が開始される前に完了していなければならない作業の集合を表すこととする。また，同じ時間帯で同じ資源を使用することはできない。プロジェクトの期日 D は所与であることとし，全ての作業は期日までに完了していなければならない。

以上をまとめると，各作業の開始時刻は，

$$S_j + d_j \leq S_i \qquad j \in \mathcal{P}_i \tag{7}$$

$$\sum_{i\in\mathcal{A}_t} r_{ik} \leq 1 \qquad t = 0,1,\ldots,D-1;\ k \in \mathcal{R} \tag{8}$$

$$\max_{j\in\mathcal{A}} (S_i + d_i) \leq D \tag{9}$$

となるように決定しなければならない。ただし，$\mathcal{A}_t = \{i \mid S_i \leq t < S_i + d_i\}$ は，時刻 t で処理中の作業の集合を表す。

プロジェクトの実施過程で作業の工数が変動すると，実際の開始時刻が予定よりも遅れることがある。作業 i の実際の開始時刻の下界と上界をそれぞれ α_i および β_i とする。本研究では，先行作業が予定よりも早期に完了しても，予定よりも早く作業を開始することは考えない。また，先行作業が遅延した場合，実際の開始時刻は，先行作業の完了時刻の最大値で決定する。したがって，開始時刻の下界および上界は

$$\alpha_i = S_i \tag{10}$$

$$\beta_i = \max_{j\in\mathcal{P}_i\cup\widetilde{\mathcal{P}}_i} (\beta_i + d_i^U) \tag{11}$$

となる。ここで，$\widetilde{\mathcal{P}}_i$ は，資源に関する作業 i の先行作業の集合を表す。これは，同じ資源を利用する作業間に生じる先行関係であり，以下のように定義される。

$$\widetilde{\mathcal{P}}_i = \left\{ j\in\mathcal{A}\backslash\mathcal{P}_i \mid C_j \leq S_i \wedge \sum_{k\in\mathcal{R}_i} r_{ik} r_{jk} \geq 1 \right\} \tag{12}$$

3.2 期待遅延量

本研究では，工数の変動によって生じる作業遅延を低減するために，期待遅延量を目的関数として用いる。ここでの期待遅延量は，作業開始時刻の遅延量の期待値の総和である。期待遅延量を算出するためには，各作業の実際の開始時刻の確率分布を算出する必要がある。しかしながら，実際の開始時刻の確率分布は各作業の工数の分布，先行関係，割り当てられた資源，工数の見積もりおよび予定開始時刻などの複数の要素に影響を受けるため，厳密に導出することは現実的ではない。そこで本研究では，各作業の先行作業の情報を用いて，開始時刻の分布を近似的に算出することとした。

作業 i の開始時刻は，先行作業の完了時刻の最大値によって決まる。先行する全ての作業 $j(\in\mathcal{P}_i\cup\widetilde{\mathcal{P}}_i)$ の完了時刻が t 以下となる確率から，作業 $i(\in\mathcal{A})$ が時刻 t までに開始する確率

$$G_i(t) = \prod_{j \in \mathcal{P}_i \cup \widetilde{\mathcal{P}}_i} \left\{ \sum_{s=\alpha_i}^{\beta_i} \sum_{u=\alpha_i}^{s} F_j(t-s) G_j(u) \right\} \quad (13)$$

とする。(13) 式は先行作業 $j (\in \mathcal{P}_i \cup \widetilde{\mathcal{P}}_i)$ 間の先行関係を考慮していないため近似値となることに注意する。確率 G_i (t) より期待遅延量 f は，以下のように計算される。

$$f = \sum_{i \in \mathcal{A}} \sum_{t=\alpha_i}^{\beta_i} \{G_i(t) - G_i(t-1)\} \cdot (t - S_i) \quad (14)$$

本研究では，この期待遅延量 f を最小とするような厳密解法を提案する。

4 分枝限定法

ここでは，3 章で定義したスケジューリング問題に対する厳密解法を提案する。提案手法は分枝限定法に基づき，期待遅延量が最小となるような，各作業への資源の割り当て，工数の見積もりおよび開始時刻の組み合わせを求める。探索手順は，各パラメータを初期化した後，探索木のルート（レベル 0）を分岐することから始まる。探索木のレベル $\lambda (>0)$ のノードで，λ 個の作業からなる部分スケジュールを生成する。なお，λ に関連する記号は次のとおりである。

