

論文

東アジア新興市場への国際資本流入

岡田 義昭

目次

I はじめに

II 理論モデルと実証分析

III 結び

補論

注

参考文献

要旨

本稿において、東アジア新興市場への国際資本流入を分析すべく、将来の予想為替レート変数を明示的に取り入れた小国開放経済下でのカバーなし金利平価式を定式化し、これを基に状態空間モデルを構築してカルマンフィルター・アルゴリズムによりモデルの状態変数ならびに各パラメーターの最尤推計を行った。その結果、事前情報のみに依拠したところの逐次的予想為替レート変動率を組み入れた状態空間モデルの最良推計値を主要アセアン5カ国（e.g. シンガポール、マレーシア、インドネシア、タイ、フィリピン）に関して導くことができた。

キーワード

東アジア金融資本市場、カバー無し金利平価式、状態空間モデル、カルマンフィルター、CUSUMSQ検定

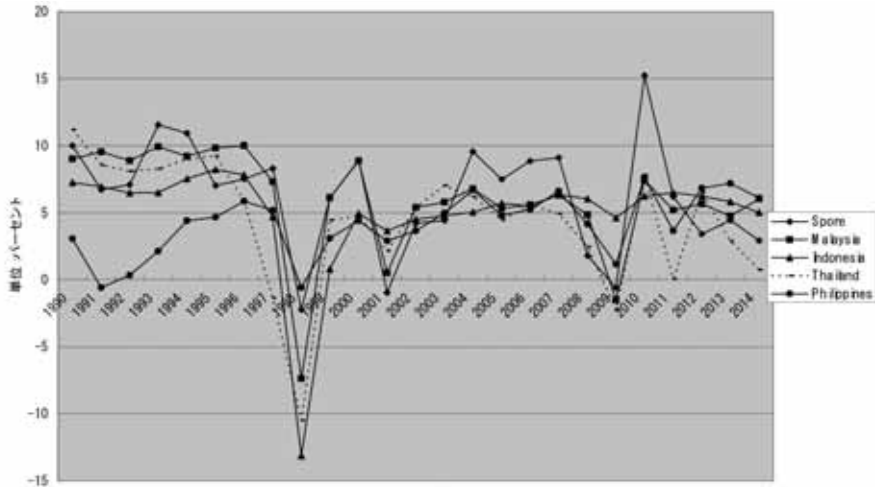
Inflows of International Capital to the East Asian Emerging Market

I はじめに

1 東アジア経済の発展と外資導入

東アジア経済は1980年半ば以降急速な発展を遂げ、世界経済の成長センターとしての役割を担った。世界銀行はこれを“東アジアの奇跡”として賞賛した。第1図は主要アセアン5カ国の最近に至る凡そ四半世紀間の実質経済成長率を表わしたものである。1990年代後半、東アジア各国はタイ・バートの膨大な通貨投機に端を発した通貨金融危機に見舞われ、一時的に成長率は急落を余儀なくさせられた。しかしながら、その後、各国の政府や通貨当局・中央銀行は、国内の経済構造改革に加え、ASEAN、ASEAN+3、ASEM、APEC、EMEAPなど様々な枠組みの下で効果的な政策協調を図ることにより、東アジアの経済は再び安定軌道に復した。さらに2008年秋には米国におけるサブプライム・ローン市場の混乱に基づく世界的金融危機の影響を受けたが、この危機も無事克服した。

第1図 主要アセアン実質成長率



資料：IMF (2015)

こうした東アジアの高成長を実現させた要因として、今日様々な視点から分析が試みられている。2、3例を挙げれば以下のようなものである。

- (i) マクロ経済の安定化、教育制度の充実、農業育成策、価格の歪みの是正、外国の知識・技術の積極的導入などの基礎的条件整備政策に加え、特定産業育成、金利抑制と借入金上限の維持、輸入代替品の保護、衰退産業への補助金、政府系銀行の設立及び金融支援、応用研究への公的投資、など種々の介入政策の組み合わせが奏効して高成長を実現させた¹⁾。
- (ii) 東アジア地域の多様性から出発し、「後発の利益」概念を援用して、高い転換能力と構造転換連鎖、域内循環構造などが同地域の経済発展のダイナミズムを形成した²⁾。

(iii) 東アジアの市場の拡大と分業の進展は、最終的には市場や政策のような枠組みを超え、経済の担い手である企業自身の能力や創造性により、企業レベルで技術能力・経営能力を高め、組織強化をはかり、さらに有効なネットワークを創造・開発した³⁾。

(iv) 東アジア経済の高成長の持続は、輸入代替型に替わる輸出重視の「外向きの経済政策」(企業や産業ごとの輸出目標の設定、輸出マーケティング機関の育成、輸入自由化、適切な為替管理、外資規制緩和、民間活力の重視と非効率な国営企業の民営化)を効果的に採用した⁴⁾。

ところで、このような高成長を支える旺盛な資金需要に対しては、当然のことながら国内の貯蓄だけでは賄いきれず、多くの場合、積極的な外国資本の導入が必要となる。かくして、東アジア各国は、国内金融の自由化や為替管理・外資導入の規制緩和・自由化により大量の資本を国外から導入した。

2 金利平価

こうした東アジアへの国際資本移動を説明するものとして、いかなる理論モデルが適切であろうか。

一般に国際投融资を決める基本的要因は、内外資産の予想収益ならびにリスクとされている⁵⁾。しかるに、東アジア新興国の金融資本市場では一般に中長期の市場が未発達・未整備であることに加え、新興国に固有のソブリン・リスクが存在することなどから「短期性」の投融资が志向される。ところで、経済諸量の需給均衡を価格のシグナル機能によって模索する場である市場、すなわち金融市場、財サービス市場、労働市場などにおいて、価格-数量の調整速度をそれぞれ比較すると、金融市場の調整速度は、他の市場に比べて相対的に速い。したがって、時間軸を「短期」とした場合、短期の資本移動では、各主体の投融资単位取引期間中に金融市場体系の一部として金融資産の需給のみに焦点を当てて、財サービス産出量や消費・投資需要、雇用など他の経済変数は所与と看做し得る。加えて、東アジア新興市場では外国為替の先物市場が未発達・不完全ゆえ先物カバーが取り難く、したがって、為替取引はアンカバーベースとなり易い。

