

雇用、賃金、およびインフレーション

岡田 義昭

- I はじめに
- II 議論の経緯
- III 理論モデル
- IV 対数線形化とカリブレーション
- V 結び
- 補論
- 注
- 参考文献

【要旨】

本稿において、ミクロ的基礎を有する動学的一般均衡モデルの枠組みで不完全雇用問題を分析した。すなわち、標準的な動学的一般均衡モデルの体系に、①労働市場は不完全情報市場であり、したがって労働需給は Mortensen=Pissarides タイプのマッチング型サーチ・モデルで調整されること、および、②労使間の賃金率ならびに労働時間に関する交渉ではナッシュ交渉プロセスで決定されること、の要素を新たに組み込んだ。そして、これら理論式を基に、定常状態からの近傍乖離に関する対数線形近似式を導き、カリブレーション分析を行った。その結果、われわれの経験に照らして現実の経済の動きに良く合致したと思われる動学過程を本理論モデルにより複製できた。

【キーワード】

動学的（確率的）一般均衡（DSGE）モデル 不完全情報労働市場 マッチング型探索モデル ナッシュ交渉解 シムズの解法

I はじめに

世界の経済は、今日、深刻な危機に瀕している。日本経済は、1990年を境にバブル経済が崩壊すると、一転して長期停滞に陥った。2008年秋のリーマン・ショックによる世界同時大不況や、2011年3月の東日本大震災がさらに追い討ちを掛けた。その間、日本政府は大規模な財政刺激政策を実施し、日本銀行も歩調を合わせるかたちで幾多の積極的な金融緩和政策を実行した。だが日本経済は未だ不況とデフレーションのスパイラル状況から脱して安定成長軌道にソフト・ランディングできないでいる。他方、米国政府は、リーマン・ショック以降の不況脱出に向けて2度にわたる量的緩和策(QE)や低金利政策、政府の債務上限引き上げなど金融面・財政面から努力をはかったものの、その政策効果ははかばかしくない。加えて、欧州における政府債務リスクの高まりや金融システムに対する不安感の増長も今や深刻である。こうした状況のもと、これまで世界経済の牽引役としてその役割が期待されてきたBRICs諸国、とりわけ中国経済も輸出減速やインフレ抑制を見通して2012年の経済成長率目標を従来の8%から7.5%に鈍化させた。

このような現実経済に対し、現状を的確に分析し、有効な経済政策を提案しつつその効果を把握するマクロ経済学的枠組みの構築がいまや最重要課題となりつつある。ところで、1930年代における英国経済の大不況を前にして、現行の賃金水準を甘受しても働こうとする人々が働けない、いわゆる非自発的失業者を救うべく「有効需要の原理」を提唱したのはJ.M. ケインズであった。働きたくても働けない経済状況は深刻である。彼は「いかなる人々の知的影響も受けていないと信じている実務家でさえ、誰かしら過去の経済学者に支配されているのが通例である」¹⁾として、世界を支配しているのは経済学者や政治学者の洞察力、直観、論理展開であるとした。かくして、彼の透徹した状況分析と革新的な処方箋そのものが、今日まで多くの政治家や政策担当者を動かし、現実経済において新たな変革を生み出してきた。こうしたなか、1930年代における英国経済の深刻な大不況同様、今日の長引く不況＝失業増を前にして、ここにケインズの理念・思想を再確認し、新たな経済理論体系を再構築する動きが顕著となった。そこで本稿において、これら“新ケインジアン経済学”の流れを概観したのち、ひとつの試論的理論モデルの構築を検討してみよう。