- $\mathcal{F}^\lambda$: 探索木のレベル λ のノードでスケジュール済みの作業集合
- $\mathcal{E}^\lambda$: 探索木のレベル λ のノードでスケジュール可能な作業集合
- a^λ: 探索木のレベル λ のノードでスケジュールされる作業
- $\mathcal{R}^\lambda$: (1)式および(2)式を満たす作業 a^λ の資源割り当てのパターン ($r^l_{a^\lambda,1}, \ldots, r^l_{a^\lambda,N^R}$) の集合 ($l = 1, \ldots, n$)
- $\mathcal{W}^\lambda$: 作業 a^λ の工数見積もりの候補の集合 $\{w^L_{a^\lambda}, \ldots, w^U_{a^\lambda}\}$

提案手法の手順は以下のとおりである。

Step 1 初期化
- 探索木のルートから探索を始めるため $\lambda \leftarrow 0$ とする。
- 探索木のルートにおいて，スケジュール済みの作業は存在しないため $\mathcal{F}^\lambda \leftarrow \emptyset$ とする。
- 先行作業を持たない作業を作業集合 $\mathcal{E}^\lambda$ に加える。すなわち，$\mathcal{E}^\lambda \leftarrow \{i | \mathcal{P}_i = \emptyset\}$ とする。
- 期待遅延量 f の上界値 $UB \leftarrow \infty$ とする。

Step 2 終了判定
- もし $\lambda = -1$ ならば，上界値 UB を最適値として出力し，探索を終了する。

Step 3 作業の選択
- もし，$\mathcal{E}^\lambda = \emptyset$ ならば $\lambda \leftarrow \lambda - 1$ として Step 2 へ戻る。そうでなければ，作業 $a^\lambda \in \mathcal{E}^\lambda$ を任意に選択する。
  $\mathcal{E}^\lambda \leftarrow \mathcal{E}^\lambda \backslash a^\lambda$ とする。
- 作業 a^λ に割り当て可能な資源のパターン $\mathcal{R}^\lambda = \{(r^1_{a^\lambda,1}, \ldots, r^1_{a^\lambda,N^R}), \ldots, (r^n_{a^\lambda 1}, \ldots, r^n_{a^\lambda,N^R})\}$ を列挙する。

Step 4 資源割当の決定
- もし，$\mathcal{R}^\lambda = \emptyset$ ならば Step 3 へ戻る。そうでなければ，資源の割り当て $r \in \mathcal{R}^\lambda$ を任意に選び，($r_{a^\lambda,1}, \ldots, r_{a^\lambda,N^R}$) $\leftarrow r$ とする。
- $\mathcal{R}^\lambda \leftarrow \mathcal{R}^\lambda \backslash r$ とする。
- $\mathcal{W}^\lambda \leftarrow \{w^L_{a^\lambda}, \ldots, w^U_{a^\lambda}\}$ とする。

Step 5 工数の決定
- もし，$\mathcal{W}^\lambda = \emptyset$ ならば Step 4 へ戻る。そうでなければ，工数 $w \in \mathcal{W}^\lambda$ を任意に選び，$w_{a^\lambda} \leftarrow w$ とする。
- $\mathcal{W}^\lambda \leftarrow \mathcal{W}^\lambda \backslash w$ とする。

Step 6 開始時刻の決定
- (7) ～ (9) 式を満たす最早開始時刻 s を計算し，作業 a^λ の開始時刻を s とする。もし，そのような開始時刻が存在しなければ，Step 5 へ戻る。

Step 7 上界値の計算
- 作業集合 $\mathcal{F}^\lambda \cup a^\lambda$ から得られる部分スケジュールの期待遅延量 f' を (14) 式に従って計算する。
- もし，$UB \leq f'$ ならば Step 5 へ戻る。

Step 8 分枝操作
- $\mathcal{F}^{\lambda+1} \leftarrow \mathcal{F}^\lambda \cup a^\lambda$，$\mathcal{E}^{\lambda+1} \leftarrow \{i \in \mathcal{A} \backslash \mathcal{F}^{\lambda+1} \mid \mathcal{P}_i \subseteq \mathcal{F}^{\lambda+1}\}$ とする。
- $\lambda \leftarrow \lambda + 1$ とする。