かくして、東アジア新興市場の国際資金移動を説明する理論式として、内外金利差に予想為替レートを考慮したところの「カバー無し金利平価式」を設定するのが妥当と言える。

3 本稿の狙い

そこで本稿では、カバー無し金利平価式に対し、キー変数たる予想為替レート変動率を「フィルタリング」の考えを用いて定式化し、これら状態空間表現の線形確率モデルにカルマンフィルター・アルゴリズムを適用して東アジア新興市場の時系列統計データを基に実証分析を行う。このことにより、1990年代半ばの国際通貨危機を境に国際資本流入の決定要素に大きな構造的変化が生じた東アジアの金融資本市場に対し、国際的な投融资事象の分析枠組みに対する新たな視点の提供を意図する。

II 理論モデルと実証分析

本章において、まず東アジア新興市場における国際資本移動の分析フレームワークとして、小国開放経済の下での将来の予想為替レート変数を明示的に導入したカバー無し金利平価式ないしは金利裁定式を導き、それら理論式を基に「状態空間モデル」を構築する。そのうえで東アジア新興市場の時系列統計データに当該モデルを適用し、カルマンフィルター・アルゴリズムによって最尤法で状態変数ならびに未知パラメーターを推計しつつ、得られた結果の含意を検討する。

1 理論式⁶⁾

分析の時間軸を短期と設定したことから、東アジアの国際資本移動を分析する枠組みは金融市場体系のみに焦点を当て、他のマクロ経済諸量は所与とすることができる。

そこでまず3種類の金融資産が存在するところの n 人 ($N = \{1, 2, \dots, n\}$) の経済主体から構成される小国開放経済を考える。すなわち、ある経済主体 i ($i \in N$)は、利子率 r の自国通貨建て金融資産 $A(i)$ 、外生的に決定される利子率 r^* の外国通貨建て金融資産 $A^*(i)$ (外国通貨、外国株式・債券などを一括した合成財ストック)、ならびに自国通貨 $M(i)$ のポートフォリオを保有すると想定する。但し、 $A(i)$ と $M(i)$ は non-tradable assets とする。したがって、 $A^*(i)$ のみが貿易取引決済や投融资を目的に外国と取引され、それはまた時間を通じて経常収支ないしは資本収支の黒字によってのみ自国に蓄積されるものとする。さらに、各金融資産市場は、価格 (e.g. 利子率ならびに為替レート) のシグナル機能を基に取引され、(i) 同質性、(ii) 多数性、(iii) 完備性、(iv) 自由性の観点から完全競争市場を想定する⁷⁾。加えて $A(i)$ と $A^*(i)$ は完全代替的、すなわちリスク・プレミアムはゼロと仮定する。かくして、利子率や為替レートが市場から提示されるとき、各経済主体は、以下のような最適化行動を図るものとする。

$$(1) \max_{\{M_t(i)\}, \{A_t(i)\}, \{A_t^*(i)\}} : E_t[\pi_{t+1}(i)]$$

$$\pi_{t+1}(i) = M_t(i) + A_t(i)(1+r_t) + E_t S_{t+1} A_t^*(i)(1+r_t^*)$$

$$\text{s. t. } M_t(i) + A_t(i) + S_t A_t^*(i) \leq W_t(i)$$

$$\text{given } r_t, r_t^*, S_t, W_t(i)$$

$$\forall i \in N, \forall t \in \{1, 2, \dots, T-1\}$$

ここで、 $\pi_t(i)$ は t 期における経済主体 i の利潤関数、 $W_t(i)$ は同じく経済主体 i の総所得額、 S_t は直物名目為替レート、 $E_t S_{t+1}$ は名目為替レートの次期予想値とする⁸⁾。この経済主体 i に対する制約条件付き最大化問題を解くと

$$(2) \quad 1+r_t = \frac{E_t S_{t+1}}{S_t} (1+r_t^*)$$

なる主体的均衡条件式を得る。さらに上述式で両辺の対数を取り、1次までのオーダーのテイラー展開によって近似させると⁹⁾、 $\ln S_t \equiv s_t$ として、

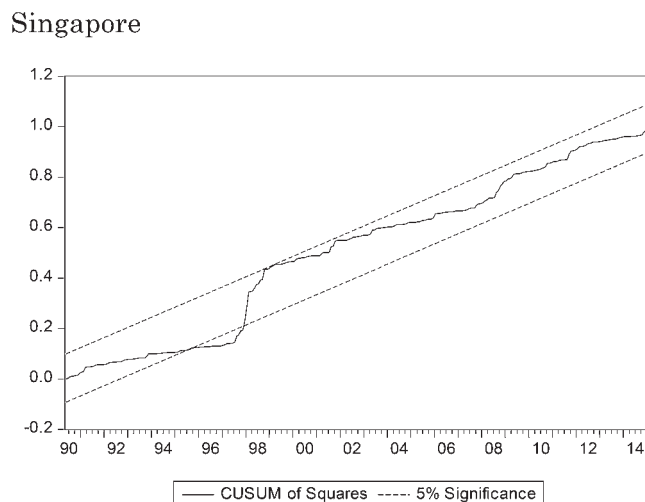
$$(3) \quad r_t = r_t^* + (E_t s_{t+1} - s_t)$$

が得られる。この(3)式は、先物手当てをせず裸のまま「持ち」を作って為替変動リスクを負うところのアンカバー・ベースの金利平価式ないしは金利裁定式と称されるものである。もし、(3)式で左辺の方が右辺より大きければ、各経済主体にとって本国通貨建て金融資産を保有した方が外国通貨建て金融資産を保有するよりも高い収益が確保できることから、本国通貨建て金融資産の購入需要が高まり、他方、外国通貨建て金融資産は売却される(vice versa)。(3)式の両辺が等しい場合は、本国通貨建て金融資産と外国両通貨建て金融資産は無差別となる。

