

# デフレ期における日本の金融政策 —マルコフ・スイッチング回帰分析—

岡田 義昭

- I はじめに
- II デフレ期における金融政策
- III 基本モデル
- IV マルコフ・スイッチング回帰式
- V 結び
- 注
- 参考文献

## 【要旨】

デフレ期における日本の金融政策に関する実証分析を行うに際して、新 *IS-LM* 体系の理論的枠組みに対し、マルコフ・スイッチング・モデルを適用することによってゼロ金利下限制約下のテイラー・ルール式に関する「非線形性」を陽表的に取り扱った。それによって、長引く景気低迷とデフレーションからの脱出を企図して非正統的ないしは非伝統的な金融政策の導入にまで踏み込んだ1990年代後半から2000年代における日本経済の動きを、一般均衡論的視点に立って検証した。

## 【キーワード】

ゼロ金利政策、量的緩和政策、テイラー・ルール、マルコフ・スイッチング回帰式、新 *IS-LM* 体系

## I はじめに

### 1 テイラー・ルール

近年、各国通貨当局の金融政策は、名目貨幣供給額をコントロールする政策から名目金利水準を政策金利としてオペレーションにより一定水準に誘導する政策に転じてきている。たとえば、米国では連邦準備制度理事会（FRB）がフェデラル・ファンド・レート（無担保・翌日物）を政策金利として金融政策を実行している。また、日本では中央銀行である日本銀行が1990年代半ば以降、コール・レート（無担保・翌日物）を政策金利とし、民間金融機関が日本銀行に開設している当座預金への需給に働きかけることにより（金融調節）、一定水準に誘導している<sup>1)</sup>。さらに欧州ではユーロ圏の発足以降、欧州中央銀行（ECB）がユーロ短期レポ債券の買いオペ最低応札金利を一定水準に誘導することにより物価安定の維持という政策目的の実現を目指している<sup>2)</sup>。

こうした動きのなかで、J.B. Taylor が1993年の論文<sup>3)</sup>で提唱した政策金利の反応式が「テイラー・ルール」としてマクロ経済学で一般化した。すなわち、テイラー・ルールとは名目政策金利がインフレ率とGDPギャップとの“線形関係”で表現されるというものである。ところで、社会的厚生関数、したがって社会的損失関数をインフレ率とGDPギャップの目標値の二乗の加重平均で定式化した場合、通貨当局にとっての最適解はテイラー・ルールによって表現され得ることがその一因であった<sup>4)</sup>。こうした normative approach の研究に加え、positive approach の分野における研究結果によってもテイラー・ルールの支持基盤が固まった。すなわち、近年、多くの主要国が名目金利水準を中央銀行の政策変数として採用することとなったが、金融政策分野の実証研究を積み重ねた結果、テイラー・ルール型政策金利反応式の適合度が一定の条件のもとで極めて高いことをしてさらなる一般化を加速させることに繋がった。

### 2 非伝統的金融政策

ところで、1990年代以降、日本やその他の主要国は長期的な経済低迷とデフレ現象に陥った。日本経済は1990年代初頭に資産価格バブルが破裂したが、それ以降、長期に亘る深刻な景気低迷に直面した。その間、日本の中央銀行である日本銀行は、景気低迷とデフレーションからの脱出を企図して、政策金利であるコール・レート（無担保・翌日物）を下げ続け、1999年2月にはほぼゼロ水準まで引き下げる「ゼロ金利政策」を採用するに至った。加えて2001年3月には「量的緩和政策」を導入し、2006年3月まで流動性を潤沢に供給し続けた。さらには、政策の時間軸効果を狙ったフォワード・ガイダンスを採用し、人々の将来予想に

働き掛けた。かくして、“流動性の罠”のもとでは、日本経済に対して政策金利のコントロールによる伝統的・正統的な金融政策によって有効性を発揮することがもはや不十分となったことから、日本銀行は非正統的ないしは非伝統的な金融政策を採用することとなった。

日本経済のバブル崩壊後におけるこれら長期経済不況・デフレ現象に加え、2000年代後半になると、米国におけるサブプライム住宅ローンの不良債権化問題に端を発した世界的金融危機・同時不況がさらに深刻さを倍加した。かくして世界の主要中央銀行は、①政策金利の引き下げに加え、②潤沢な資金供給と金融調節手段の整備・強化と多様化、③買入れ対象資産の拡大、④個別金融機関等に対する流動性支援など、非伝統的な金融政策を採用し、金融危機・同時不況からの脱出を図った<sup>5)</sup>。

### 3 テイラー・ルールの非線形性

こうした各国のマクロ経済事象は、従来の新古典派マクロ経済理論なかんずく新 *IS-LM* モデルに修正を迫るものであった。すなわち、新 *IS-LM* モデルを構成する動学的 *IS* 曲線式や新ケインジアン・フィリップス曲線式に加え、さらに体系に組み込まれたテイラー・ルール型政策金利反応式は、通常“線形関係”を前提として定式化される。しかしながら、政策金利水準にゼロ下限制約がかかる、同反応式は“非線形式”となるが、これら非線形関係を定式化して論理的整合性を保持するためには理論面・実証面で種々工夫を要することになる。たとえば、①名目金利の非負制約条件式の設定、②時変パラメータの推計、③レジーム・スイッチングの導入、などがその代表的なものである。①では、一般に動学的 *IS* 曲線式や新ケインジアン・フィリップス曲線式などの制約条件式にさらに名目金利の非負条件式を加えて、目的関数である二次形式の社会的損失関数に対して最小化をはかるものである<sup>6)</sup>。これら拡張された制約条件付き最小化問題を解くと、名目金利の非負制約が加わった最適金融政策反応関数は、制約無しの反応関数とは異なる形状を示す結果が導かれる。すなわち、金利水準やインフレ率が低くなるほど迅速な金利引下げが必要とされるのであり、換言すれば、金利水準やインフレ率の低下が見込まれたとき、流動性の罠に陥らないよう早くから必要な手立てを講じておく (pre-emptive) ことが政策的に最適 (i.e. 社会的厚生が最大) となるというものである。②では、新 *IS-LM* モデルを構成する方程式の各パラメータを時变的・可变的に取り扱ったり、あるいは非線形式そのものによる推計などによってテイラー・ルール式の線形・非線形問題をクリアーしている。すなわち、モデルの推計に関してベクトル自己回帰モデル (VAR) を採用する場合、各パラメータを一次のランダムウォークとしてマルコフ連鎖モンテカルロ

法 (MCMC) によるベイズ推定法で推計し、変数間の時変関係変化を許容するところの TVP (time-varying parameter)-VAR を適用する方法<sup>7)</sup> や、さらにはカルマン・フィルターの適用によって状態空間モデルを推計するかわりに、自己組織化状態空間モデルに粒子フィルター (モンテカルロ・フィルター) を用いて非線形式を可変パラメータ推計するものなどがある<sup>8)</sup>。カルマン・フィルターの最尤推計では状態空間モデル (= 観測・遷移方程式) が線形で且つ攪乱項が正規分布であることを前提とするのに対し、粒子フィルターの推計では非線形式・非正規分布・非定常状態空間モデルであるような関係式を取り扱うことができる。最後に③では、マクロ経済環境の変化とともに、それが金融政策に与える影響を明示的にモデルの推計に取り込む。具体的には、マルコフ推移確率によるレジームの転換に応じて金融政策を規定する一部のパラメータの推計値を変更するものであり (= マルコフ・スイッチング・モデル)、これによりテイラー・ルール式に関する非線形関係の最尤推定量を求める<sup>9)</sup>。

#### 4 本稿のねらい

本稿で日本経済に関する回帰分析を行うにあたって、動学的一般均衡 (DSGE) モデルをベースとした新 *IS-LM* モデルに対し、上述③のマルコフ・スイッチング・モデルを適用することによってゼロ金利下制限約下のテイラー・ルール式に関する非線形性を陽表的に取り扱う。それによって、長引く景気低迷とデフレーションからの脱出を企図して非正統的ないしは非伝統的な金融政策が導入された 1990 年代後半から 2000 年代の日本経済の動きを、単に金融市場に限定した部分均衡論的分析ではなく一般均衡論的視点に立って検証する。

## Ⅱ デフレ期における金融政策

本章において、次章以降の理論的・計量的分析に先立ち、デフレ期における非伝統的金融政策の実態を概観しておこう。

### 1 経済低迷・デフレ事象と非正統的金融政策

1990 年代以降、日本やその他の主要国は長期的な経済低迷とデフレ事象に陥った。日本経済は 1990 年代初頭に資産価格バブルが破裂したが、それ以降、長期に亘る深刻な不況に直面した。その間、日本の中央銀行である日本銀行は、景気低迷とデフレーションからの脱出に対応すべく、政策金利であるコール・レート (無担保・翌日物) を下げ続け、1999 年 2 月にはほぼゼロ水準まで引き下げる「ゼロ金利政策」を採用するに至った。加えて 2001 年 3 月には「量的緩和政策」を



導入し、2006年3月まで潤沢な流動性を供給し続けた。さらには、政策の時間軸効果を狙ったフォワード・ガイダンスを採用し、人々の将来予想に働き掛けた。かくして、“流動性の罫”のもとでは、日本経済に対して政策金利のコントロールによる伝統的・正統的な金融政策によって有効性を発揮することがもはや不十分となったことから、日本銀行は非正統的ないしは非伝統的な金融政策の採用を決めた。

ここで非正統的・非伝統的金融政策とは、①中央銀行のバランスシート構成を維持しつつ規模を拡大させる「狭義の量的緩和」と、②バランスシートの規模を一定に保ちつつ正統的資産を非正統的資産に組み替えその構成を変える「狭義の信用緩和」から成るとする。そして、「(広義の)量的緩和」とは、経済に及んだショックに対処するため、上述のような中央銀行バランスシートの資産・負債サイド両面を最大限活用する非正統的・非伝統的政策手段のパッケージとしている<sup>10)</sup>。また、2000年代前半から半ば過ぎまで日本銀行が採用したこうした一連の金融政策の特色を、白川日本銀行総裁（当時）はつぎのようにまとめている。①インターバンク市場の無担保オーバーナイト金利（ie. コール・レート）をほぼゼロ水準まで低下させたこと、②長期国債の買入れ増額など、さまざまなオペレーション手段を用いて潤沢な超過準備を供給したこと、③潤沢な流動性を円滑に供給するため、オペレーションの期間を長期化したこと、④日銀の購入資産には、リスク資産である資産担保証券（ABS）や資産担保コマーシャルペーパー（ABCP）を含むなど、信用緩和（credit easing）にも資する政策を採用したこと、⑤政策の時間軸効果をねらって、ゼロ金利政策や量的緩和政策を継続するというコミットメントを行ったこと、⑥金融システムの安定性を確保するため、金融機関の株式保有に伴う市場リスクを軽減すべく金融機関の保有する株式の買入れまで踏み込んだこと、としている<sup>11)</sup>。

これら非伝統的金融政策は具体的には以下のごとくである<sup>12)</sup>。

## 2 量的緩和政策：日本の事例

日本銀行は、1999年2月には「ゼロ金利政策」を採用したが、2001年3月に至り、金融市場調節の操作目標を正統的・伝統的なコール・レート（無担保・翌日物）から日銀当座預金残高に変更した。そして、これら残高目標値に対する所要準備額を5兆円程度とした。かくして、日本銀行にとって非正統的・非伝統的な金融政策である「量的緩和政策」が始まった。それまで同準備額は4兆円強であったことから、これは極めて大きな金額であると言えよう。その後、経済情勢の悪化に対応して逐次その額は引き上げられ、2004年1月に30～35兆円程度に達して以降、量的緩和政策を終了する2006年3月までこの水準に据え置かれた。