II 議論の経緯

1 ケインズの主張

ケインズは、その著『雇用、利子および貨幣の一般理論』（1936年）²⁾において、不況期における非自発的失業の存在 = 不完全雇用均衡とその救済策を強く主張した。

まず、従来の伝統的な経済学では、レセ・フェール政策をとるかぎり完全雇用が達成されると批判した。すなわち、ケインズによれば、伝統的経済学における雇用問題の議論は、その前提として「賃金は労働の限界生産物に等しい」ということと「賃金の効用は、一定の労働量が雇用されているとき、その雇用量の限界不効用に等しい」という二つの公準に要約されるが³⁾、もしそうであるならば、縦軸に実質賃金率をとり横軸に社会全体の雇用量をとったとき、右上がりの労働供給曲線と右下がりの労働需要曲線が描けるから、その交点は完全雇用均衡点となる。かくして、賃金率が伸縮的であれば完全雇用は必ず実現され、それゆえ失業者はすべて自分の意思で失業していることになるのである。

これに対してケインズは、労働者が賃金交渉で自ら決定できるのは名目賃金率のみであり、物価は他の社会的要因によって決まるとする。したがって、労働の供給は名目賃金率の関数であり、完全雇用に達するまで名目賃金の要求水準は変わらないと考える（弾力的労働供給）。他方、労働の需要は、企業の利潤最大化条件より名目賃金率に対して右下がりの需要曲線が導けるから、ある一定の名目賃金率で水平となる労働供給曲線との交点は必ずしも完全雇用を保証しない。これら交点と完全雇用点との差がまさに非自発的失業となる。「賃金財の価格が貨幣賃金に比べて僅かだけ上昇した場合、もし現行の貨幣賃金で喜んで働こうと欲する総労働供給と、その賃金で雇おうとする総労働需要とがともに現存雇用量を上回るならば、人々は非自発的に失業している」⁴⁾というケインズの非自発的失業の定義は、まさにこのことを意味している。

2 失業DSGEモデル

上述した不況期の不完全雇用問題とそれに対応する経済政策の問題を、ミクロ的基礎を有するマクロ動学モデルとしての動学的（確率的）一般均衡（dynamic stochastic general equilibrium; DSGE）モデルで捉えようとする動きが近年顕著となってきた。

もともとのプロト・タイプとしての動学的一般均衡モデルは、凡そ以下のような特色を有する⁵⁾。

(a) D S G Eモデルは一国のマクロ経済を取り扱う一般均衡モデルである。それらモデルは、通常、家計、企業、政府の3部門から構成され、各個別経済主体はそれぞれが明確なミクロ経済学的基礎を持つ。

(b) 多期間動学モデル（含確率変数）である。また、各主体における予想の役割が明示的に導入されている。

(c) 財サービス市場等に独占的競争状況が仮定される。したがってブランド力などにより差別化された財サービスを生産する企業は、価格に対する支配力・決定力を有するが、また、財サービスは一方で適度に相互代替的である点で競争的でもある。

(d) 設定された価格は、メニュー・コストなどから今期間中を通して不変との仮定が設けられる。あるいは、価格改定機会を確率的に処理することにより、価格の粘着性ないしは価格設定の非同時性が取り扱われる。

(e) こうした基本構造のモデルをベースに、定常状態の周りで対数線形化をはかったり、あるいはモデルのパラメータ表示解を求めたりし、さらに、構造ショックによる主要経済変数への動学的効果をカリブレーション分析によって把握する。また、それらを比較考量することにより、規範的分析、すなわち政策や制度の厚生経済的評価を明示的に行う。

一般に、モデルの体系内で政策効果を確保するためには例えば金融政策の“非中立性”を保障することが必要となる。したがってD S G Eモデルでは、上述(c)段・(d)段のごとく独占的競争市場を仮定することにより、価格の調整主体を市場の見えざる手から企業家の手に委ね、メニュー・コストの存在や確率的価格改定をもとに名目価格の粘着性・硬直性を取り扱っている。

ところで、これらD S G Eモデルに立脚した「失業D S G Eモデル」⁶⁾では、(a)～(e)段に加えてさらに以下のような要素が体系内に整合的に組み込まれた。