Step 9 上界値の更新
- もし，$\mathcal{F}^\lambda = \mathcal{A}$ ならばスケジュールの期待遅延量 f を計算する。

- $UB \leftarrow f$，$\lambda \leftarrow \lambda - 1$ とし，Step 3へ戻る。

提案手法では，Step 4とStep 5において，作業 a^{λ} の資源割り当てと工数の組み合わせを全て求めるため，計算時間が急激に増加する可能性がある。このような計算を可能な限り削減するため，以下の作業 i の開始時刻を s，資源 k の割り当てを r_k としたときの最小の所要時間を求める問題を解くことで，作業の所要時間がとりうる範囲を限定する。

$$\begin{aligned} \min \quad & d_i \\ \text{s. t.} \quad & (1) \sim (3),\ (7) \sim (9) \\ & S_i = s \\ & r_{ik} = r_k \qquad k \in \mathcal{R} \end{aligned}$$

この問題を解くことによって，作業所要時間の最小値 d_i^* が得られる。したがって，$d_i^* < R_i w_i$ となる資源の割り当てと工数の組み合わせを探索対象から外すことができる。

5 数値実験

ここでは，作業数 $N = 8, 10$，資源数 $N^R = 4$ の問題例を対象として数値実験を行った。各作業の平均後続作業数 $C = 1.3,\ 1.5,\ 1.7$ とし，資源係数 $RF = 0.25,\ 0.50$ と設定した。資源係数 $RF \in [0,1]$ は，作業に割り当てることのできる資源数の平均 $\bar{N}_R$ の資源数 N^R に対する比率である。例えば，$RF = 0.50$ の条件では，$\bar{N}_R = N^R \times RF = 4 \times 0.50 = 2$ となり，平均して2種類の資源を作業に割り当てることができることを意味している。作業 i の工数の下限 w_i^L は区間［10, 15］の一様乱数とし，上限 $w_i^U = 1.5 w_i^L$ とした。作業の工数の分布はベータ分布に従うと仮定した。ベータ分布の形状を決めるパラメータ p と q はそれぞれ2, 4とした。パラメータ $(p, q) = (2, 4)$ とすると，ベータ分布は右に裾を引くような分布の形となる。

作業数 N，平均後続作業数 C，資源係数 RF の12通りの組み合わせに対してそれぞれ20個の問題例を生成した。また，メイクスパンが T である問題例の期日 $D = T\gamma$ で与えた（$\gamma = 1.0, 1.1, \ldots, 1.3$）。以上の組み合わせにより，合計 $12 \times 20 \times 4 = 960$ 個の問題例を生成した。

提案手法を各問題例に適用し，最適解を求めた。実用性を考慮し，計算時間の上限を3,600

表1 計算時間と最適解が得られた数

C	RF	(N,γ)							
		(8, 1.0)	(8, 1.1)	(8, 1.2)	(8, 1.3)	(10, 1.0)	(10, 1.1)	(10, 1.2)	(10, 1.3)
1.3	0.25	1.2(20)	5.4(20)	8.6(20)	7.5(20)	1.4(20)	41.4(20)	126.0(20)	80.1(20)
	0.5	1.5(20)	11.9(20)	45.7(20)	71.0(20)	11.9(20)	161.3(19)	492.4(17)	886.6(16)
1.5	0.25	1.0(20)	4.1(20)	9.0(20)	8.1(20)	2.1(20)	105.2(20)	244.5(20)	106.2(20)
	0.5	1.6(20)	10.5(20)	29.2(20)	42.3(20)	10.6(20)	155.0(20)	975.7(19)	1277.8(19)
1.7	0.25	0.8(20)	2.9(20)	5.7(20)	5.4(20)	1.7(20)	49.4(20)	193.2(20)	129.9(20)
	0.5	2.4(20)	13.2(20)	42.2(20)	71.8(20)	10.9(20)	194.3(20)	650.6(17)	750.2(16)