この間、同政策による潤沢な資金供給を反映して、コール・レート（無担保・翌日物）は0.001%にまで低下し、1999～2000年のゼロ金利政策時における0.02～0.03%を大きく下回った。加えて、こうした日銀当座預金残高の目標値を円滑に達成するため、日本銀行は、長期国債の購入額を当初の月額4千億円から徐々に引き上げ、2002年10月以降はおよそ3倍の月額1兆2千億円とした。2005年末時点では、日本銀行は日銀当座預金と銀行券の合計で117兆円のベースマネーを負債として計上（＝資金供給）し、一方で長期国債の保有額は63兆円にまで増額させた。また、日本銀行はこれら緩和政策に加えて、2002年10月から2003年9月までの間、金融機関保有の株式買入れを決め、銀行などの株式保有に伴う市場リスク軽減をもって金融システムの安定化を図った。さらには2003年7月から2006年3月までの間には、資産担保証券（e.g. ABS、ABCP等）の買入れを実施した。これは資産担保証券市場の活性化と発展を促し、また金融機関を通じた信用仲介機能を高めることによって金融緩和に関する政策波及プロセスを強化することを目的とした。

日本銀行は、2003年10月の時点で、上述した資金の市中への潤沢な供給を消費者物価指数（除く生鮮食品）の前年同月比上昇率が安定してゼロ%以上となるまで“継続する”とのコミットメントを表明した。しかるに、2005年11月以降、総務省「消費者物価指数」（全国）の生鮮食品を除く総合の前年同月比がそれまでのマイナスからプラスに転じ、2006年3月初めに明らかとなった1月の同指数では前年同月比0.5%の大幅上昇（季節調整済前月比でも0.3%の上昇）となった。かくして2006年3月に至り、日本銀行は、消費者物価は先行きプラス基調が定着していくと見て、量的緩和政策に係わるコミットメントの条件が満たされたとの景気判断を下した。それゆえ、日本銀行はここで5年にわたる同政策を解除し、金融政策の操作目標をコール・レート（無担保・翌日物）に切り替えて同レートが概ねゼロ水準で推移するように経済を誘導することとした。

### 3 量的緩和政策：他主要国の事例

上述した日本の事例に加え、米国のサブプライム住宅ローン破綻に端を発した今般のグローバルな金融危機に直面し、世界の主要中央銀行もさまざまな政策に取り組んだ。たとえば、米国連邦準備制度、欧州中央銀行、イングランド銀行、カナダ銀行、スイス国民銀行、スウェーデン・リクスバンクなどの政策対応を見ると以下のごとくである<sup>13)</sup>。

#### a 政策金利の引き下げ

いずれの中央銀行も政策金利を1%以下の低水準まで引き下げ、实体经济における深刻な不況からの脱出を図ろうとした。加えて、いくつかの中央銀行では、“時

間軸効果”をねらって、ターム物金利など長めの金利を低位安定化させるべく政策金利の先行きに関する低水準維持というコミットメントを表明した。

#### **b 潤沢な資金供給と金融調節手段の整備・拡充**

各中央銀行は、さまざまな手段を行使して短期金融市場に対し潤沢な資金供給を行い、もって市場の安定化を企図した。たとえば、①資金供給手段の拡充（e.g. オペの頻度・規模の引き上げ、オペ期間の長期化、適格担保・取引相手方の拡大等）、②新たな資金吸収手段の導入（e.g. 中央銀行による債務証券の発行等）、③スタンディング・ファシリティの整備（e.g. 貸出ファシリティの貸出期間延長、超過準備に対する付利制度導入等）などの金融調節手段が講じられた。

#### **c 買入れ対象資産の拡大**

中央銀行による金融調節の買入れ対象資産は、従来は主として短期国債など短期かつ安全度の高い金融資産に限られてきた。これに対し、今般の局面では、多くの中央銀行が従来の範囲を越えて買入れ対象資産を拡大した。たとえば、①信用市場の機能を活性化あるいは補完するため、CP・社債等の民間債務を買入れる、②幅広い金融資産の価格に影響を与えるためやあるいは通貨供給量の増加を図るために、国債ないしはエージェンシー債などの長期債券を買入れる、③金融機関を通じた信用仲介機能を維持・強化するために、金融機関から保有株式等の金融資産を買入れる、などである。

#### **d 個別金融機関等に対する流動性支援**

いくつかの中央銀行は、システミック・リスクを回避し金融システムの安定維持を図るため、「最後の貸し手」として個別金融機関等への流動性支援を実施した。このうち、たとえば米国においては、預金取扱金融機関（depository institutions）以外にも流動性支援の措置がとられるなどした。

### **3 量的緩和政策の効果**

しかしながら、金融機能不全に陥った各国経済において、とりわけ非伝統的金融政策が先行した日本の事例に関し、これら量的緩和政策がマクロ経済変数に与えた効果を検証すると、概ね限定的なものでしかなかったという評価が一般的である<sup>14)</sup>。たとえば、鵜飼はこうした政策効果の実証分析に関するサーベイ結果を以下のごとく纏めている<sup>15)</sup>。

#### **a 時間軸効果**

量的緩和政策継続のコミットメントによってゼロ金利が将来にわたって継続されるという予想が短中期のイールド・カーブを押し下げる効果（＝時間軸効果）は、多くの分析で明確に計測された。

#### **b ポートフォリオ・リバランス効果**

日銀当座預金供給量の増加による日本銀行のバランスシート拡大や、長期国債オペ増額による日本銀行の資産構成の変化の効果に関し見てみると、ポートフォリオ・リバランスがマネタリーベースと不完全代替の関係にある金融資産の利回りのうちプレミアム部分を縮小させる効果については、結果がわかれており、また効果があったとする分析結果でもコミットメントの効果に比べれば小さな効果となった。一方、将来の短期金利経路に関する民間予想への影響（＝シグナル効果）については一部検出された。

### c 金融環境の緩和効果

量的緩和政策は、総じて緩和的な金融環境を作り出したとの評価が多い。すなわち、量的緩和政策によって、不良債権問題を抱えた金融機関が市場から調達する資金にかかるプレミアムについて、格付け格差をほとんど反映しないところまで縮小したことが確認された。このことは、量的緩和政策が、金融機関の資金繰り不安を回避することによって金融市場の安定化や緩和的な金融環境を創出する効果を発揮したと解釈し得る。

### d 総需要・物価への押し上げ効果

総需要・物価への押し上げ効果については、ゼロ金利下限制約下でのマネタリーベース増大がもたらす効果に限定すると、検出されないか、あってもゼロ金利制約のない時期に比べて小さいとの結果であった。一方、量的緩和政策の効果を広く捉えと、総じて無担保コール・レート・オーバーナイト物を単にゼロ%にする以上の金融緩和が実現したことが示されているが、それにもかかわらず、総需要や物価を押し上げる効果は限定的との結果が多い。その理由として、ゼロ金利下限制約以外にも、バブル崩壊以降、資産価格の大幅な下落によって企業および金融機関のバランスシートが毀損した結果、金融緩和に対する企業や金融機関の反応が著しく鈍化したことが指摘される。

## Ⅲ 基本モデル

本章において、動学的一般均衡（DSGE）モデルのプロトタイプを基に、金融政策の評価を可能とするひとつのマクロ経済学的枠組みを構築する<sup>16)</sup>。

我々の想定するマクロ経済は、家計、企業、政府・通貨当局の3部門から構成されるものとする。また、財サービス市場は独占的競争下にあり、他方、労働市場、債券市場は完全競争市場と仮定する。

### 1 家計

#### a 選好

各家計（ $\forall i \in [0,1]$ ）は、 $\forall t \in \{0,1,2,\dots\}$ に対して次のような同形的効用関数を持

つものとする。

$$(1) \quad U_t(i) = E_t \left[ \sum_{s=t}^{\infty} \beta^{s-t} \left( \frac{C_s(i)^{1-\rho}}{1-\rho} - \frac{L_s(i)^{1+\nu}}{1+\nu} \right) \right]$$

ただし  $\beta (\in (0,1))$  : 家計の主観的割引率

$\rho (>0)$ ,  $\nu (>0)$  : 定数

$E[\cdot]$  : 期待値オペレータ

ここで $\rho$ は異時点間の消費代替弾力性の逆数、すなわち、財サービス消費の相対的危険回避度を表し、 $\nu$ は同様に異時点間労働供給の代替弾力性の逆数を表す。

つぎに家計 $i$ の財サービス消費指標 $C(i)$ を、

$$(2) \quad C_t(i) = \left[ \int_0^1 C_t(i, j)^{\frac{\theta-1}{\theta}} dj \right]^{\frac{\theta}{\theta-1}}$$

で定義する。ただし $C(i, j)$ は家計 $i$ の財サービス $j$ の消費量を、また $\theta (>1)$ は財サービス需要の価格に対する代替弾力性を表す。したがって(2)式に対応した価格指標 $P$ は、

$$(3) \quad P_t = \left[ \int_0^1 P_t(j)^{1-\theta} dj \right]^{\frac{1}{1-\theta}}$$

で定義される。ただし、財サービス $j$ の価格 $P(j)$ は後に第2節で見るとく、独占的競争下にある各企業の利潤最大化行動から決まってくる。さらに $L(i)$ は家計 $i$ の労働供給量を表す。

## b 予算制約式

家計 $i$ の $t$ 期における予算制約式を、

$$(4) \quad P_t C_t(i) + B_t(i) \leq W_t L_t(i) + \Phi_t(i) + (1+r_{t-1})B_{t-1}(i)$$

で表す。ここで $B(i)$ は財サービス価格 $P$ をニューメレールにとった家計 $i$ の保有する名目債券、 $W$ は名目賃金率、 $L(i)$ は家計 $i$ が企業に提供する労働量、 $\Phi(i)$ は企業から家計 $i$ に支払われる名目配当金、 $r$ は債券ストックの名目利子率である。

## c 主体的均衡

各家計は、財サービス価格、名目賃金率、名目配当金、債券利子率、債券ストック(1期前)が所与の時、予算制約式の下で期待効用を最大とするように、今期の消費需要量、労働供給量、債券ストックをそれぞれ決めるものとする。したがって、家計 $i$ の最適化行動は、

$$(5) \quad \max_{\{B_t\}\{C_t\}\{L_t\}} : U_t(i) = E_t \left[ \sum_{s=t}^{\infty} \beta^{s-t} \left( \frac{C_s(i)^{1-\rho}}{1-\rho} - \frac{L_s(i)^{1+\nu}}{1+\nu} \right) \right]$$

$$\text{s.t. } C_s(i) + \frac{B_s(i)}{P_s} \leq \frac{W_s}{P_s} L_s(i) + \frac{\Phi_s(i)}{P_s} + (1+r_{s-1}) \frac{P_{s-1}}{P_s} \frac{B_{s-1}(i)}{P_{s-1}}$$

$$\text{given } P_s, W_s, \Phi_s(i), r_{s-1}, B_{s-1}(i)$$

なる制約条件付き最大化問題を解くことで得られる。(5) 式に関して1階の必要条件を求めると、以下のような $t$ 期における各家計の主体的均衡条件を得る<sup>17)</sup>。

$$(6) \quad C_t(i)^{-\rho} = \beta E_t \left[ (1+r_t) \frac{P_t}{P_{t+1}} C_{t+1}(i)^{-\rho} \right]$$

$$(7) \quad C_t(i)^\rho = \frac{W_t}{P_t} L_t(i)^{-\nu}$$

$$(8) \quad E_t \left[ \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{B_{T+t-1}(i)}{\Pi_{s=t}^{T+t} (1+r_{s-1})} \right] = 0$$