(f) 名目賃金は（下方）硬直的である。

(g) 労働市場は不完全競争市場である。

ケインズ『一般理論』では、労働者ないしは労働組合による賃金契約では名目賃金の切り下げには抵抗するが、消費財価格上昇による実質賃金の低下に対してはこれによって労働量を減少させることはないとしている⁷⁾。また、労働市場の完全競争性は、既述のごとく古典派の第2公準としてまさにケインズが否定したものである。そしてこれらに替えて、例えば多数の労働者は労働市場への参入・退出が自由であるという点では「競争的」であるが、単純技能職、専門技術職、事務職、管理職など独自の職業能力に基づく異質な差別化された労働力を企業に提供することによって個別労働需要関数に直面し、それゆえ、賃金率に決定力・支配力を有するという点では「独占的」とであると想定する。加えて、労働はある程度まで相互に代

替的であり、過度の賃金引上げ要求は他者へ雇用がシフトすることもあり得ると考える。さらに、これら独占的競争者の位置にある労働者が企業側と賃金交渉を行うに際しては、例えばナッシュ交渉プロセスを想定したり、あるいは、カルボ型の賃金改定確率やインデクセーション・ルールを導入したりする。また、労働市場は不完全情報市場で、したがって労働需給はマッチング型サーチ・モデルで調整されると考えるケースもある。

以上により、DSGEモデルの枠組みのもとで不完全雇用均衡が明示的に導かれることとなった。

Ⅲ. 理論モデル

1 モデルの素描

我々の想定するマクロ経済では、企業、家計、政府の3部門から構成されるものとする。

企業部門のうち、中間財サービスを生産する企業 j は単位閉区間 $[0,1] \subset R^1$ に連続的に分布すると考える。さらにこれら各企業は、生産要素として労働ならびに資本ストックを投入しつつ、ブランド力などにより差別化された1種類の中間財サービス z を生産し、最終財サービスを生産する代表的企業に販売する。最終財サービス生産企業は、これら中間財サービスをもとに一定の生産技術により消費財サービスと資本財サービスの合成財 (=最終財サービス) を生産し、家計に販売する。つぎに家計 i も同様に単位閉区間 $[0,1] \subset R^1$ に連続的に分布すると考える。各家計は、雇用されて労働を企業に提供し賃金を受け取るかあるいは失業して失業給付金を受給するとともに企業から利益配分を配当として受け取り、また、期をまたがる価値保蔵手段として保有する債券ストックの利子所得と合わせてそれら総所得を対価に最終財サービスを購入・消費する。また、家計は投資家としての側面を持ち、資本ストックを所有しつつ企業に一定の資本レントで貸し付け、また資本ストックへの資本財サービス投資をおこなうものとする。加えて、これら企業 $j \in [0,1]$ ならびに家計 $i \in [0,1]$ はすべて同質的 (symmetric) と仮定する。

中間財サービス市場は独占的競争の状況下にあると仮定する。すなわち、多数の企業が中間財サービスの生産活動を行い、企業の市場への参入・退出が自由であるという点では競争的であるが、他方において各企業は、「差別化」された中間財サービスを生産することによって独自の需要関数に直面し、したがって中間財サービス価格に決定力・支配力を有するという点では「独占的」である。また、それぞれの中間財サービスはある程度まで相互に代替的であり、価格の過度の引き上げは自社製品から他社製品に需要がシフトする可能性があるという意味では各独占的企業は「競

争」関係にある。さらに労働市場は不完全情報であるとし、したがって労働需給は Mortensen=Pissarides タイプのマッチング型サーチ・モデル⁸⁾で調整されると考える。加えて、賃金率ならびに労働時間決定に関する家計と企業との交渉に対しては ナッシュ交渉プロセスを想定する。他方、債券市場に関しては、完全競争的で利子率のパラメータ機能を基に債券が取引されるものとする。また最終財サービスならびに資本財サービスに関しても同様に完全競争市場を想定する。

こうした枠組みの下で、各家計は所得制約式ならびに資本ストック遷移式を制約条件として合理的予想に基づき将来に亘る効用を最大化する。他方、中間財サービスを生産する各企業はそれぞれの技術関係を表す生産関数と自己の生産する財サービスの需要量とを制約条件とし、同じく合理的予想形成の下で将来に亘る利潤の最大化をはかる。また最終財サービスを生産する代表的企業は最終財サービス価格が所与のとき、生産関数を制約条件として各期における利潤を最大化する。さらに、政府・中央銀行は、財政収支の均衡を図りつつ政策金利の制御によって上述したマクロ経済を運営する。