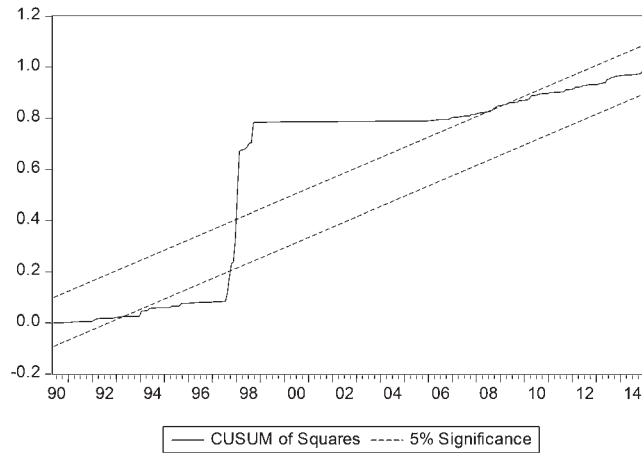
2 予想為替レート

上述(3)式では予想為替レートの変数 $E_t s_{t+1}$ が導入されている。一般にはこれら将来の予想変数には(i)静学的予想、(ii)外挿的予想、(iii)適応的予想、(iv)回帰的予想、(v)分布ラグ予想、(vi)合理的予想、などの予想形成フォーミュラが適用される¹⁰⁾。ところで、東アジアでは1997年半ばに深刻な国際通貨危機を経験したことから、たとえば、合理的予想形成に基づく金利平価式を当てはめてシンガポール、マレーシア、インドネシア、タイ、フィリピンの主要アセアン5カ国に対して1990年1月～直近までの回帰計算を行うと、以下のごとくCUSUMSQ検定¹¹⁾によりいずれもその逐次残差は5%の信頼水準区間の範囲を超えていることが分かる(第2図参照)。したがってこれら5カ国の予想形成には大きな構造変化のあったことが窺える。

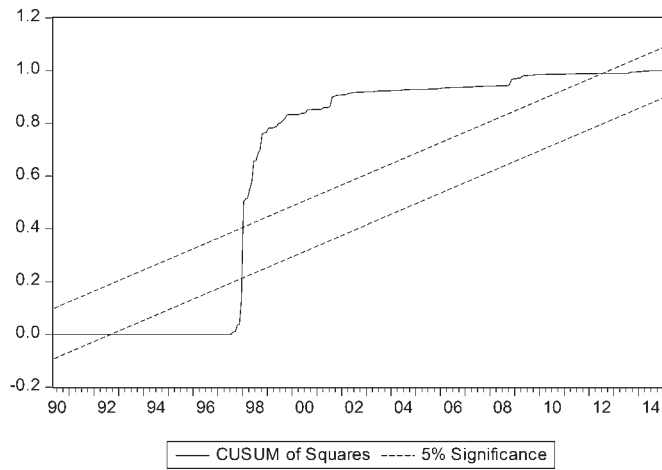
第2図 CUSUMSQ 検定



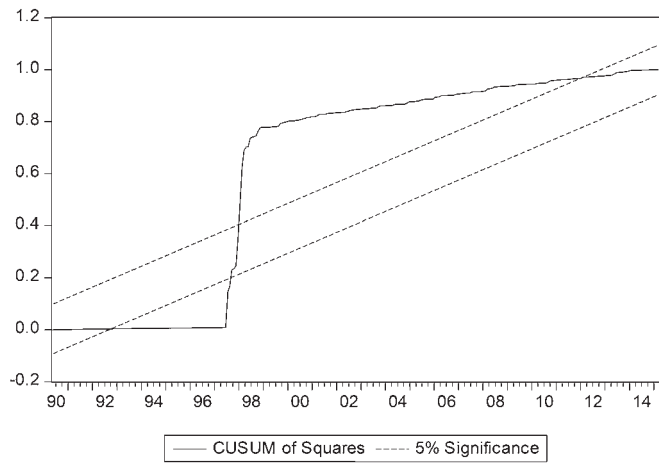
Malaysia



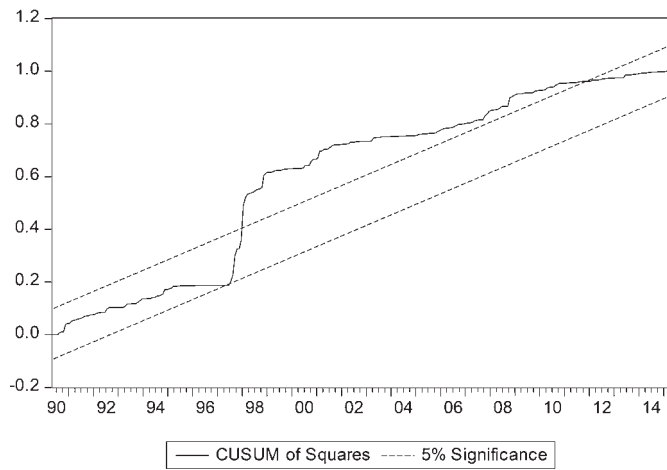
Indonesia



Thailand



Philippines



そこで本稿では、こうした状況を踏まえ、以下 t 期 ($t=1,2,\dots,T-1$) までに利用可能な情報に基づいて逐次的に $t+1$ 期の次期為替レート予想を形成していくところのいわゆるフィルタリングの考えを応用した状態空間モデルを構築し、カルマンフィルター・アルゴリズムを適用しつつ最尤法によりモデルの状態変数と各パラメーターの推計を試みる。

3 推計式¹²⁾

先の (3) 式において、自国通貨建て金融資産 $A_t(i)$ と外国通貨建て金融資産 $A_t^*(i)$ の予想利潤率に差異があるとすれば、この差異を z_t と置き、

$$(4) \quad (r_t - r_t^*) - (E_t s_{t+1} - s_t) \equiv z_t$$

とする。したがって、予想利潤率が正 ($z_t > 0$) のときは自国への資金流入を招来し、他方、予想利潤率が負 ($z_t < 0$) のときは自国からの資金流出を招く。

ところで (4) 式で採用された予想為替レート $E_t s_{t+1}$ は事前的には観察不可能な値であるために、事後的に観察される実現値 s_{t+1} をもってこれを予測誤差と予想為替レート変動率とに分解し、それぞれに確率的な仮定を置くことによって両者を推計する。すなわち、

$$(5) \quad s_{t+1} - s_t = (s_{t+1} - E_t s_{t+1}) + (E_t s_{t+1} - s_t) \\ = u_{t+1} + \xi_{t+1}$$

としたとき、

$$(6) \quad u_{t+1} = s_{t+1} - E_t s_{t+1} \quad \dots \text{予測誤差} \\ \xi_{t+1} = E_t s_{t+1} - s_t \quad \dots \text{予想為替レート変動率}$$