である。

#### d 個別財需要

つぎに家計 $i$ は、個別財サービス (i.e.  $\forall j \in [0,1]$ ) ごとの消費需要を、個別財サービス価格 $P_t(j)$ が所与のとき、名目総支出額一定の下でそれら個別財サービス消費の総実質量を最大にするようにそれぞれ決めるものとするものとすれば、 $I(i)$ を家計 $i$ の財サービスに対する一定の名目総支出額として、

$$(9) \quad \max_{(C(i,j))} : C_t(i) = \left[ \int_0^1 C_t(i,j)^{\frac{\theta-1}{\theta}} dj \right]^{\frac{\theta}{\theta-1}}$$

$$\text{s.t. } \int_0^1 P_t(j) C_t(i,j) dj \leq I_t(i)$$

$$\text{given } P_t(j), I_t(i)$$

を解くことで得られる。すなわち、

$$(10) \quad C_t(i,j) = \left( \frac{P_t(j)}{P_t} \right)^{-\theta} C_t(i)$$

となる<sup>18)</sup>。

## 2 企業

### a 生産技術

各企業は、固定的生産要素である資本ストックの投入を一定とし、さらに可変的生产要素である労働を投入して差別化された1種類の財サービス $z$  ( $z \in [0,1] \subset \mathbb{R}^1$ )を生産する<sup>19)</sup>。各企業の生産技術構造はすべて同形的であるとする。したがって、企業 $j$ の $t$ 期における個別生産関数 $F^j$ は、 $\alpha (>0)$ を技術水準 (i.e. 全要素生産性) とすれば、 $\forall j \in [0,1], \forall t \in \{0,1,2,\dots\}$  に対して、

$$(11) \quad Y_t(j) = F^j(L_t) = \alpha L_t(j)$$

で表せる。

### b 最適化行動

独占的競争の状況下では、各企業はプライス・メーカーとして差別化された自社の財サービスに対して自ら価格を設定し得る。ただし、各企業にとっては価格の調整機会は限定的であり、したがってカルボ型粘着価格モデル<sup>20)</sup>に従うものと仮定する。すなわち、企業  $j$  が任意の時点で価格を変更し得る確率を  $1 - \omega_p$  ( $\in (0,1)$ ) とする。ところで、当該経済では企業数は十分に大きいと仮定しているので、このことは、每期一定割合 (i.e.  $1 - \omega_p$ ) の企業だけ価格改定の機会が与えられることと同義である。

かくして、企業  $j$  の  $t$  期における最適化行動様式は以下のように定式化できる。

$$(12) \quad \max_{\{P_t(j)\}} : \tilde{\Phi}_t(j) = E_t \sum_{s=0}^{\infty} \beta_{t+s} \omega_p^s \left[ \left( \frac{P_t(j)}{P_{t+s}} \right) Y_{t+s}(j) - MC_{t+s}(j) Y_{t+s}(j) \right]$$

$$\text{s.t.} \quad Y_{t+s}(j) = \alpha L_{t+s}(j)$$

$$Y_{t+s}(j) = \left( \frac{P_t(j)}{P_{t+s}} \right)^{-\theta} Y_{t+s}$$

$$\text{given } W_{t+s}, P_{t+s}, Y_{t+s} \quad (s = 0, 1, 2, \dots)$$

ただし  $\beta_{t+s}$  は企業の最終所有者たる家計の限界効用で評価された企業  $j$  の主観的

割引率であり、 $\beta_{t+s} = \beta^s \frac{\lambda_{t+s}(j)}{\lambda_t(j)}$  ( $\beta \in (0,1)$ ) で定義される。また、 $MC_t(j)$  は企業

$j$  の  $t$  期における実質限界費用を表す。

したがって、各制約条件式を主方程式に代入し、設定価格  $P_t(j)$  で偏微分してこれら制約条件つき最大化問題を解くと、次のような自国企業  $j$  の最適化行動に関する 1 階の必要条件が導かれる<sup>21)</sup>。

$$(13) \quad E_t \left[ \sum_{s=0}^{\infty} \beta_{t+s} (\omega_p)^s Y_{t+s} \left[ \frac{P_t(j)}{P_{t+s}} - \frac{\theta}{\theta-1} \frac{W_{t+s}}{\alpha P_{t+s}} \right] \right] = 0$$

このことから、企業  $j$  の価格設定に関する主體的均衡条件、すなわち、最適価格が限界費用の将来の流列に一定のマークアップ率  $(1+\theta)$  を乗じたものと等しくなるという関係式が得られる。

$$(14) \quad \frac{P_t(j)}{P_t} = \frac{\theta}{\theta-1} E_t \left[ \sum_{s=0}^{\infty} \beta_{t+s} \frac{W_{t+s}}{\alpha P_{t+s}} \right]$$

$$\text{ただし } f_{t+s} \equiv \frac{\beta_{t+s} \omega_P^s \left( \frac{P_t}{P_{t+s}} \right)^{-\theta} Y_{t+s}}{E_t \sum_{s=0}^{\infty} \beta_{t+s} \omega_P^s \left( \frac{P_t}{P_{t+s}} \right)^{1-\theta} Y_{t+s}}$$

この(14)式の右辺は各企業 $j$ にとって同一であるから、これより企業全般の集計的価格遷移式

$$(15) \quad P_t = \left[ (1 - \omega_P) X_{P_t}^{1-\theta} + \omega_P P_{t-1}^{1-\theta} \right]^{\frac{1}{1-\theta}}$$

が求まる。ただし $X_{P_t}$ は $t$ 期に価格改定の機会を得た企業群の設定する最適価格水準である。

### 3 市場

#### a 債券市場・労働市場

各家計における実質債券の受取りと支払いは符号が逆で絶対値が等しくなるから、債券ストックの純供給をゼロと仮定すれば、債券市場は完全競争を仮定しているの、模索過程における利子率のシグナル機能により、

$$(16) \quad \int_0^1 \left( \frac{B_t(i)}{P_t} \right) di = 0,$$

となる。また、労働市場も完全競争的なので、模索過程で家計の労働供給量と企業の労働需要量とを賃金率が有効に調整することにより、 $\exists W_t / P_t \in (0, \infty)$ に対し、

$$(17) \quad L_t^D = L_t^S$$

となる。

#### b 財サービス市場

財サービス市場は独占的競争市場なので、個別企業の財サービス需要に関する価格の代替弾力性 $\theta (> 0)$ を加味して、集計的需給均衡式は、

$$(18) \quad C_t \equiv \int_0^1 C_t(i) di = \left[ \int_0^1 Y_t(j)^{\frac{\theta-1}{\theta}} dj \right]^{\frac{\theta}{\theta-1}} \equiv Y_t$$

となる。

### 4 新IS-LM体系

#### a 動学的IS曲線

家計 $i$  ( $i \in [0, 1]$ )の $t$ 期における主体的均衡条件式である(6)式の消費オイラー方程式を対数表示し、さらに財サービス市場の集計的需給均衡式より $Y = C$ であるから



$$(19) \quad \hat{y}_t = E_t[\hat{y}_{t+1}] - \frac{1}{\rho} (\hat{r}_t - E_t[\hat{\pi}_{t+1}])$$

が導ける。ただし、 $\frac{P_{t+1}}{P_t} = 1 + \pi_{t+1}$ と置いて、テイラー展開により  $\ln(1 + \pi_{t+1}) \approx \pi_{t+1}$

と近似する。また、アルファベット小文字は大文字変数の自然対数変換表示とし（ただし利子率 $r$ とインフレ率 $\pi$ を除く）、さらに $\sim$ 付き変数は、定常均衡解からの近傍乖離の対数線形近似式を表す（以下同様）<sup>22)</sup>。

この(19)式は、実質利子率（＝名目利子率－予想インフレ率）を含むところの財サービス市場の均衡条件式すなわち動学的IS曲線となっている。

### b 新ケインジアン・フィリップス曲線

先の(14)式  $\frac{P_t(j)}{P_t} = \frac{\theta}{\theta-1} E_t[\sum_{s=0}^{\infty} f_{t+s} \frac{W_{t+s}}{\alpha P_{t+s}}]$  に対し  $\beta\omega_p$  を乗じて1期繰り上げ、

さらにそれを元の(14)式から減ずれば、この(14)式の右辺は各企業 $j$ にとって同一であることを考慮することにより、インフレ率に対する定常状態からの対数線形乖離が、

$$(20) \quad \hat{\pi}_t = \beta E_t[\hat{\pi}_{t+1}] + \frac{(1-\beta\omega_p)(1-\omega_p)}{\omega_p} \hat{w}_t$$

で表せる。ただし $\hat{w}$ は実質賃金率 $w \equiv \frac{W}{P}$ の定常均衡解からの近傍乖離に対する対数線形近似である。

ところで、各家計の労働供給関数として(7)式の消費・余暇トレードオフ条件式をとり、他方、各企業の労働需要関数として(11)式の生産関数の逆関数を取り、さらに各経済主体の同質性を基に経済全体の集計値を求めて労働市場ならびに財サービス市場の需給均衡を考慮すれば、

$$(21) \quad \hat{w}_t = (\rho + \nu) \hat{y}_t$$

なる定常均衡解の近傍での対数線形近似式が求まる。したがって、これを(20)式に代入すれば、(20)式はさらに

$$(22) \quad \hat{\pi}_t = \beta E_t[\hat{\pi}_{t+1}] + \kappa \hat{y}_t$$

$$\text{ただし、} \kappa \equiv \frac{(1-\beta\omega_p)(1-\omega_p)(\rho+\nu)}{\omega_p}$$

と書くことができる。

### c 金融政策ルール

通貨当局の政策目標は、金利を主要政策変数としつつ社会的厚生関数の最大化

(または社会的損失関数の最小化)を図るものとする。

ここで社会的損失関数を、

$$(23) \quad \Lambda_t(\hat{y}, \hat{\pi}, \hat{r}) = E_t \left[ \sum_{s=0}^{\infty} \beta^s \frac{1}{2} \{ \hat{y}_{t+s}^2 + \sigma(\hat{\pi}_{t+s} - \bar{\pi}_{t+s})^2 \} \right], \quad \forall t \in \{0, 1, 2, \dots\}$$

と定義し、その最小化をもって政策目標と考える。すなわち、実質 GDP ギャップ ( $\hat{y}$ ) とインフレ率 ( $\hat{\pi}$ ) の目標値 ( $\bar{\pi}$ ) からの乖離の二乗和を将来に亘って最小とするものである<sup>23)</sup>。ただし  $\beta (\in (0, 1))$  は通貨当局の主観的割引率であり、また  $\sigma$  は政策目標に対する相対的重要度を意味する。さらに目標物価水準  $\bar{P}$  を  $\bar{P}_t = \bar{P}_{t-1} = \text{定数}$  とすれば、 $\bar{\pi}_t = \ln(\frac{\bar{P}_t}{\bar{P}_{t-1}}) = 0$  となる。したがって、通貨当局の  $t$  期における最適政策は、先の動学的 IS 曲線式ならびに新ケインジアン・フィリップス曲線式を考慮することにより、

$$(24) \quad \min_{\{\hat{y}\}_{\{\hat{\pi}\}_{\{\hat{r}\}}} : V_t(\hat{y}, \hat{\pi}, \hat{r})$$

$$V_t(\hat{y}, \hat{\pi}, \hat{r}) = E_t \left[ \sum_{s=0}^{\infty} \beta^s \frac{1}{2} (\hat{y}_{t+s}^2 + \sigma \hat{\pi}_{t+s}^2) \right]$$

$$\text{s.t.} \quad \hat{y}_t \leq E_t[\hat{y}_{t+1}] - a(\hat{r}_t - E_t[\hat{\pi}_{t+1}])$$

$$\hat{\pi}_t \leq \beta E_t[\hat{\pi}_{t+1}] + b\hat{y}_t$$

$$\forall t \in \{0, 1, 2, \dots\}$$

なる制約条件付最小化問題を解くことで記述できる。ただし制約条件式の各係数  $a, b$  は正の定数とする。

上述制約条件式のうち、動学的 IS 曲線式のラグランジュ乗数を  $\mu$  とし、NKP 曲線式のラグランジュ乗数を  $\lambda$  として動学的ラグランジュ関数  $L$  を、

$$(25) \quad L_t(\hat{y}, \hat{\pi}, \hat{r}, \mu, \lambda)$$

$$= E_t \left[ \sum_{s=0}^{\infty} \beta^s \left[ \frac{1}{2} (\hat{y}_{t+s}^2 + \sigma \hat{\pi}_{t+s}^2) + \mu_{t+s} \{ \hat{y}_{t+s} - (\hat{y}_{t+s+1} - a(\hat{r}_{t+s} - \hat{\pi}_{t+s+1})) \} \right] \right]$$

$$+ \lambda_{t+s} \{ \hat{\pi}_{t+s} - (\beta \hat{\pi}_{t+s+1} + b\hat{y}_{t+s}) \} ]$$