表2 期待遅延量

C	RF	(N,γ)							
		(8, 1.0)	(8, 1.1)	(8, 1.2)	(8, 1.3)	(10, 1.0)	(10, 1.1)	(10, 1.2)	(10, 1.3)
1.3	0.25	24	7.5	1.7	0.2	34.9	10.1	2.2	0.4
	0.5	15.3	4.9	1.2	0.1	22.8	7.8	1.9	0.2
1.5	0.25	24	7.3	1.8	0.2	36.9	11	2.4	0.3
	0.5	16.7	5.3	1.3	0.2	25.1	8.5	1.9	0.2
1.7	0.25	26.5	8.1	1.9	0.3	33.8	10.4	2.4	0.3
	0.5	18.3	5.8	1.4	0.2	24	7.7	1.8	0.2

秒とした。まず，提案手法を問題例に適用して，最適解が得られるまでに要した時間と最適解が得られた数を表1に示す。括弧内が提案手法によって得られた最適解の数である。表1から，γが大きくなり，プロジェクトの期日が長くなると，計算時間が増加する傾向がある。これは，期日が長くなることで，資源割り当て，作業工数および開始時刻の取りうる範囲が増加し，解の探索空間が拡大したためであると考えられる。また，資源係数 RF が大きくなると，資源割り当ての組み合わせ数が増加するため，$RF = 0.50$ の17種類の問題例で最適解が得られなかった。

次に，3,600秒以内に得られた最適解の期待遅延量を表2に示す。期日が増加すると，遅延を吸収するための時間的なゆとりをスケジュールに組み込むことができるため，期待遅延量は減少する傾向がある。本数値実験では，メイクスパン T の30%を時間的なゆとりとしてスケジュールに与えた場合，期待遅延量は1単位時間未満になった。

次に，資源割当量と工数から，最適スケジュールの特徴を分析した。表3は最適スケジュールにおいて作業に割り当てられた資源量，表4は作業工数見積もりを示す。表3は，各パラメータによって作業に割り当てる平均資源量が大きく変化することはないことを示している。一方で，表4より，プロジェクトの期日が長くなると工数が増加する傾向がみられる。これは，期日が長くなることで得られた時間的なゆとりを，工数の見積もりとして利用することで作業遅延を吸収することができるためである。

6　おわりに

本研究では，不確実な環境下における工数見積もりをともなうRCPSPを定義したうえで，新たな厳密解法を提案した。数値実験を通して，以下の知見が得られた。

- 提案手法により，960個の問題例のうち943個について，3,600秒以内に最適解を得ることができた。
- 期日と資源係数 RF が大きいほど計算時間が長くなる傾向がある。
- 期待遅延量は，期日を長くすると減少する傾

表3　作業に割り当てられた資源数

C	RF	(N,γ)							
		(8, 1.0)	(8, 1.1)	(8, 1.2)	(8, 1.3)	(10, 1.0)	(10, 1.1)	(10, 1.2)	(10, 1.3)
1.3	0.25	8.3	8.4	8.2	8.3	10.5	10.4	10.4	10.5
	0.5	12.5	12.5	12.3	12.2	16	16.1	16	15.7
1.5	0.25	8.5	8.5	8.4	8.3	10.4	10.4	10.3	10.3
	0.5	12.9	12.7	12.6	12.7	15.7	15.6	15.7	15.8
1.7	0.25	8.3	8.3	8.2	8.1	10.3	10.2	10.2	10.2
	0.5	12.8	12.7	12.7	12.3	15.9	15.9	15.8	16.1

表4　作業の工数見積もり

C	RF	(N,γ)							
		(8, 1.0)	(8, 1.1)	(8, 1.2)	(8, 1.3)	(10, 1.0)	(10, 1.1)	(10, 1.2)	(10, 1.3)
1.3	0.25	105.5	111.6	117.4	123.7	130.3	138.3	147.8	156.3
	0.5	108.0	114.8	120.0	124.4	132.6	138.7	147.2	155.9
1.5	0.25	107.0	113.5	119.3	124.0	133.6	142.5	149.5	155.9
	0.5	108.9	114.8	120.2	124.4	132.3	141.7	149.2	156.7
1.7	0.25	105.6	112.1	119.5	123.9	131.9	140.1	148.1	154.5
	0.5	108.7	113.7	119.0	123.0	132.0	140.6	148.8	157.1