である。そして予測誤差 u_{t+1} は期待値ゼロ、分散 σ_u^2 で系列相関のない正規分布に従うものとし、さらに予想為替レート変動率 ξ_{t+1} は同じくホワイト・ノイズに従う 1 階の自己回帰過程 (AR (1)) ないしはドリフト項無し (ドリフト項付き) のランダムウォークのいずれかの確率過程で表せるものと仮定する。かくして、これより次のような「状態空間モデル」が得られる。

$$(7) \quad s_{t+1} - s_t = \alpha + \xi_{t+1} + u_{t+1} \\ \xi_{t+1} = \phi \xi_t + v_{t+1} \quad \dots \text{自己回帰過程} \\ \text{または、} \xi_{t+1} = (d + \phi) \xi_t + v_{t+1} \quad \dots \text{ランダムウォーク}$$

$$\begin{pmatrix} u_{t+1} \\ v_{t+1} \end{pmatrix} \sim i.i.d.N \left[\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \sigma_u^2 & 0 \\ 0 & \sigma_v^2 \end{pmatrix} \right]$$

$$t = 1, 2, \dots, T-1$$

ここで1番目の式は観測可能な変数から成る観測方程式と称されるものであり、2番目ないしは3番目の式は観測不可能な変数から成る遷移方程式あるいは状態方程式と称されるものである。これら状態空間表現によるところの攪乱項の正規性を仮定した連立線形確率方程式体系に「カルマンフィルター」のアルゴリズムを適用し、これを最尤法によって推計すると¹³⁾、観測されたデータから状態変数 $\{\xi_t\}_{t=1}^T$ ならびにパラメータ $(\phi, \alpha, \sigma_u^2, \sigma_v^2)$ の最尤推計量を得ることが可能となる。かくして、これら推計結果を用いれば、予想為替レート変動率の推計値を明示的に取り込んだカバー無し金利平価式を求めることができる。

4 実証分析

a 統計データ

実証分析の対象は、東アジア新興国としてシンガポール、マレーシア、インドネシア、タイ、フィリピンの主要アセアン5カ国を採る。推計期間は1990年1月から直近までとする。データはIMFの *International Financial Statistics*, CD-ROM, June 2015 を用いる。すべての統計データは月次である。データの一覧を示せば以下のごとくである。

r : 本国マネーマーケット・レート (月中平均、p. a., 小数表示) もしくは3ヶ月もの債券イールド (同)

r^* : 米国フェデラルファンド・レート (月中平均、p. a., 小数表示) もしくは3ヶ月ものコマーシャル・ペーパー利率 (同)

S : 本国通貨建て対米ドル名目直物為替レート (月中平均)

これら各統計データに対し、為替レート S の1階の対数階差ならびに内外金利差 $r - r^*$ の1階の階差をとって拡張Dickey-Fuller単位根検定を施すと、第1表のようにすべて1%の有意水準で定常時系列変数 $I(1)$ であることが確認される。

第1表 ADF 単位根検定

	為替レート	金利差
シンガポール	-12.80536***	-16.81513***
マレーシア	-13.12782***	-8.285385***
インドネシア	-13.32205***	-15.42772***
タイ	-11.93522***	-20.79731***
フィリピン	-11.32033***	-10.32239***

***: 1%有意水準、**: 5%有意水準、*: 10%有意水準

b 計算結果¹⁴⁾

シンガポール、マレーシア、インドネシア、タイ、フィリピン各国のカルマンフィルターに基づく観測方程式・状態方程式の推計結果をまとめると第2表～第6表のごとくである¹⁵⁾。また、上述状態方程式から導かれる予想為替レート変動率と実際の事後的な為替レート変動率とを重ね合わせて図示すると第3図のごとくである。状態方程式は各統計量から判断してドリフト項無しランダムウォークに従う確率過程を採用したが、その説明力は、表のSV1欄におけるfinal state推計値のP値で表示されるように、シンガポールが1%水準で有意であるのを除くと他の国々は余り芳しくない。一般にカルマンフィルターに基づく推計は、事前情報のみで将来の予想為替レート変動を得ることであり、したがって予測値がどの程度当たったかははずれたかというような精度それ自体を問題視するのではないとされている¹⁶⁾。およそ事後的に定まった為替レート水準には、乱高下や外的ショックへの過剰反応、攻撃的為替投機、バブル（ファンダメンタルズとは無関係な為替レートの一時的・累積的な変動）、ペソ問題（ファンダメンタルズないしは政策レジームの変化の予想に基づき為替レートが変動する現象で、予想が実現しないと大きな乖離が生ずる）、突発的な国際通貨危機など、大変動が含まれる。当然のことながら、事前情報のみでこれら大変動を予測するのは困難なのである。したがってこの図から確認されるごとく、シンガポールのケースでも、推計された状態方程式から導かれた予想為替レート変動率は、事後的に定まった大きな為替レート変動率を高精度で予測するものとは必ずしもなっていない。観測方程式に関しては、各国とも各パラメーターの推計値が1%水準で有意となっている。

第2表 シンガポール

Sspace: Singapore				
Method: Maximum likelihood				
Sample: 1990M01 2015M03				
Included observations: 303				
Valid observations: 302				
Convergence achieved after 1 iteration				
Obsevation eq.: $s = sv1*d(r(-1)) + [var = exp(c(1))]$				
State eq.: $sv1 = sv1(-1) + [var = exp(-10)]$				
	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C(1)	-8.633691	0.058272	-148.1622	0
	Final State	Root MSE	z-Statistic	Prob.
SV1	0.52835	0.20301	2.602577	0.0093
Log likelihood	867.05	Akaike info criterion		-5.73543
Parameters	1	Schwarz criterion		-5.723144
Diffuse priors	1	Hannan-Quinn criter.		-5.730514

第3表 マレーシア

Sspace: Malaysia				
Method: Maximum likelihood				
Sample: 1990M01 2015M03				
Included observations: 303				
Valid observations: 302				
Convergence achieved after 1 iteration				
Obsevation eq.: $s = sv1*d(r(-1)) + [var = \exp(c(1))]$				
State eq.: $sv1 = sv1(-1) + [var = \exp(-12)]$				
	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C(1)	-7.748838	0.023281	-332.8399	0
	Final State	Root MSE	z-Statistic	Prob.
SV1	-0.203541	0.192117	-1.059466	0.2894
Log likelihood	733.4794	Akaike info criterion		-4.850857
Parameters	1	Schwarz criterion		-4.838571
Diffuse priors	1	Hannan-Quinn criter.		-4.845941