と定義する。これに「Kuhn-Tucker 定理」<sup>24)</sup>を適用すれば、1 階の最小値条件の 1 つは  $aE_t[\mu_{t+s}] = 0$  となるが<sup>25)</sup>、これは  $a \neq 0$  より  $E_t[\mu_{t+s}] = 0$  となる。すなわち、動学的 IS 曲線は実際上は制約していないことになる。かくして、目的関数  $V$  が最小となるための必要条件として、

$$(26) \quad E_0[\hat{y}_t] + bE_0[\lambda_t] = 0 \quad t = \{0, 1, 2, \dots\} \quad \cdots \text{ (i)}$$

$$\sigma E_0[\hat{\pi}_t] - E_0[\lambda_t] + E_0[\lambda_{t-1}] = 0 \quad t = \{1, 2, \dots\} \quad \cdots \text{ (ii)}$$

$$\sigma \hat{\pi}_0 - \lambda_0 = 0 \quad \cdots \text{ (iii)}$$

$$E_0[\hat{\pi}_t] = \beta E_0[\hat{\pi}_{t+1}] + bE_0[\hat{y}_t] \quad t = \{0, 1, 2, \dots\} \quad \cdots \text{ (iv)}$$

を得る<sup>25)</sup>。これより (i) 式を用いてラグランジュ乗数を消去すれば、(26) 式

はさらに

$$(27) \quad \sigma\hat{\pi}_t + \frac{1}{b}(\hat{y}_t - \hat{y}_{t-1}) = 0 \quad \cdots \text{ (ii)}$$

$$\sigma\hat{\pi}_t + \frac{1}{b}\hat{y}_t = 0 \quad \cdots \text{ (iii)}$$

と書ける。それゆえ、この(27)式が社会的厚生を最大とするような金融政策を担保する条件式となっている。

#### d 新 IS-LM 体系

かくして、上述各式をまとめれば、財サービス市場が独占的競争関係にある個別経済主体の将来予想を含む最適化行動に基づいた動学的マクロ経済体系に関し、金融政策も含めて新 IS-LM 体系として以下のような3本の動学方程式によって描くことができる<sup>26)</sup>。

$$(28) \quad \hat{y}_t = E_t[\hat{y}_{t+1}] - \frac{1}{\rho}(\hat{r}_t - E_t[\hat{r}_{t+1}]) \cdots \text{動学的 IS 曲線式}$$

$$\hat{\pi}_t = \beta E_t[\hat{\pi}_{t+1}] + \kappa \hat{y}_t \cdots \text{新ケインジアン・フィリップス曲線式}$$

$$\hat{r}_t = \zeta_1 \hat{y}_t + \zeta_2 \hat{\pi}_t \cdots \text{テイラー・ルール型最適金融政策反応式}^{27)}$$

$$\text{ただし} \quad \kappa \equiv \frac{(1 - \beta\omega_p)(1 - \omega_p)(\rho + \nu)}{\omega_p}$$

$$\forall t \in \{0, 1, 2, \dots\}$$

したがって、これら3本の式から、主要経済変数である今期の実質 GDP ギャップ ( $\hat{y}$ )、インフレ率 ( $\hat{\pi}$ ) ならびに名目利子率 ( $\hat{r}$ ) の3変数が一意的に定まることになる<sup>28)</sup>。

## IV マルコフ・スイッチング回帰式

### 1 レジーム・スイッチング

#### a 回帰式

我々は日本の金融政策を検討する統計式として、上述した新 IS-LM 体系に基づき、次のようなテイラー・ルール型の対数線形式を考える。

$$(29) \quad r_t = \beta_0 + \beta_1 r_{t-1} + \beta_2 \pi_t + \beta_3 \hat{y}_t + \eta_t$$

$$\eta_t \sim N(0, \sigma_\eta^2)$$

$$\forall t \in \{0, 1, 2, \dots, T\}$$

ただし、 $r_t$ は政策金利であり、 $\pi_t$ はインフレ率を表す。また、 $\hat{y}_t$ は需給ギャップを、 $\eta_t$ は正規分布に従う攪乱項をそれぞれ示す。

ところで、こうしたテイラー・ルール型の金利政策反応式に対し、各パラメータ  $\beta_i$  ( $i=0,1,2,3$ ) はさまざまな経済与件の変化に応じて影響を受けるであろう。とりわけ先に見たごとく、デフレ期とそれ以外の期とでは日本の通貨当局・中央銀行による政策対応は大きく異なった。そこで、経済与件の変化に対し、これをマルコフ連鎖遷移確率に基づくレジーム・スイッチング確率過程によって定義し、(29) 式に明示的に導入することでいわゆるマルコフ・スイッチング回帰式<sup>29)</sup>に拡張する。

まず、レジームの数を  $m=2$  とし、例えばレジームの状態1をデフレ期に、状態2をインフレ期とする。状態  $i$  の前期レジームから状態  $j$  の今期レジームに移行する確率を  $p_{ij}(t)$  とすれば、マルコフ連鎖遷移確率行列は

$$(30) \quad p(t) = \begin{bmatrix} p_{11}(t) & p_{12}(t) \\ p_{21}(t) & p_{22}(t) \end{bmatrix}$$

$$p_{ij}(t) = P(s_t = j | s_{t-1} = i), \quad \sum_{j=1}^2 p_{ij} = 1$$

$$\forall i, j \in \{1, 2\}, \quad \forall t \in \{1, 2, \dots, T\}$$

で表せる。

つぎに、レジーム  $m$  ( $\in \{1, 2\}$ ) に依存する説明変数ベクトル  $X_t = \begin{pmatrix} 1 \\ \pi_t \end{pmatrix}$  ならびに

レジーム  $m$  には依存しない説明変数ベクトル  $Z_t = \begin{pmatrix} r_{t-1} \\ \hat{y}_t \end{pmatrix}$  が与えられたとき、被説明

変数  $r_t$  のレジーム  $m$  における条件付平均値  $\mu(m)$  は、

$$(31) \quad \mu(m) = X_t' \beta_m + Z_t' \tilde{\beta}$$

ただし、 $\beta_m, \tilde{\beta}$  は係数ベクトル

によって与えられる。ここで係数ベクトル  $\beta_m = \begin{pmatrix} \beta_{m0} \\ \beta_{m2} \end{pmatrix}$  の値はレジーム  $m$  に依存し、

他方、係数ベクトル  $\tilde{\beta} = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_3 \end{pmatrix}$  はレジームに  $m$  依存しない一定値をとるものとする。

さらに、回帰式の攪乱項を、

$$(32) \quad \sigma(m) \varepsilon_t = y_t - \mu_t(m)$$

$$\varepsilon_t \sim i.i.d. N(0, 1)$$

と仮定する。攪乱項に対する正規分布の標準偏差  $\sigma$  は、それゆえレジーム  $m$  に依存しつつ  $\sigma(m) = \sigma_m$  によって求められる。

加えて、マルコフ連鎖遷移確率行列の各要素を

$$(33) \quad p_{ij}(G_{t-1}, \delta_i) = \frac{\exp(G'_{t-1} \delta_{ij})}{\sum_{k=1}^2 \exp(G'_{t-1} \delta_{ik})}, \quad \forall i, j \in \{1, 2\}$$

によって求める。ここで、 $G_{t-1}$ は $t-1$ 期に観測可能な外生変数ベクトルであり、レジーム  $m$  への移行を確率的に決めるものである。本計算では、日本の通貨当局・中央銀行によるデフレ期とインフレ期との政策対応の差異を検証するために物価上昇率を採用する。また係数  $\delta_{ij}$  はレジーム確率を決めるパラメータであり、上述 (33) 式から計算される。

かくして、一定の観測値が与えられたときの  $t$  期における尤度関数は、1 期前のレジーム・スイッチング確率  $P$  によってウエイト付けられた次の式で表され得る。

$$(34) \quad L_t(\beta, \tilde{\beta}, \sigma, \delta) = \sum_{m=1}^2 \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_m} \exp\left\{-\frac{(y_t - \mu_t(m))^2}{2(\sigma(m))^2}\right\} P(s_t = m | \Omega_{t-1}, \delta)$$

$$\forall t \in \{1, 2, \dots, T\}$$

ここで、 $\Omega_{t-1}$  は  $t-1$  期に利用可能な情報集合である。(34) 式をさらに全期間に亘り対数形式で表示すれば、

$$(35) \quad l(\beta, \tilde{\beta}, \sigma, \delta) = -\frac{T}{2} \log 2\pi - \frac{T}{2} \log \sigma_m^2 - \sum_{t=1}^T \left[ \sum_{m=1}^2 \left\{ \frac{(y_t - \mu_t(m))^2}{2(\sigma(m))^2} \right\} P(s_t = m | \Omega_{t-1}, \delta) \right]$$

なる対数尤度関数が導けるから、レジーム・スイッチング確率の初期値  $P(s_0 = m | \Omega_0)$  を予め設定し、尤度関数を 1 期ずつ繰り上げて  $(\beta, \tilde{\beta}, \sigma, \delta)$  に対して逐次最大化をはかれば、各レジームに対する単一線形回帰式の最尤推定量を求めることができる。

## b データと単位根検定

テイラー・ルール型マルコフ・スイッチング回帰式の各変数に対して、以下のような日本経済の四半期時系列データ (IMF (2013)) を採用する。

$r$  : 無担保翌日物コール・レート

$\pi$  : 消費者物価前期比増減率

$\hat{y}$  : 実質 GDP ギャップ

これら統計データの標本期間は、日本銀行が 1996 年にそれまでの公定歩合操作から無担保コール・レート翌日物を一定の水準に誘導することをもって金融政策の操作目標に変えたことに鑑みて、1996 年第 1 四半期より最近時点 (i.e. 2013 年第 2 四半期) までとする。コール・レートを除く 2 変数時系列統計データについては、原系列数値に対しセンサス X12-ARIMA 法により季節調整を施す。そして消費者物価に関してはこれら季節調整済み指数 (2005 = 100.0) の前期比増減率をとり、また実質 GDP ギャップに関しては、季節調整済み実質 GDP に Hodrick-Prescott フィルターを適用してトレンドを求め、そこからの対数差乖離によって実質 GDP ギャップ  $\hat{y}$  を定義する。またこれら 3 変数に対して拡張

Dickey-Fuller 単位根検定（定数あり・確定トレンドなし；ラグ次数は Schwartz 情報基準により自動的に決定）を施すと、「 $H_0$ : 単位根あり」という帰無仮説は 1% ないし 10% の有意水準で棄却できる。かくして、 $r, \pi, y$  の各データはすべて定常時系列と判断できる。

## 2 回帰分析

### a 構造変化検定

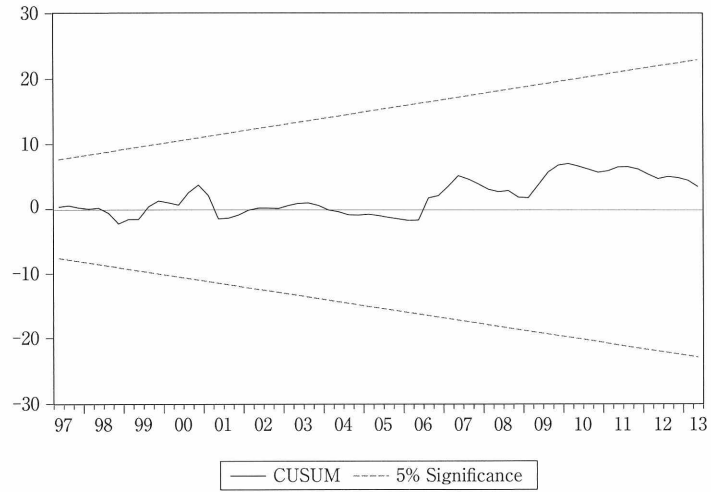
日本経済において、標本期間の 1996 年第 1 四半期より最近時点（i.e. 2013 年第 2 四半期）までの間に仮に急激な経済の構造変化が存在すると、その前後で (29) 式の回帰式に関する推計パラメータに差が生じ、我々が検討の対象とするデフレ期・インフレ期というレジーム・スイッチングによる推計パラメータの変化との間で有意な識別ができなくなる恐れが生ずる。そこで、構造変化に関し、逐次残差を利用した Brown=Durbin=Evans の CUSUM 検定ならびに CUSUMSQ 検定を施すと<sup>30)</sup>、第 1 表ならびに第 1 図のような結果が得られる。最大  $F$  統計量、指数  $F$  統計量、平均  $F$  統計量のいずれによっても、標本期間中（最初と最後の 15% を除く）において 5% ないしは 10% の有意水準で「構造変化はない」という帰無仮説を棄却し得ない。かくして、当該テイラー・ルール型金利政策反応式において、レジーム・スイッチングの影響のみによる推計パラメータの変化を抽出することが可能となる。