向にあることから，プロジェクト全体に対する時間的なゆとりが遅延量の軽減に有効であるといえる。

- 提案手法によって得られた最適なスケジュールを分析した結果より，期日が長くなると工数見積もりが大きくなる傾向がある。

今後の課題としては，大規模な問題例への適用や，より効率的な探索手法の開発などが挙げられる。

引用文献

Ashtiani, B., Leus, R., & Aryanezhad, M.-B.(2011). New competitive results for the stochastic resource-constrained project scheduling problem: Exploring the benefits of pre-processing. *Journal of Scheduling, 14*（2），157-171.

Baradaran, S., Ghomi, S. F., Ranjbar, M., & Hashemin, S.（2012）. Multi-mode renewable resource-constrained allocation in PERT networks. *Applied Soft Computing, 12*（1），82-90.

Bie, L., Cui, N., & Zhang, X.（2012）. Buffer sizing approach with dependence assumption between activities in critical chain scheduling. *International Journal of Production Research, 50*（24），7343-7356.

Bruni, M. E., Pugliese, L. D., Beraldi, P., & Guerriero, F.（2017）. An adjustable robust optimization model for the resource-constrained project scheduling problem with uncertain activity durations. *Omega, 71*, 66-84.

Creemers, S.（2015）. Minimizing the expected makespan of a project with stochastic activity durations under resource constraints. *Journal of Scheduling, 18*（3），263-273.

De Meyer, A., Loch, C. H., & Pich, M. T.（2002）. Managing project uncertainty: from variation to chaos. *MIT Sloan Management Review, 43*（2），60-67.

Fu, N., Lau, H. C., & Varakantham, P.（2015）. Robust execution strategies for project scheduling with unreliable resources and stochastic durations. *Journal of Scheduling, 18*(6), 607-622.

Goldratt, E. M.（2017）. *Critical chain: A business novel.* Routledge.

Hazir, O., Erel, E., & Gunalay, Y.（2011）. Robust optimization models for the discrete time/cost trade-off problem. *International Journal of Production Economics, 130*（1），87-95.

Herroelen, W., & Leus, R.（2005）. Project scheduling under uncertainty: Survey and research potentials. *European journal of operational research, 165*（2），289-306.

Hu, X., Cui, N., & Demeulemeester, E.（2015）. Effective expediting to improve project due date and cost performance through buffer management. *International Journal of Production Research, 53*（5），1460-1471.

Khemakhem, M. A., & Chtourou, H.（2013）. Efficient robustness measures for the resource-constrained project scheduling problem. *International Journal of Industrial and Systems Engineering, 14*（2），245-267.

Lamas, P., & Demeulemeester, E.（2016）. A purely proactive scheduling procedure for the resource-constrained project scheduling problem with stochastic activity durations. *Journal of Scheduling, 19*（4），409-428.

Mokhtari, H., Aghaie, A., Rahimi, J., & Mozdgir, A.（2010）. Project time--cost trade-off scheduling: a hybrid optimization approach. *The international journal of advanced manufacturing technology, 50*（5），811-822.

Roghanian, E., Alipour, M., & Rezaei, M.（2018）. An improved fuzzy critical chain approach in order to face uncertainty in project scheduling. *International Journal of Construction Management, 18*（1），1-13.

Rostami, S., Creemers, S., & Leus, R.（2018）. New strategies for stochastic resource-constrained project scheduling. *Journal of Scheduling, 21*（3），349-365.

Shen, X., Minku, L. L., Bahsoon, R., & Yao, X.（2015）. Dynamic software project scheduling through a proactive-rescheduling method. *IEEE Transactions on Software Engineering, 42*（7），658-686.

Zhang, J., Jia, S., & Diaz, E.（2015）. A new buffer sizing approach based on the uncertainty of project activities. *Concurrent Engineering, 23*（1），3-12.

プロジェクトマネジメント知識体系ガイドPMBOKガイド 第6版（2018）Project Management Institute.

森田大輔，諏訪晴彦（2015）プロジェクト管理におけるスタビリティを指向する作業の工数見積もり法，システム制御情報学会論文誌，28（9），384-391.