第4表 インドネシア

Sspace: Indonesia				
Method: Maximum likelihood				
Sample: 1990M01 2015M03				
Included observations: 303				
Valid observations: 302				
Convergence achieved after 1 iteration				
Obsevation eq.: $s = sv1*d(r(-1)) + [var = \exp(c(1))]$				
State eq.: $sv1 = sv1(-1) + [var = \exp(-12)]$				
	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C(1)	-5.530471	0.016044	-344.7059	0
	Final State	Root MSE	z-Statistic	Prob.
SV1	0.078373	0.087045	0.900372	0.3679
Log likelihood	397.6393	Akaike info criterion		-2.62675
Parameters	1	Schwarz criterion		-2.614464
Diffuse priors	1	Hannan-Quinn criter.		-2.621834

第5表 タイ

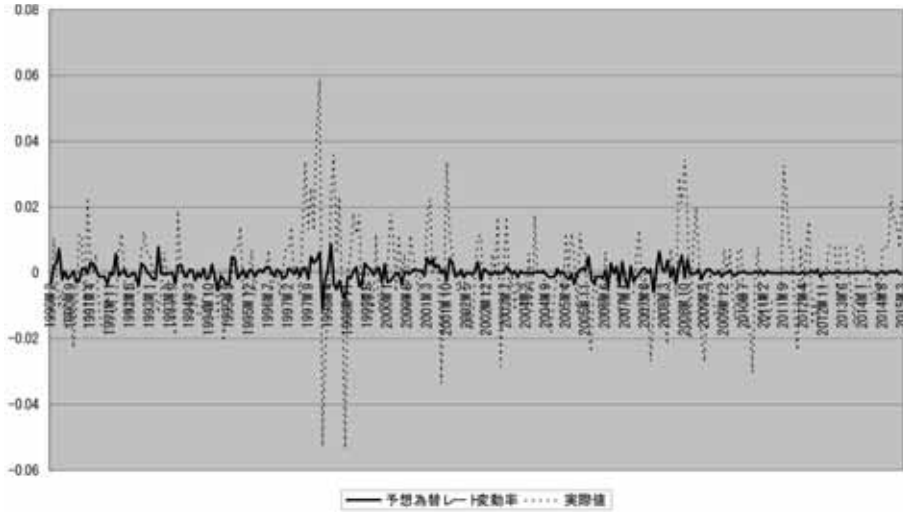
Sspace: Thailand				
Method: Maximum likelihood				
Sample: 1990M01 2015M03				
Included observations: 303				
Valid observations: 302				
Convergence achieved after 1 iteration				
Observation eq.: $s = sv1*d(r(-1)) + [var = exp(c(1))]$				
State eq.: $sv1 = sv1(-1) + [var = exp(-12)]$				
	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C(1)	-7.367403	0.023824	-309.247	0
	Final State	Root MSE	z-Statistic	Prob.
SV1	0.097846	0.10229	0.956556	0.3388
Log likelihood	675.1861	Akaike info criterion		-4.464809
Parameters	1	Schwarz criterion		-4.452522
Diffuse priors	1	Hannan-Quinn criter.		-4.459893

第6表 フィリピン

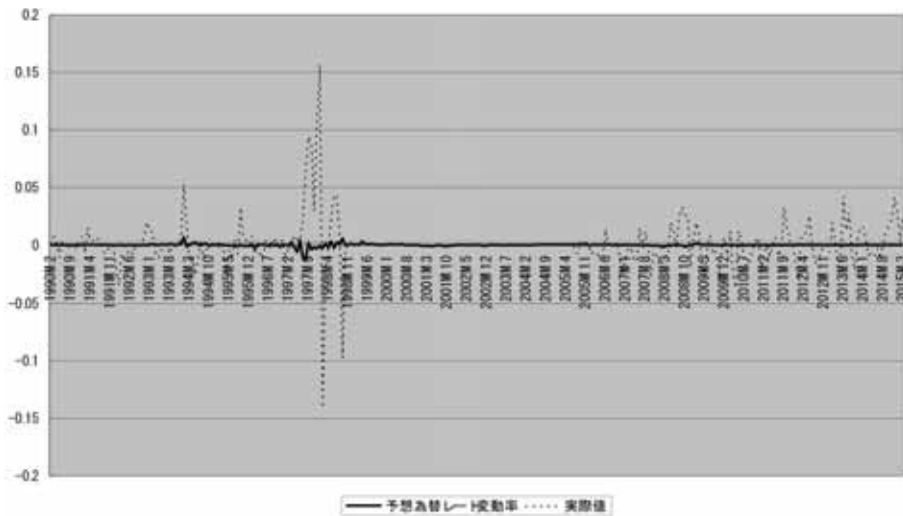
Sspace: Philippines				
Method: Maximum likelihood				
Sample: 1990M01 2015M03				
Included observations: 303				
Valid observations: 302				
Convergence achieved after 4 iterations				
Observation eq.: $s = sv1*d(r(-1)) + [var = exp(c(1))]$				
State eq.: $sv1 = sv1(-1) + [var = exp(-12)]$				
	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C(1)	-7.761237	0.03495	-222.0671	0
	Final State	Root MSE	z-Statistic	Prob.
SV1	-0.05867	0.051304	-1.143558	0.2528
Log likelihood	733.5447	Akaike info criterion		-4.85129
Parameters	1	Schwarz criterion		-4.839004
Diffuse priors	1	Hannan-Quinn criter.		-4.846374