第 1 表 構造変化検定

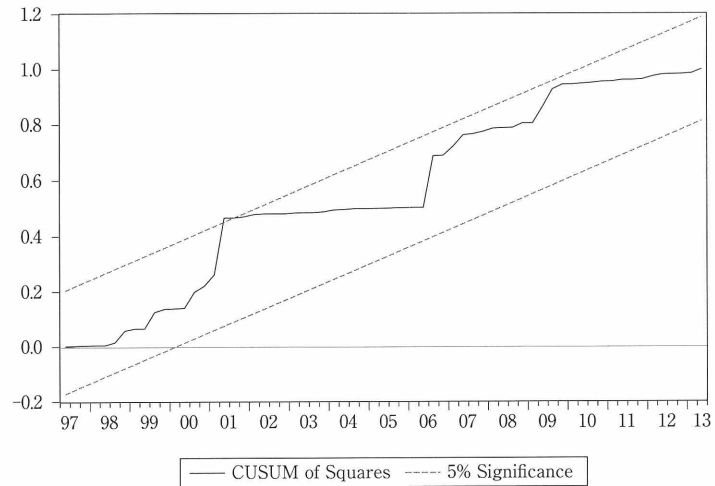
Quandt-Andrews unknown breakpoint test		
Null Hypothesis: No breakpoints within 15% trimmed data		
Varying regressors: All equation variables		
Equation Sample: 1996Q2 2013Q2		
Test Sample: 1999Q1 2010Q4		
Number of breaks compared: 48		
Statistic	Value	Prob.
Maximum LR F-statistic (2009Q2)	3.642562	0.0908
Maximum Wald F-statistic (2009Q2)	14.57025	0.0908
Exp LR F-statistic	0.669873	0.3893
Exp Wald F-statistic	4.449031	0.0931
Ave LR F-statistic	1.093428	0.3411
Ave Wald F-statistic	4.373714	0.3411

Note: probabilities calculated using Hansen's (1997) method

第1-a図 CUSUM 検定



第1-b図 CUSUMSQ 検定



## b 回帰計算

以上の結果を踏まえ、本節において、まず日本のマクロ経済時系列データにマルコフ連鎖モンテカルロ法によるベイズ推定法を適用して動学的IS曲線式と新ケインジアン・フィリップス曲線式の各パラメータ $1/\rho$ ならびに $\kappa$ を推計し、消費者物価前期比増減率( $\pi$ )と実質GDPギャップ( $\hat{y}$ )を計算する。ついで、これら理論値を基に、テイラー・ルール型マルコフ・スイッチング回帰式の最尤推定量を2段階推計することにより、デフレ期やインフレ期ないしは不況期や好況期における日本の金融政策の特色を検証する。

マルコフ連鎖モンテカルロ法によるパラメータ $1/\rho$ ならびに $\kappa$ の推計結果を示すと第2表のごとくである<sup>31)</sup>。第2表は、ギブス・サンプラー・アルゴリズムに

より、最初の 1,000 個を初期値に依存する稼働検査 (burn-in) 期間として捨て、その後の 10,000 個の標本を事後分布からの標本と考えて、事後分布の平均、標準誤差、標準偏差、95%信頼区間を表示している。ただし、ここでギブス・サンプラーの初期値には OLS 推計値を用いた。なお第 2 図・第 3 図は、ギブス・サンプラーで得られた各パラメータならびに分散の標本経路 (左部分) と事後確率密度関数 (右部分) を表示している。いずれの標本経路も安定した動きで十分に状態空間全体を行き来していると見なされ得ることから不変分布に収束していると判定され、かつ各推計値が事後確率密度関数の中央近辺に来ていることも見て取れる。

BI-MCMC 推計添付図  
各推計式に関するパラメータ・分散の標本経路 (左部分) と事後確率密度関数 (右部分)  
Figure 2 : Eq01 動学的 IS 曲線式

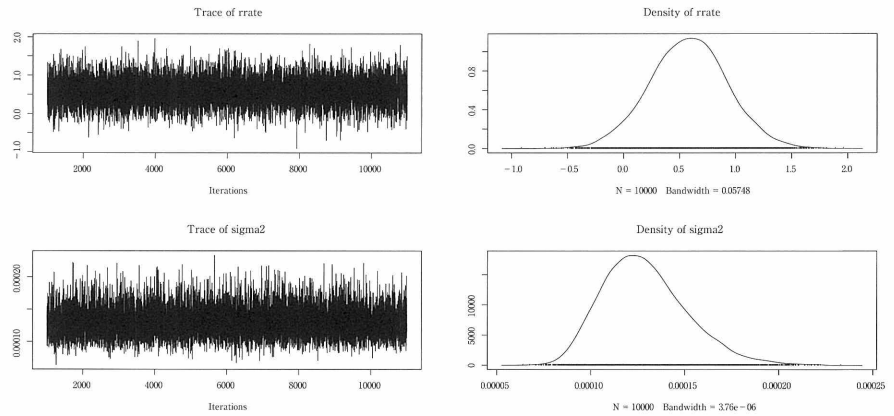


Figure 3 : Eq02 新ケインジアン・フィリップス曲線式

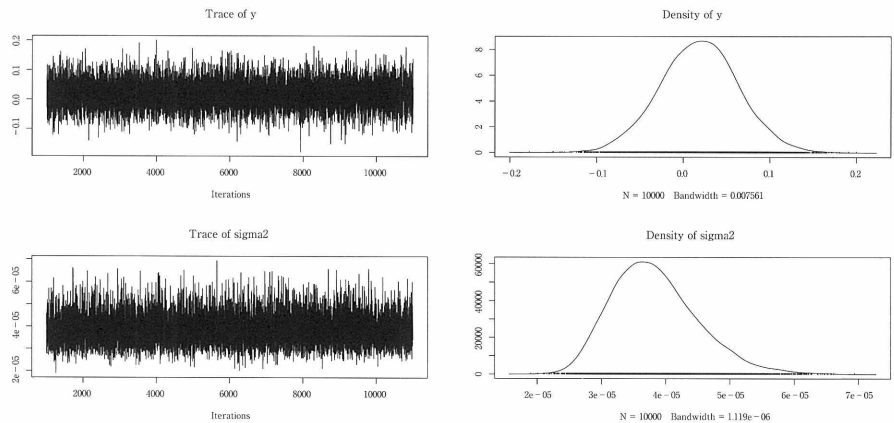




Table 2 Posterior Distributions of the Parameters

	Variable	Mean	Naïve SE	T-series SE	SD	95% Interval
(1) IS Curve Eq.	$1/\rho$	0.57964	0.00346	0.00329	0.34641	[-0.09995 1.26323]
(2) NKP Curve Eq	$\kappa$	0.01849	0.00046	0.00043	0.04557	[-0.07089 0.10840]

Note: Sample Period=1996Q1-2013Q2

ついで、これら理論値を基に、テイラー・ルール型マルコフ・スイッチング回帰式の最尤推定量を計算すると、以下のような結果を得る。

レジーム・スイッチング変数として消費者物価前期比伸び率をとり、物価が継続的に下落するデフレ期をレジーム 1 とし、他方、物価が継続的に上昇するインフレ期をレジーム 2 とすれば、レジーム 1 ではテイラー・ルールに依拠した金融政策が採用されたが、レジーム 2 ではテイラー・ルールは金融政策として有意に機能しなかった。すなわち、デフレ期にはインフレ期とは異なり、物価下落や景気の下降に対応した政策金利の引き下げが極めて効果的に運用されていたことが窺える（第 3 表参照）。

つぎに、需給ギャップをレジーム・スイッチング変数として採用する。そして、好況期をレジーム 1 とし、不況期をレジーム 2 とすれば、レジーム 1 ではテイラー・ルールは当てはまらず、レジーム 2 ではテイラー・ルールは有効に機能していた。すなわち、不況期には政策金利が物価下落や景気の下降に対応して有意に引き下げられていたことが示される（第 4 表参照）。

さらに、マネーサプライ（M2 + CD）前期比増減率をレジーム・スイッチング変数にとり、伸び率が低水準の期をレジーム 1 とし、ゼロ金利にともなう量的緩和政策（非伝統的金融政策）などによりマネーサプライが拡大した期をレジーム 2 とすれば、レジーム 1 ではテイラー・ルールに即した金融政策が展開されているが、レジーム 2 ではテイラー・ルールは当てはまらないことが示される。すなわち、通常期は政策金利の調整によって物価や需給ギャップの変動に対応していたが、金利水準がゼロ近辺まで低下すると金利調整ではもはや景気動向に対応しきれなくなり、量的緩和政策（非伝統的金融政策）を採用することによってマネーサプライを増加させるような金融政策に転じていたことが見てとれる（第 5 表参照）。これは、一つには、民間主体が通貨当局の政策アナウンスメントに 100% 信頼を置き、政策に対して時間的整合性が担保し得ている状況下で、今期のマネーサプライを量的緩和政策によって増加させることにより、将来のマネーサプライ増 = インフレ予想を生み出すことによって流動性の罫から脱出するというロジックが考えられる<sup>32)</sup>。これら各レジームを図示すると第 4 図から第 6 図のごとくとなる。

第3表 マルコフ・スイッチング回帰式：インフレ率

Dependent Variable: R Method: Switching Regression (Markov Switching) Sample (adjusted): 1996Q2 2013Q2 Included observations: 69 after adjustments Number of states: 2 Initial probabilities obtained from ergodic solution Ordinary standard errors & covariance using numeric Hessian Random search: 25 starting values with 10 iterations using 1 standard deviation (rng=kn, seed=2117774242) Convergence achieved after 57 iterationsv					Equation: EQ01 Transition summary: Time-varying Markov transition probabilities Sample (adjusted): 1996Q2 2013Q2 Included observations: 69 after adjustments Time-varying transition probabilities: $P(i, k) = P(s(t) = k \mid s(t-1) = i)$ (row = i / column = j)		
Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.		1	2
Regime 1							
C	0.000629	0.000139	4.510115	0			
PI	0.228129	0.049003	4.655445	0			
Regime 2							
C	2.37E-05	0.000117	0.202734	0.8393			
PI	-0.027865	0.025036	-1.113002	0.2657			
Common							
R(-1)	0.949726	0.036446	26.05839	0			
YHAT	0.011288	0.004396	2.56773	0.0102			
LOG(SIGMA)	-7.813537	0.10025	-77.94064	0			
Mean dependent var	0.001684	S.D. dependent var		0.001891			
S.E. of regression	0.000491	Sum squared resid		1.50E-05			
Durbin-Watson stat	1.595214	Log likelihood		434.9157			
Akaike info criterion	-12.34538	Schwarz criterion		-12.05398			
Hannan-Quinn criter.	-12.22977						

第4表 マルコフ・スイッチング回帰式：需給ギャップ

Dependent Variable: R Method: Switching Regression (Markov Switching) Sample (adjusted): 1996Q2 2013Q2 Included observations: 69 after adjustments Number of states: 2 Initial probabilities obtained from ergodic solution Ordinary standard errors & covariance using numeric Hessian Random search: 25 starting values with 10 iterations using 1 standard deviation (rng=kn, seed=1074170986) Convergence achieved after 57 iterationsv					Equation: EQ02 Transition summary: Time-varying Markov transition probabilities Sample (adjusted): 1996Q2 2013Q2 Included observations: 69 after adjustments Time-varying transition probabilities: $P(i, k) = P(s(t) = k \mid s(t-1) = i)$ (row = i / column = j)		
Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.		1	2
Regime 1							
C	-1.89E-05	8.22E-05	-0.22998	0.8181			
PI	-0.021691	0.019795	-1.0958	0.2732			
Regime 2							
C	0.000796	0.000214	3.713201	0.0002			
PI	0.273211	0.060421	4.521795	0			
Common							
R(-1)	0.953168	0.033674	28.30614	0			
YHAT	0.011163	0.004312	2.588866	0.0096			
LOG(SIGMA)	-7.912741	0.12809	-61.77483	0			
Mean dependent var	0.001684	S.D. dependent var		0.001891			
S.E. of regression	0.00068	Sum squared resid		2.87E-05			
Durbin-Watson stat	1.708225	Log likelihood		430.5265			
Akaike info criterion	-12.21816	Schwarz criterion		-11.92675			
Hannan-Quinn criter.	-12.10255						

第5表 マルコフ・スイッチング回帰式：マネーサプライ

Dependent Variable: R

Method: Switching Regression (Markov Switching)

Sample (adjusted): 1996Q2 2013Q1

Included observations: 69 after adjustments

Number of states: 2

Initial probabilities obtained from ergodic solution

Ordinary standard errors & covariance using numeric Hessian

Random search: 25 starting values with 10 iterations using 1 standard deviation (rng=kn, seed=940933347)

Failure to improve objective (non-zero gradients) after 34 iterations

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Regime 1				
C	0.001289	0.000164	7.844863	0
PI	0.379676	0.039727	9.557162	0
Regime 2				
C	-1.90E-06	1.91E-05	-0.099262	0.9209
PI	-0.007909	0.014342	-0.551452	0.5813
Common				
R(-1)	0.949818	0.019762	48.062	0
YHAT	0.006322	0.003239	1.951975	0.0509
LOG(SIGMA)	-8.090544	0.096318	-83.99856	0
Mean dependent var	0.001699	S.D. dependent var	0.001902	
S.E. of regression	0.000566	Sum squared resid	1.98E-05	
Durbin-Watson stat	1.242368	Log likelihood	433.1303	
Akaike info criterion	-12.29363	Schwarz criterion	-12.00223	
Hannan-Quinn criter.	-12.17802			

Equation: EQ03

Transition summary: Time-varying Markov transition probabilities

Sample (adjusted): 1996Q2 2013Q1

Included observations: 69 after adjustments

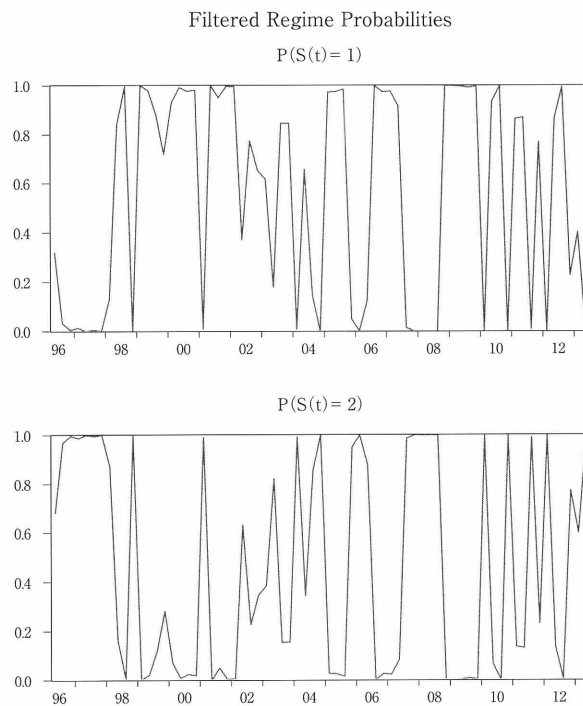
Time-varying transition probabilities:

P(i, k) = P(s(t) = k | s(t-1) = i)

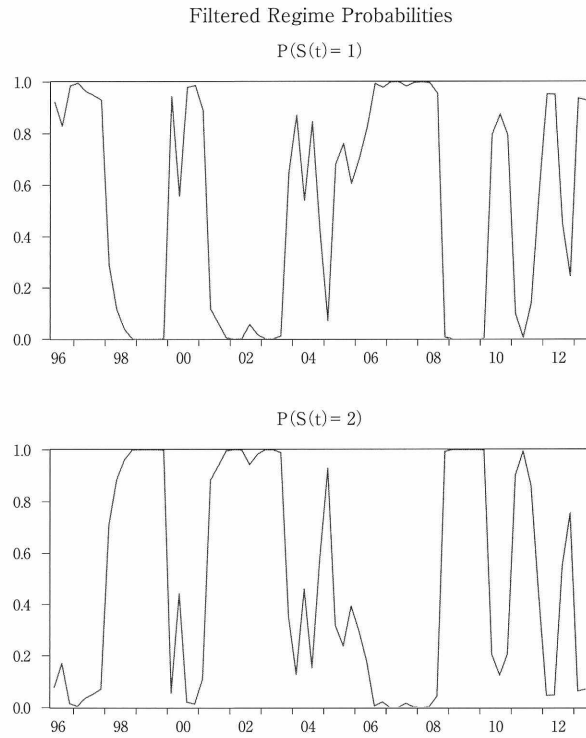
(row = i / column = j)

		1	2
Mean	1	0.239387	0.760613
	2	0.135974	0.864026

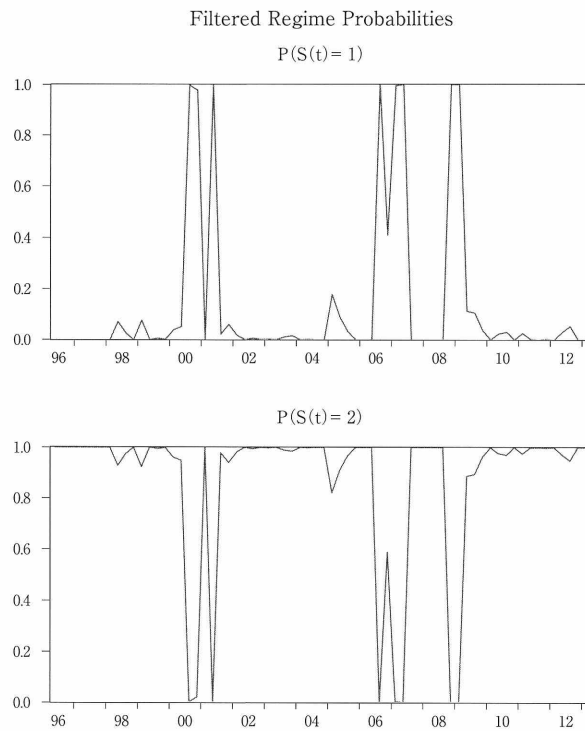
第4図 インフレ期・デフレ期



第 5 図 好況期・不況期



第 6 図 量の緩和期・非緩和期



## V 結び

日本経済は1990年代初頭に資産価格バブルが破裂したが、それ以降、長期に亘る深刻な景気低迷に直面した。さらに2000年代後半になると、米国におけるサブプライム住宅ローンの不良債権化問題に端を発した世界的金融危機・同時不況がさらに深刻さを倍加した。かくして日本を含む世界の主要中央銀行は、①政策金利の引き下げに加え、②潤沢な資金供給と金融調節手段の整備・強化と多様化、③買入れ対象資産の拡大、④個別金融機関等に対する流動性支援など、非伝統的金融政策を採用し、金融危機・同時不況からの脱出を図った。

こうした状況下のマクロ経済を動学的一般均衡モデルをベースとした新 *IS-LM* 体系の理論的枠組みで実証分析するに際し、政策金利反応式の「非線形性」が問題となる。これら非線形関係を定式化して論理的整合性を保持するためには、たとえば①名目金利の非負制約条件式の設定、②時変パラメータの推計、③レジーム・スイッチングの導入、などの工夫がその代表的なものである。そこで本稿では、新 *IS-LM* モデルに対し、上述③のマルコフ・スイッチング・モデルを適用することによってゼロ金利下限制約下のテイラー・ルール式に関する非線形性を陽表的に取り扱い、それによって、長引く景気低迷とデフレーションからの脱出を企図して非正統的ないしは非伝統的な金融政策が導入された1990年代後半から2000年代の日本経済の動きを検証した。

その結果、デフレ期においてはインフレ期に比べ、物価下落や景気の下降に対応した政策金利の引き下げ策が極めて効果的に運用されていたことが窺える。また、有効需要が大幅に不足した不況期には、需給がタイトな好況期に比して政策金利が物価下落や景気の下降に呼応して有意に調整されたことも明確となった。さらに、通常期は政策金利（無担保コールレート翌日物）の調整によって物価や需給ギャップの変動に対応していたが、政策金利水準がゼロ近辺まで低下すると金利調整ではもはや景気動向に対応しきれなくなり、金融政策の操作目標を日銀当座預金残高にシフトさせることにより量的緩和政策に転じたことが実証分析結果から明らかである。この背景には、時間軸効果を狙ってインフレ予想を生み出すことで政策効果を高め流動性の罫から脱出しようとする通貨当局の意図が汲み取れる。

(2014年4月：最終稿、2014年7月：受理)

## 補論1 マルコフ・スイッチング回帰モデル

本補論1において、本稿第IV章で用いたマルコフ・スイッチング回帰モデルの

推計計算概要を示す<sup>33)</sup>。

## 1 基本モデル

離散的時間  $t = \{1, 2, \dots, T\}$  において、確率変数  $y_t$  は観測されない離散型状態変数  $s_t$  に依存するところの確率過程に従うものとする。ここで、 $M$  個の経済の状態 (i.e. レジーム) の存在を仮定し、 $\forall m \in \{1, 2, \dots, M\}$  に対して  $s_t = m$  のとき、我々は  $t$  期においてレジーム  $m$  の状態にあると称する。

いま、各レジームに対してそれぞれ異なる単一線形回帰式の存在を考える。回帰式の不確率説明変数 (縦) ベクトル  $X_t$  ならびに  $Z_t$  が与えられたとき、被説明変数  $y_t$  のレジーム  $m$  における条件付平均値  $\mu(m)$  は、したがって

$$(1) \quad \mu(m) = X_t' \beta_m + Z_t' \gamma$$

ただし、 $\beta_m, \gamma$  は係数ベクトル

によって求まると考えられる。ここで係数ベクトル  $\beta_m$  の値はレジーム  $m$  に依存し、他方、係数ベクトル  $\gamma$  はレジーム  $m$  に依存しない一定値をとるものとする。さらに、回帰式の攪乱項を、 $s_t = m$  として、

$$(2) \quad \sigma(m) \varepsilon_t = y_t - \mu_t(m)$$

$$\varepsilon_t \sim i.i.d.N(0, 1)$$

と仮定する。攪乱項に対する正規分布の標準偏差  $\sigma$  は、それゆえレジーム  $m$  に依存しつつ  $\sigma(m) = \sigma_m$  によって求められる。

かくして、一定の観測値が与えられたときの  $t$  期における尤度関数は、1 期先のレジーム・スイッチング確率  $P$  によってウエイト付けられた

$$(3) \quad L_t(\beta, \gamma, \sigma, \delta) = \sum_{m=1}^M \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_m} \exp\left\{-\frac{(y_t - \mu_t(m))^2}{2(\sigma(m))^2}\right\} P(s_t = m | \Omega_{t-1}, \delta)$$

なる式によって表わされ得る。ここで、 $\beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_M)$  ならびに  $\sigma = (\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_M)$  であり、また、 $\delta$  はレジーム確率を決めるパラメータである。さらに  $\Omega_{t-1}$  は  $t-1$  期に利用可能な情報集合である。(3) 式を全期間に亘り対数で表示すれば、

$$(4) \quad l(\beta, \gamma, \sigma, \delta) = \sum_{t=1}^T \log\left[\sum_{m=1}^M \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_m} \exp\left\{-\frac{(y_t - \mu_t(m))^2}{2(\sigma(m))^2}\right\} P(s_t = m | \Omega_{t-1}, \delta)\right]$$

なる対数尤度関数が導けるから、 $t$  を 1 期ずつ繰り上げて  $(\beta, \gamma, \sigma, \delta)$  に対して逐次最大化をはかれば、各レジームに対する単一線形回帰式の最尤推定量が決まる。

## 2 マルコフ・スイッチング

ここで、レジーム・スイッチング過程に対し、レジーム間のスイッチング確率が 1 期前の履歴にのみ依存するような 1 次のマルコフ過程に従うと仮定する。すなわち、

$$(5) \quad P(s_t = j | s_{t-1} = i, s_{t-2} = k, \dots) = P(s_t = j | s_{t-1} = i) = p_{ij}(t), \quad \forall t \in \{1, 2, \dots, T\}$$