第3図 予想為替レートと実際値

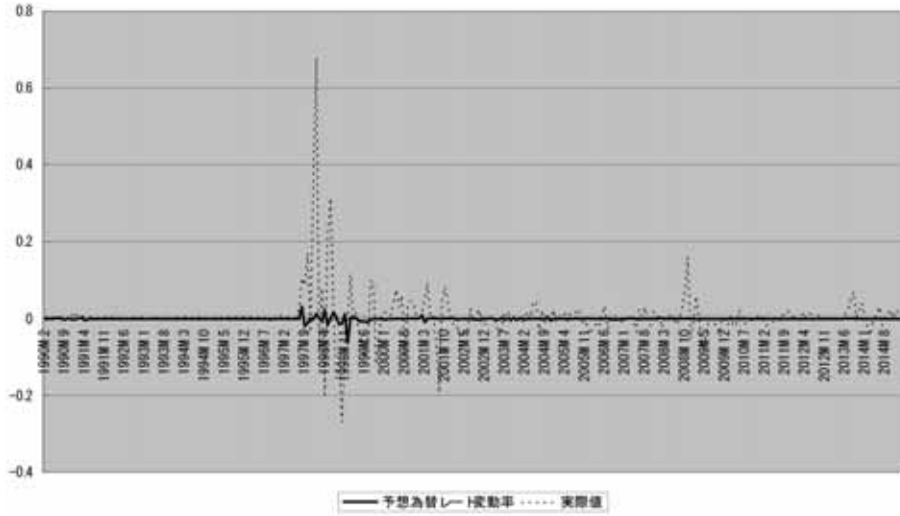
シンガポール



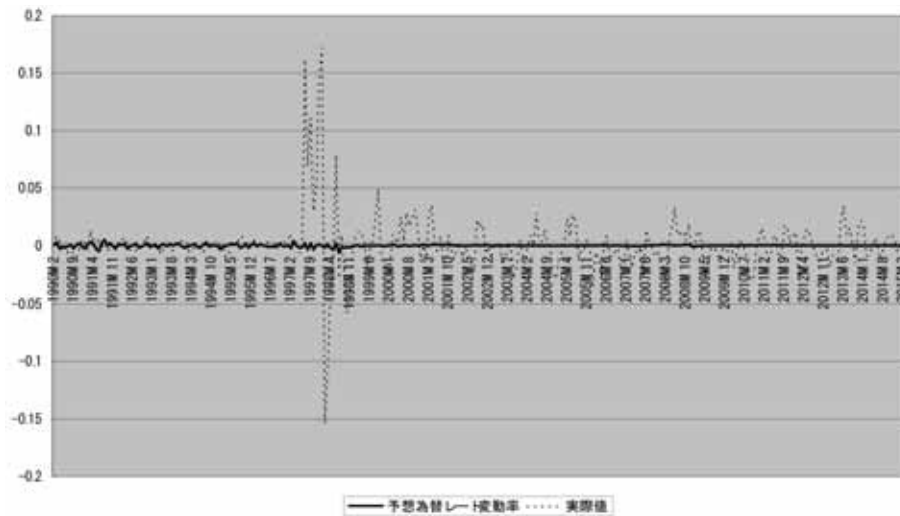
マレーシア



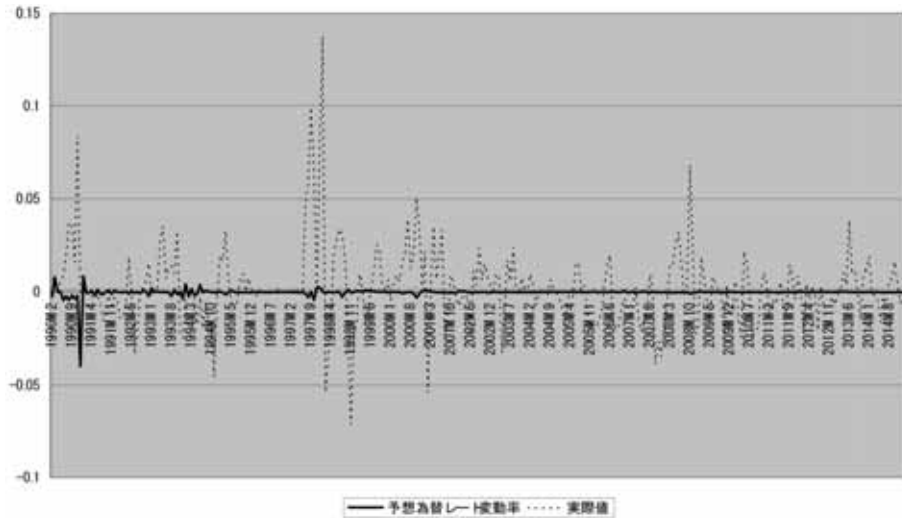
インドネシア



タイ



フィリピン



III 結び

東アジア新興市場は1980年代半ば以降高成長を遂げた。これを支える旺盛な資金需要に対しては、国内の貯蓄のみならず金融の自由化や為替管理の規制緩和・開放化を通して積極的な外国資本の導入に頼った。しかして、新興経済にありがちな金融資本市場の構造的未成熟性ゆえ、時には“1990年代の原子爆弾”¹⁷⁾と称されるごとく深刻なダメージをもたらす国際通貨危機に遭遇することもあった。それゆえ、こうした東アジア新興市場への国際資本流入動向を分析する必要性・重要性が近年頃に高まりつつある。

そこで本稿において、まず将来の予想為替レート変数を明示的に取り入れた小国開放経済下でのカバー無し金利平価式を定式化した。ついでこれら予想利潤関数を基に、状態空間表現によるところの攪乱項の正規性を仮定した線形確率システム (i. e. 観察方程式と状態方程式) を導いた。さらにこの状態空間モデルを主要アセアン5カ国 (シンガポール、マレーシア、インドネシア、タイ、フィリピン) の時系列統計データ (1990年1月～直近、月次) に適用してカルマンフィルター・アルゴリズムに最尤法を組み合わせた推計方法により、未知の状態変数ならびに各パラメーターの最良推計値を求めた。こうした手続きにより、従来の機械的予想 (e. g. 外挿的、適応的、回帰的、分布ラグ等) や合理的予想形成とは異なるところのいわば事前情報のみに依存した一定の確率過程に従う予想為替レート

変動率——現時点では観測不能ゆえ事前情報のみによる逐次的予測変数——を組み入れた新たな分析枠組みの構築とそれによる統計的計算を可能にした。その結果、予測精度それ自体は劣るものの、事前情報のみで将来の為替レート変動を予想する状態空間モデルの“第一次接近”としては、概ね妥当な推計値が得られたと言える。

東アジア新興国では、1990年代半ばの国際通貨危機を境に国際資本流入を決定する予想利潤関数のスペックやパラメーターに大きな構造的変化が生じた (e.g. CUSUMSQ検定)。したがって、本稿で展開したような新たな視点から分析枠組みを磨き上げる作業は、今後の国際資本移動動向を議論する上で益々その重要性を増してくるであろう。

(最終稿：2015年8月 受理：2016年1月)

補論 カルマンフィルタリング

本補論において、国際資本移動分析を目的とする状態空間モデルに対し本稿で適用したカルマンフィルター・アルゴリズムの概要を示す。

1 カルマンフィルター・アルゴリズム

まず、状態空間モデルを確率線形式の連立体系で

$$\begin{aligned} y_t &= z_t \Gamma_t + u_t && \cdots \text{観測方程式} \\ \Gamma_t &= \Phi \Gamma_{t-1} + \Psi_t && \cdots \text{状態方程式} \end{aligned}$$

但し、 $\Gamma_t = (\alpha_t, \beta_{1t}, \dots, \beta_{kt})'$, $z_t = (1, x_{1t}, \dots, x_{kt})$, $\Psi_t = (\eta_t, \varepsilon_{1t}, \dots, \varepsilon_{kt})'$, $\Phi = (\varphi_2, \varphi_{11}, \dots, \varphi_{1k})'$
 $E[u_t] = 0$, $E[\Psi_t] = (0, 0)'$,

$$V[u_t] = H_t = H \equiv \begin{bmatrix} \sigma_u^2 & 0 \\ & \ddots \\ 0 & \sigma_u^2 \end{bmatrix}$$

$$V[\Psi_t] = \begin{bmatrix} R_t & 0 \\ 0 & Q_t \end{bmatrix}, \quad R_t = R \equiv \begin{bmatrix} \sigma_\eta^2 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \sigma_\eta^2 \end{bmatrix}, \quad Q_t = Q \equiv \begin{bmatrix} \sigma_{\varepsilon_1}^2 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \sigma_{\varepsilon_k}^2 \end{bmatrix}$$

と設定する。ここで、 y_t の予測誤差を $v_t = y_t - \hat{y}_t = y_t - z_t \hat{\Gamma}_{t|t-1}$ と置く。ただし、 $\hat{\Gamma}_{t|t-1}$ は $t-1$ 期までの事前情報による t 期の状態変数推計量とする。さらに $Y_s = \{y_s, y_{s-1}, \dots, y_0\}$ とし

て、 $E[\Gamma_t | Y_t] = a_{t|t}$, $V[a_t | Y_t] = \Sigma_{t|t}$ とそれぞれ置くと、攪乱項の正規性の仮定の下で、以下のような最良フィルタリング推計量 $a_{t|t}$ を求め得るアルゴリズムが得られる¹⁸⁾。

$$\begin{aligned} a_{t|t-1} &= \Phi a_{t-1|t-1} \\ \Sigma_{t|t-1} &= \Phi \Sigma_{t-1|t-1} \Phi' + (R \ Q)' \\ y_{t|t-1} &= z_t a_{t|t-1} \\ F_{t|t-1} &= z_t \Sigma_{t|t-1} z_t' + H \\ K_t &= \Sigma_{t|t-1} z_t' F_{t|t-1}^{-1} \\ a_{t|t} &= a_{t|t-1} + K_t v_t \\ \Sigma_{t|t} &= \Sigma_{t|t-1} - K_t F_{t|t-1}^{-1} K_t' \end{aligned}$$

これら計算式に初期条件 $a_{0|0} = a_0$, $\Sigma_{0|0} = \Sigma_0$ ならびに Φ , $(R \ Q)$, H , データベクトル z_t を各々与えれば、 $t=1, 2, \dots, T$ で逐次計算が可能となる。上述式で $F_{t|t-1}$ は $y_{t|t-1}$ に関する予測誤差の共分散行列を表しており、したがって、 K_t は $y_{t|t-1}$ の予測誤差 v_t とフィルタリング推計値 $a_{t|t}$ との共分散がゼロという条件を満たしている（*カルマンゲイン）。共分散がゼロであれば両者は直交するから、ここで直交射影定理¹⁹⁾を用いることにより、 $a_{t|t}$ の最小分散推定量を求めることができる²⁰⁾。かくしてカルマンフィルター・アルゴリズムとは、そのような最良線形推計量を逐次的（ $t=1, 2, \dots, T$ ）に計算するものである。

加えてこれら観測・状態方程式に含まれる未知パラメーターに対しては、最尤法等で推計され得る。

2 初期条件

こうしたカルマンフィルター・アルゴリズムを実際に計算する場合、最も難しいのはパラメーターの初期値の与え方である²¹⁾。これらが不適切であると、

- (i) 状態変数やパラメーターの推定値が有意でない、
- (ii) 各推定値の標準誤差が極めて小さくなり、したがって z 値が500とか1000とかのオーダーとなる、
- (iii) 観測方程式や状態方程式の確率誤差に関し、その共分散行列が $V[u_t] \approx 0$, $V[\Psi_t] \approx [0]$ となる、
- (iv) 尤度関数が収束しない、

などがしばしば生ずる。本計算では、初期条件としてKoopman/Shephard/Doornik (1998)に倣って (i. e. diffuse priors) $a_0 = 0$, $\Sigma_0 = kI$ ($k = 10^6$)としたほか、他のパラメーターの初期値に関しては、(i) ~ (iv)に留意しつつ繰り返し計算を行うことによって最大尤度を与える値を採用した。

注

1) World Bank (1993) Overview.

2) 渡辺 (1996)。

3) 鄭 (1997) pp. 17-21.

4) 谷内 (1997) 第 1 章。

5) MacDougall (1960), Markovitz (1959), Frankel (1979). ただし、MacDougall (1960) では実物資本の国際資本移動を対象としているが、完全競争市場では実物資本の限界生産性は実質資本レントに等しくなることから、ここでは金融資産の利子率をもって資本レントの代理変数と考える。

6) 以下の説明は岡田 (2009) 第 1 章に拠る。また、金利平価式の最近の展開に関する包括的なサーベイ論文としては Engel (2013) (2015) を参照。

7) 完全競争市場の条件である (i) 同質性、(ii) 多数性、(iii) 完備性、(iv) 自由性、とはおよそ以下のようなものである (岡田 (2014) pp. 36-37)。したがって、金融市場はこれら条件をすべて満たす市場であるゆえ、完全競争的と言える。

(i) 同質性

当該市場で取引される財サービスは差異化・差別化されることなくすべて同質的である。

(ii) 多数性

当該市場では市場参加者は多数存在し、したがって個々の市場参加者の取引量は市場全体からみればごく僅かである。それゆえ価格に対する支配力を持たない (price taker)。

(iii) 完備性

個々の市場参加者は、市場価格や財サービスの特性に関する完備 (complete) な情報を持っている。

(iv) 自由性

個々の市場参加者の市場への参入・退出は自由である。

8) 先物市場が完全に整備され機能している場合、為替取引で先物カバーがとられるならば、名目為替レートの予想値 $E_t S_{t+1}$ はその部分は先物為替レート $S_{t,t+1}$ に取って替わられる。

9) 上述 (2) 式で $y = \ln(1+r)$ と置いてこれをテイラー展開し、1 次のオーダーまでを採用すると $1+r = \exp(y) \approx 1+y$ となるゆえ、 $y=r$ なる近似式を得る。

10) 岡田 (2009) pp. 17-18.