である。したがって、レジーム・スイッチング過程は、 $\{p_{ij}\}$  ( $\forall i, j \in \{1, 2, \dots, M\}$ ) のマルコフ連鎖遷移確率によって表される。ただし、

$$(6) \quad \sum_{j=1}^M p_{ij} = 1, \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, M\}$$

である。それゆえ、マルコフ連鎖遷移確率はまた

$$(7) \quad p(t) = \begin{bmatrix} p_{11}(t) & \cdots & p_{1M}(t) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{M1}(t) & \cdots & p_{MM}(t) \end{bmatrix}$$

なる行列表示で表すことができる。実際の計算では、確率行列の各要素は

$$(8) \quad p_{ij}(G_{t-1}, \delta_i) = \frac{\exp(G'_{t-1} \delta_{ij})}{\sum_{k=1}^M \exp(G'_{t-1} \delta_{ik})}, \quad \forall i, j \in \{1, 2, \dots, M\}$$

としてロジット・タイプで求める。ここで、 $G_{t-1}$  は  $t-1$  期に観測可能な外生変数(縦)ベクトルであり、また係数は上述 (8) 式から計算されるパラメータである<sup>34)</sup>。

### 3 最尤推定量計算

(4) 式の最尤推定量計算に関し、レジーム・スイッチング確率  $P$  に対してマルコフ連鎖遷移確率を導入するとき、 $P(s_{t-1} = m | \Omega_{t-1})$  を所与として<sup>35)</sup> 次のようなステップで逐次計算を行う。

(i) まずマルコフ連鎖遷移確率行列に対し確率計算の基本ルールを用いることにより、レジーム・スイッチング確率の1期先の予測を求め<sup>36)</sup>：

$$\begin{aligned} P(s_t = m | \Omega_{t-1}) &= \sum_{j=1}^M P(s_t = m | s_{t-1} = j) P(s_{t-1} = j | \Omega_{t-1}) \\ &= \sum_{j=1}^M p_{jm}(G_{t-1}, \delta_j) P(s_{t-1} = j | \Omega_{t-1}) \end{aligned}$$

(ii) つぎに、この1期先のレジーム・スイッチング確率を用いて、 $t$  期における利用可能なデータとレジーム  $m$  の同時確率密度関数を求める：

$$f(y_t, s_t = m | \Omega_{t-1}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_m} \exp\left\{-\frac{(y_t - \mu_t(m))^2}{2(\sigma(m))^2}\right\} P(s_t = m | \Omega_{t-1})$$

(iii) さらに同時確率密度関数を  $j \in \{1, 2, \dots, M\}$  に対して足し合わせ、観測データの周辺分布を得ることにより、 $t$  期における尤度関数を導く：

$$L_t(\beta, \gamma, \sigma, \delta) = f(y_t | \Omega_{t-1}) = \sum_{j=1}^M f(y_t, s_t = j | \Omega_{t-1})$$

(iv) 最後に、ステップ (ii) の計算値を用いてレジーム・スイッチング確率をフィルタリング推定し、ステップ (i) の1期先に対する予測を推

定値を改定する：

$$P(s_t = m | \Omega_t) = \frac{f(y_t, s_t = m | \Omega_{t-1})}{\sum_{j=1}^M f(y_t, s_t = j | \Omega_{t-1})}$$

(v) これら各ステップを  $t=1, 2, \dots, T$  にわたって逐次計算する。また、ステップ (iii) では繰返し計算法を施すことにより  $(\beta, \gamma, \sigma, \delta)$  に対して尤度関数の最大化をはかる。

## 補論 2 最適金融政策の導出法<sup>37)</sup>

最適金融政策を導く条件式

$$(27) \quad \sigma \hat{\pi}_t + \frac{1}{b}(\hat{y}_t - \hat{y}_{t-1}) = 0 \cdots \text{(ii)}$$

$$\sigma \hat{\pi}_t + \frac{1}{b} \hat{y}_t = 0 \cdots \text{(iii)}$$

において、(27) 式 (ii) 式に先の (22) 式の NKPC 式 (i.e.  $\hat{\pi}_t = \beta E_t[\hat{\pi}_{t+1}] + \kappa \hat{y}_t$ ) を代入すると、 $\hat{\pi}$  に関する 2 階の定差方程式となるから、その特性方程式をとり、 $L$  をリード・オペレータとすれば、

$$(1 - \chi_1 L)(1 - \chi_2 L) \hat{\pi}_{t-1} = 0$$

$$\text{ただし } \chi_1 = \frac{(b^2 \sigma + 2) + \sqrt{(b^2 \sigma + 2)^2 - 4}}{2}$$

$$\chi_2 = \frac{(b^2 \sigma + 2) - \sqrt{(b^2 \sigma + 2)^2 - 4}}{2}$$

が求められる。  $f(x) = x^2 - (b^2 \sigma + 2)x + 1$  において、  $f(0) = 1 > 0$ 、  $f(1) = -b^2 \sigma < 0$  であるから、  $\chi_1 > 1$ 、  $\chi_2 < 1$  となっている。したがって発散解  $\chi_2$  を捨てて  $\chi_1$  を採用すれば、  $(1 - \chi_1 L) \pi_{t-1} = 0$  より

$$\hat{\pi}_t = \frac{1}{\chi_1} \hat{\pi}_{t-1}$$

を得る。同じく (27) 式 (iii) 式に対しても、同様に NKP 曲線式を代入すれば、

$$\hat{\pi}_{t+1} - (1 + \sigma b^2) \hat{\pi}_t = 0$$

のごとく、 $\hat{\pi}$  に関する 1 階の定差方程式となるから、その特性方程式  $(1 - \chi_3 L) \hat{\pi}_t$

$= 0$  の解は  $\chi_3 = 1 + \sigma b^2 > 1$  となる。したがって  $\frac{1}{\chi_3} < 1$  より、ここに収束解  $\chi_3$  が得られる。すなわち、



$$\bar{\pi}_{t+1} = \frac{1}{\chi_3} \hat{\pi}_t$$

である。ここで、さらに

$$\hat{r}_t = q_1 \hat{y}_t + q_2 \hat{\pi}_t$$

なる“テイラー・ルール型”金融政策ルール式を導入する。そしてこれを各経済主体の最適条件から導かれた動学的 IS 曲線式に代入し、同様に各経済主体の最適条件から導かれた NKP 曲線式と組み合わせることにより、 $\forall t \in \{0, 1, 2, \dots\}$  に対して、

$$\begin{bmatrix} 1 & a \\ 0 & \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_t \hat{y}_{t+1} \\ E_t \hat{\pi}_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - aq_1 & aq_2 \\ -b & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{y}_t \\ \hat{\pi}_t \end{bmatrix}$$

$$\text{given } \hat{y}_0, \hat{\pi}_0$$

が求められる。したがって、

$$B = \begin{bmatrix} 1 - aq_1 & aq_2 \\ -b & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 & a \\ 0 & \beta \end{bmatrix}$$

と置き、行列  $B$  に固有値分解を施すと、 $Q^{-1}\Lambda Q$  を得る。ここで  $\Lambda$  は  $B$  の固有値を対角要素にもつ対角行列であり、 $Q$  は  $B$  の固有値ベクトルを各行にもつ  $2 \times 2$  行列である。かくして、

$$\begin{bmatrix} E_t \hat{y}_{t+1} \\ E_t \hat{\pi}_{t+1} \end{bmatrix} = Q^{-1} \Lambda^{-1} Q \begin{bmatrix} \hat{y}_t \\ \hat{\pi}_t \end{bmatrix}$$

となるが、さらに  $Q^{-1}\Lambda^{-1}Q \equiv C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix}$  と定義すれば、

$$E_t \hat{y}_{t+1} = c_{11} \hat{y}_t + c_{12} \hat{\pi}_t$$

$$E_t \hat{\pi}_{t+1} = c_{21} \hat{y}_t + c_{22} \hat{\pi}_t$$

を得る。これから、

$$\hat{r}_t = \zeta_1 \hat{y}_t + \zeta_2 \hat{\pi}_t$$

$$\zeta_1 \equiv \rho(c_{11} - 1), \quad \zeta_2 \equiv \rho c_{12} + \frac{1}{\chi}$$

$$\chi = \frac{(\kappa^2 \sigma + 2) + \sqrt{(\kappa^2 \sigma + 2)^2 - 4}}{2} \quad ((27) \text{ 式 (ii) 式})$$

$$\text{もしくは } \chi = 1 + \sigma \kappa^2 \quad ((27) \text{ 式 (iii) 式})$$

$$\forall t \in \{0, 1, 2, \dots\}$$

なる“テイラー・ルール型”「最適」金融政策反応関数が導ける。すなわち、インストルメンタル・ルール（政策反応関数）のうちで、政策目標たる社会的厚生関数の最大化が達成されるような金融政策である。

注

- 1) 日本銀行ウェブサイト。
- 2) 欧州中央銀行ウェブサイトならびにマーストリヒト条約 Article 105 (1)。
- 3) Taylor (1993)。
- 4) 岡田 (2014) 第1章。
- 5) 2007年8月以降に主要国の中央銀行 (BOJ、FED、ECB、BOE、カナダ銀行、スイス国民銀行、リスクバンク) が実施した非伝統的金融政策に関しては、日本銀行企画局 (2009) を参照。
- 6) Benhabib et al. (2002), Eggertsson/Woodford (2003), Jung et al. (2005), Kato/ Nishiyama (2005)。
- 7) 白塚他 (2010)、Kimura et al. (2003), Nakajima et al. (2008), Nakajima (2011)。
- 8) Yano (2009), Yano et al. (2010)。
- 9) Davig/Doh (2008), ditto/Leeper (2007), Farmer/Zha/Waggoner (2009) (2011), Fujiwara (2006), Liu/ Waggoner/Zha (2011)。
- 10) 白塚 (2010) p.38。
- 11) 白川 (2009) pp.22-23。
- 12) 以下の説明は鵜飼 (2006)、翁 (2011) 第7章、白川 (2008) 第18章による。
- 13) 以下の説明は日本銀行企画局 (2009) による。
- 14) 鵜飼 (2006)、鎌田／須合 (2006)、堀内 (2004)、Baba et al. (2005)、Ito/ Mishkin (2006)、Kimura et al. (2003)、Okina/Shiratuka (2004)。一方で、株式を含めた多数資産モデルのVAR分析では一定の効果が確認されたとする分析結果もある (本多他 (2010))。
- 15) 鵜飼 (2006)。
- 16) 本章理論モデルに関しては、岡田 (2014) 第1章参照。
- 17) 岡田 (2011)。
- 18) *ibid.*
- 19) ここでは便宜的に  $z \equiv j \in [0,1]$  としておく。
- 20) Calvo, G.A. (1983), "Staggered Prices in a Utility-Maximizing Framework," *Journal of Monetary Economics*, Vol.12, pp.383-398.
- 21) 岡田 (2011)。
- 22) ただし、利子率  $r$  とインフレ率  $\pi$  は定常状態からの近傍乖離の線形近似式を表す (以下同様)。
- 23) 多くの中央銀行は、「物価の安定」を維持しつつ「経済発展の促進」をはかることをもってその第一義的使命としている (主要国中央銀行ウェブサイト)。