11) 松浦 / マッケンジー (2012) pp. 127-133. 合理的予想では $E_t s_{t+1} = s_{t+1}$ と考えられるから、 $s_{t+1} - s_t = \alpha + \beta(r_t - r_t^*)$ (s : 自国通貨建て対米ドル名目為替レート、 r : 自国金利、 r^* : 米国金利) と置いて、この回帰式の OLS 推定量 $\hat{\alpha}, \hat{\beta}$ に基づく逐次残差に対し CUSUMS Q 検定を施した。

12) 以下のカバー無し金利平価式に基づく状態空間モデルの構築に関しては、Ito (2002)、伊藤 (2004) に依拠した。

13) 「状態空間モデル」ならびに「カルマンフィルター」に関しては、谷崎 (1993) (2007)、Durbin/Koopman (2012) Part I, Hamilton (1994) Chap.13, Harvey (1989), Koopman et al. (1998) (2003) を参照。また、線形確率システムの状態空間表現と、「直交射影の定理」を応用した最小分散推定の理論とを組み合わせた説明に関しては、Luenberger (1969) Chap. 4 を参照。

14) 本稿では、カルマンフィルターに基づく最尤推計プログラムとして Quantitative Micro Software 社のパッケージソフト EViews 8 を用いた。

15) 観測方程式において、定数に関する最尤推計量が各国とも有意でないため、これを方程式のスペックから落とした。また、3ヶ月もの債券イールド / コマーシャル・ペーパー利率を基にした内外金利差では、マネーマーケットによる金利差に比べて各推計値の統計量が押し並べて劣るため、本計算ではマネーマーケットによる金利差の方を採用した。さらに本推計結果において、パラメータ推定値の z 値が大きく、且つ状態方程式の誤差項分散が小さいことから、初期条件の与え方に関して改善の余地があると言える(補論参照)。

16) 伊藤 (2004) p. 121。

17) Altman, R. (1998), “The Nuke of the 90s,” *The New York Times Magazine*, March 1, 1998, p. 34.

18) 谷崎 (1993) (2007)、Durbin/Koopman (2012) Part I, Hamilton (1994) Chap.13, Koopman et al. (1998) (2003)。

19) 直交射影定理 :

R をユークリッド空間とし、 $\|\cdot\|$ をユークリッド・ノルムとする。このとき、 $\forall x \in R$ に対し、ある一意的なベクトル $m_0 \in M \subset R$ が存在して、

$$\|x - m_0\| \leq \|x - m\| \text{ for } \forall m \in M$$

になるための必要十分条件は、ベクトル $x - m_0$ が M と直交することである (Luenberger (1969) pp. 49-52)。

20) Luenberger (1969) Chap. 4.

21) 森平爽一郎 (2015) 「カルマンフィルターのファイナンスへの応用」第 2 回 Stata ユーザ会配布資料 pp. 46-49。

参考文献

- 伊藤成朗 (2004) 「途上国における利子率裁定の変遷—メキシコの事例—」『研究双書』
No. 536、アジア経済研究所、pp. 115-135
- 岡田義昭 (2009) 『開放経済下の新マクロ経済分析』成文堂
—— (2014) 『現代経済理論〈第3版〉』成文堂
- 谷内満 (1997) 『アジアの成長と金融』東洋経済新報社
- 谷崎久志 (1993) 『状態空間モデルの経済学への応用』日本評論社
—— (2007) 「状態空間モデル」箕谷千風彦 / 縄田和満 / 和合肇編『計量経済学ハンドブック』朝倉書店、pp. 621-642
- 鄭章淵 (1997) 『東アジア経済発展論』の構築とその射程—開発経済学の議論を中心に—『岐阜経済大学論集』第31巻第2/3号
- 松浦克己 / コリン・マッケンジー (2012) 『EViewsによる計量経済分析 [第2版]』東洋経済新報社
- 渡辺利夫 (1996) 『開発経済学 第2版』日本評論社
- Chinn, M.D. and Y. Zhang (2013), “Uncovered Interest Parity and Monetary Policy Near and Far from the Zero Lower Bound,” *Working Paper* 21159, National Bureau of Economic Research
- Durbin, J. and S.J. Koopman (2012), *Time Series Analysis by State Space Methods*, Second ed., Oxford U.P.
- Engel, C. (2013), “Exchange Rates and Interest Parity,” *Working Paper* 19336, National Bureau of Economic Research
—— (2015), “Exchange Rates, Interest Rates and the Risk Premium,” *Working Paper* 21042, National Bureau of Economic Research
- Flood, R.P. and A.K. Rose (2002), “Uncovered Interest Parity in Crisis,” *IMF Staff Papers*, Vol.49, No.2, International Monetary Fund
- Frankel, J.A. (1979), “The Diversifiability of Exchange Risk,” *Journal of International Economics*, Vol.9, No.3, pp.379-393
- Hamilton, J.D. (1994), *Time Series Analysis*, Princeton U.P.
- Harvey, A.C. (1989), *Forecasting, Structural Time Series Models and the Kalman Filter*, Cambridge U.P.
- International Monetary Fund (2015), *International Financial Statistics*, CD-ROM, June 2015
- Ito, S. (2002), “Identification and Anatomy of Currency Crises,” (国宗浩三編 (2002) 『開発途上国経済システムの中における金融』調査研究報告書、アジア経済研究所、第5章、pp. 93-118)

- Koopman, S.J., N. Shephard, and J.A. Doornik (1998), “Statistical Algorithms for Models in State Space Using SsfPack 2.2,” *Econometrics Journal*, Vol.1, pp.1-55
- , E. Zivot, and J. Wang (2003), “State Space Modeling in Macroeconomics and Finance Using SsfPack for S+FinMetrics,” *mimeo*
- Luenberger, D.G. (1969), *Optimization by Vector Space Methods*, John Wiley & Sons, Inc
- MacDougall, G.D.A. (1960), “The Benefits and Costs of Private Investment from Abroad: A Theoretical Approach,” *Economic Review*, Vol.36, Issue 73, pp.13-35
- Markovitz, H.Z. (1959), *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*, John Wiley & Sons, Inc
- World Bank (1993), *The East Asian Miracle*, Oxford U.P.
- Yoshitomi, M. and ADBI Staff (2003), *Post-Crisis Development Paradigms in Asia*, ADB Institute

受理日 平成 28 年 1 月 29 日