- 24) Kuhn, H.W. and A.W. Tucker (1951) "Nonlinear Programming," in *Proceedings of the Second Berkeley Symposium on Mathematical Studies and Probability*, University of California Press
- 25) 岡田 (2011)。
- 26) 岡田 (2011a) 「金融政策分析に対するひとつのマクロ経済学的枠組み」『愛知学院大学論叢・商学研究』第 52 巻第 1・2 号。
- 27) テイラー・ルール型「最適」金融政策反応式の係数 $\zeta_1, \zeta_2$ の求め方に関しては、補論 2 を参照。
- 28) これら 3 変数は、利子率 $\hat{r}$ を除きいずれも定常均衡解からの近傍乖離の対数線形近似値である。ただし、 $\hat{r}$ は単に線形近似式である。
- 29) 本稿補論 (1) 参照。
- 30) 時系列統計データで構造変化の起きた時点が必ずしも事前に明確でない場合、逐次回帰式の推計を行ってパラメータに変化が生じたか否かをそれぞれについて $F$ 検定することがクオントやアンドリューズによって提案された (Quandt (1960), Andrews (1993))。したがって、Brown/Durbin/Evans (1975) の CUSUM 検定ならびに CUSUMSQ 検定では、逐次残差を用いて尤度比 $F$ 統計量ならびにワルド $F$ 統計量を導き、これに基づいて期間中の最大 $F$ 統計量、指数 $F$ 統計量、平均 $F$ 統計量を計算して「期間中構造変化なし」という帰無仮説の検定をおこなうことができる。
- 31) 第 1 表で示された新 IS-LM 体系のパラメータに対する推計結果を見ると、動学的 IS 曲線式において、異時点間の消費代替弾力性 $\rho$ の逆数を表す実質金利項の係数が正となっている。本来、理論的には GDP ギャップと実質金利とは逆相関の関係になることが期待されるが、通貨当局が政策金利を実質ゼロ水準にまで引き下げたにもかかわらず景気が浮揚しなかった現状を反映した推計結果になったと判断される。
- 32) こうしたロジックの理論的説明に関しては、岡田義昭 (2013) 「量的緩和 (QE) 政策の理論的含意：動学的一般均衡モデル分析」 *mimeo* を参照。
- 33) 本補論 1 は Hamilton (1989), ditto (1994) Chap.22, ditto (2005), Pape (2005), ならびに Quantitative Micro Software (2013) を中心にまとめた。
- 34) ただし $\delta_{iM} = 0$ と置いて、 $\exp(G'_{i-1}\delta_{iM}) = 1$ と正規化しておく。
- 35) 以下逐次計算を行うに際し、レジーム・スイッチング確率の初期値 $P(s_0 = m | \Omega_0)$ を予め確定する必要がある。一般的には初期値はマルコフ連鎖遷移確率のエルゴード的定常値、すなわち、 $\pi = \lim_{t \rightarrow \infty} P^t$  ( $\pi_{ij} \geq 0$  &  $\sum_{j=1}^M \pi_{ij} = 1$ ) が用いられる。それゆえ、初期値はマルコフ連鎖遷移確率を決めるパラメータを基に求めることが可能となる。

36) 観測されない状態変数  $s_t$  と観測される変数  $y_t$  とから構成される状態空間モデルにおいて、状態変数  $s_t$  の推定問題としてその情報量の多さより、

$\tau > t$  : プレディクション (予測推定)

$\tau = t$  : フィルタリング (濾波推定)

$\tau < t$  : スムージング (平滑推定)

と称される (谷崎 (2007))。したがって、本モデルにおいて  $t$  期のレジーム・スイッチング確率を推定する際、最終期の情報集合  $\Omega_T$  を用いる場合はスムージングであり、 $t$  期の情報集合  $\Omega_t$  を用いる場合はフィルタリングである。また、 $t-1$  期の情報集合  $\Omega_{t-1}$  を用いる場合はプレディクションである。

37) 本補論 2 は岡田 (2014) 第 1 章による。

### 参考文献

- 鵜飼博史 (2006) 「量的緩和政策の効果：実証研究のサーベイ」『金融研究』2006 年 10 月、日本銀行金融研究所、pp.1-45
- 岡田義昭 (2011) 「金融政策分析に対するひとつのマクロ経済学的枠組み：テクニカル・ノート」*mimeo*
- (2014) 『グローバル化への挑戦と開放マクロ経済分析』成文堂
- 翁邦雄 (2011) 『ポスト・マネタリズムの金融政策』日本経済新聞出版社
- 鎌田康一郎 / 須合智広 (2006) 「政策金利ゼロ制約下における金融政策効果の抽出」『ワーキング・ペーパー』No.06-J-13、日本銀行
- 白川方明 (2008) 『現代の金融政策：理論と実際』日本経済新聞出版社
- (2009) 「金融政策の実践と金融システム：思考様式を巡る変遷」『金融研究』2009 年 10 月号、日本銀行金融研究所、pp.21-26
- 白塚重典 (2010) 「わが国の量的緩和政策の経験—中央銀行バランスシートの規模と構成を巡る再検証—」『フィナンシャル・レビュー』2010 年第 1 号、財務省財務総合政策研究所、pp.35-58
- / 寺西勇生 / 中島上智 (2010) 「金融政策コミットメントの効果：わが国の経験」『金融研究』2010 年 7 月、日本銀行金融研究所、pp.239-266
- 谷崎久志 (2007) 「状態空間モデル」箕谷千風彦 / 縄田和満 / 和合肇編『計量経済学ハンドブック』朝倉書店、pp.621-642
- 中川満 (2007) 「マルコフ・スイッチング・モデル」『日本統計学会会報』No.30、pp.8-10
- 日本銀行企画局 (2009) 「今次金融経済危機における主要中央銀行の政策運営について」*BOJ Reports & Research Papers*, 2009 年 9 月
- 堀内昭義 (2004) 「長期停滞の原因と対応策」浜田宏一 / 堀内昭義 / 内閣府経済社

- 会総合研究所編『論争日本の経済危機—長期停滞の真因を解明する』日本経済新聞社、pp.289-318
- 本多佑三／黒木祥弘／立花実 (2010)「量的緩和政策：2001 年から 2006 年にかけての日本の経験に基づく実証分析」『フィナンシャル・レビュー』2010 年第 1 号、財務省財務総合政策研究所、pp.59-81
- Andrews (1993), D.W.K. (1993), "Tests for Parameter Instability and Structural Change with Unknown Change Point," *Econometrica*, Vol.61, No.4, pp.821-856
- Baba, N., S. Nishioka, N. Oda, M. Shirakawa, K. Ueda, and H. Ugai (2005), "Japan's Deflation, Problems in the Financial System, and Monetary Policy," *Monetary and Economic Studies*, Vol.23, No.1, Bank of Japan, pp.47-111
- Benhabib, J., S. Schmitt-Grohé and M. Uribe (2002), "Avoiding Liquidity Traps," *Journal of Political Economy*, Vol.110, No.3, pp.535-563
- Bhar, R. and S. Hamori (2004), *Hidden Markov Models: Application to Financial Economics*, Kluwer Academic Publishers
- Brown, R.L., J. Durbin and J.M. Evans (1975), "Techniques for Testing the Constancy of Regression Relationships over Time," *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, Vol.37, No.2, pp.149-192
- Castelnuovo, E., L. Greco and D. Raggi (2008), "Estimating Regime-Switching Taylor Rules with Trend Inflation," *Discussion Papers*, No. 20, Bank of Finland Research
- Davig, T. and T. Doh (2008), "Monetary Policy Regime Shifts and Inflation Persistence," *Research Working Paper* 08-16, Federal Reserve Bank of Kansas City,
- and E. Leeper (2007), "Generalizing the Taylor Principle," *American Economic Review*, Vol.97, No.3, pp.607-635
- Dewachter, H. (2001), "Can Markov Switching Models Replicate Chartist Profits in the Foreign Exchange Market?" *Journal of International Money and Finance*, Vol. 20, pp. 25-41
- Eggertsson, G.B. and M. Woodford (2003), "The Zero Bound on Interest Rates and Optimal Monetary Policy," *Brookings Papers on Economic Activity*, pp.139-233
- Engel, C. (1994), "Can the Markov Switching Model Forecast Exchange Rates?" *Journal of International Economics*, Vol. 36, pp.151-165

- and J.D. Hamilton (1990), “Long Swings in the Dollar: Are They in the Data and Do Markets Know It?” *American Economic Review*, Vol. 80, pp.689-713
- Farmer, R.E.A., T. Zha and D.F. Waggoner (2009), “Understanding Markov-Switching Rational Expectations Models,” *Working Paper* 14710, National Bureau of Economic Research.
- , —— and —— (2011), “Minimal State Variable Solutions to Markov-Switching Rational Expectations Models,” *Working Paper* 2008-23, Federal Reserve Bank of Atlanta
- Fujiwara, I. (2006), “Evaluating Monetary Policy When Nominal Interest Rates are Almost Zero,” *Journal of the Japanese and International Economy*, Vol.20, pp.434-453
- Gruss, B. and K. Mertens (2009), “Regime Switching Interest Rates and Fluctuations in Emerging Markets,” *mimeo*
- Hamilton, J.D. (1989), “A New Approach to the Economic Analysis of Nonstationary Time Series and the Business Cycle,” *Econometrica*, Vol.57, pp.357-384
- (1994), *Time Series Analysis*, Princeton U.P.
- (2005), “Regime-Switching Models,” *prepared for Palgrave Dictionary of Economics*
- and B. Raj eds. (2002), *Advances in Markov-Switching Models*, Physica-Verlag
- Ichioe, H. and K. Koyama (2007), “Regime Switches in Exchange Rate Volatility and Uncovered Interest Parity,” *Working Paper Series* No. 07-E-22, Bank of Japan
- International Monetary Fund (2013), *International Financial Statistics*, CD-ROM, October 2013
- Jung, T., Y. Teranishi and T. Watanabe (2005), “Optimal Monetary Policy at the Zero-Interest-Rate Bound,” *Journal of Money, Credit and Banking*, Vol.37, No.5, pp.813-835
- Ito, T. and F.S. Mishkin (2006), “Two Decades of Japanese Monetary Policy and the Deflation Problem,” in Ito, T. and A. Rose eds. *Monetary Policy with Very Low Inflation in the Pacific Rim*, The University of Chicago Press, pp.131-193
- Kato, R. and S. Nishiyama (2005), “Optimal Monetary Policy When Interest

- Rates are Bounded at Zero,” *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol.29, pp.97-134
- Kim, C.J., J.M. Piger and R. Startz (2003), “Estimation of Markov Regime-Switching Regression Models with Endogenous Switching,” *Working Paper* 2003-015C, Federal Reserve Bank of St. Louis
- Kimura, T., H. Kobayashi, J. Muranaga, and H. Ugai (2003), “The Effect of the Increase in the Monetary Base on Japan’s Economy at Zero Interest Rates: An Empirical Analysis,” *Bank for International Settlements Conference Series*, 19, pp.276-312
- Liu, Z., D.F. Waggoner and T. Zha (2011), “Sources of Macroeconomic Fluctuations: A Regime-Switching DSGE Approach,” *Quantitative Economics* 2 (2011), pp.251–301
- Nakajima, J. (2011), “Monetary Policy Transmission under Zero Interest Rates: An Extended Time-Varying Parameter Vector Autoregression Approach,” *IMES Discussion Paper* No.2011-E-8, Bank of Japan
- , M. Kasuya and T. Watanabe (2009). “Bayesian Analysis of Time-Varying Parameter Vector Autoregressive Model for the Japanese Economy and Monetary Policy.” *IMES Discussion Paper* No.2019-E-13, Bank of Japan
- Okina, K. and S. Shiratsuka (2004), “Policy Commitment and Expectation Formation: Japan’s Experience under Zero Interest Rates,” *North American Journal of Economics and Finance*, Vol.15, No.1, pp.75-100
- Pape, B. (2005), “Regime Switching Models,” *mimeo*
- Quandt, R.E. (1960), “Tests of the Hypothesis that a Linear Regressions System Obeys Two Separate Regimes,” *Journal of American Statistical Association*, Vol.55, pp.324-330
- Quantitative Micro Software (2013), “Switching Regression,” in *QMS EViews 8: User’s Guide II*, Chap.13
- Rubio-Ramirez, J.F., D. Waggoner and T. Zha (2005), “Markov-Switching Structural Vector Autoregressions: Theory and Application,” *Working Paper Series*, No.2005-27, Federal Reserve Bank of Atlanta
- Taylor, J.B. (1993), “Discretion versus Policy Rules in Practice,” *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, Vol.39, pp.195-214
- Yano, K. (2009), “Dynamic Stochastic General Equilibrium Models under a Liquidity Trap and Self-organizing State Space Modeling,” *ESRI Discussion*

*Paper Series*, No.206

- , Y. Iida and H. Wago (2010), “Estimating New Keynesian DSGE Models in A Liquidity Trap Using the Monte Carlo Particle Filter: An Application to the Japanese Economy,” *Paper presented for the Econometric Society World Congress 2010*