かくして、それら各部門の経済主体の主体的均衡によって一意的に定まった財サービス需給量、労働需給量、資本ストック需給量、債券ストック需給額が、それぞれの市場でクリアーされ市場均衡が達成される。

以下、これら動学的一般均衡 (DSGE) モデルのスケッチをさらに厳密に定式化してみよう⁹⁾。

2 家計

a 選好

各家計 ($\forall i \in [0,1] \subset R^1$) は次のような消費習慣 (consumption habit persistence) 仮説¹⁰⁾に従うところの同形的効用関数を持つものとする。

$$(1) \quad U_t(i) = E_t \left[\sum_{s=t}^{\infty} \beta^{s-t} u_s(i) \right], \quad \forall t \in \{1, 2, \dots\}$$

$$u_s(i) = \frac{\{C_s(i) - \eta C_{s-1}(i)\}^{1-\rho}}{1-\rho} - \chi \frac{H_s(i)^{1+\nu}}{1+\nu}$$

ただし $\beta (\in (0,1))$: 時間的割引率

$\eta (\in [0,1])$: 消費習慣係数

$\rho (\geq 0)$, $\chi (> 0)$, $\nu (\geq 0)$: 定数

$E[\cdot]$: 期待値オペレータ

ここで $C_t(i)$ は家計 i の t 期における財サービス消費指標を表す。また、 $H_t(i)$ は家計 i の t 期における労働供給時間を表す。

b 資本ストック遷移式

家計 i の保有する資本ストック K の t 期における遷移式を、

$$(2) \quad K_{t+1}(i) = (1 - \delta_k)K_t(i) + \left[1 - A\left(\frac{I_t(i)}{I_{t-1}(i)}\right) \right] I_t(i)$$

と定義する。ただし δ_k は資本ストック損耗率を表す。また、 $A(\cdot)$ は投資調整費用関数であり、

$$(3) \quad A\left(\frac{I_t(i)}{I_{t-1}(i)}\right) = \frac{1}{\varphi} \frac{1}{2} \left(\frac{I_t(i)}{I_{t-1}(i)} - 1 \right)^2$$

と定義する。ここで $\varphi(>0)$ は定数である。さらに定常状態では、投資調整費用関数は $A(1)=0$, $A'(1)=0$, $A''(1)=\frac{1}{\varphi}>0$ となる。

c 予算制約式

つぎに家計 i の t 期における予算制約式を、

$$(4) \quad P_t C_t(i) + E_t[B_{t+1}(i)] + P_t I_t(i) + P_t \tau_t(i) \\ \leq \omega^L(i) W_t(i) H_t(i) + \Phi_t(i) + (1+r_t) B_t(i) + r_t^K P_t K_t(i) + (1-\omega^L(i)) P_t Z(i)$$

で表す。ここで $B(i)$ は家計 i が保有する名目債券額、 $I(i)$ は家計 i が実行する実質投資量、 $K(i)$ は家計 i が保有する実質資本ストック量、 r^K は各企業から家計 i に支払われる資本レント（小数点表示）、 $W(i)$ は各企業から家計 i に支払われる時間当たり名目賃金率、 $\Phi(i)$ は各企業から家計 i に支払われる名目配当金、 r は債券ストックの利子率（小数点表示）、 $\omega^L(i)$ は家計 i の雇用確率、 $Z(i)$ は財サービス指標 C をニューメレルにとったところの家計 i への定額失業給付金、 $\tau(i)$ は同じく財サービス指標 C をニューメレルにとったところの家計 i の支払う一括個人税である。また、 P は最終財サービスの完全競争市場で決まる総合的均衡価格指標である。

d 主体的均衡

各家計は、財サービス価格、消費需要量（1期前）、賃金率¹¹⁾、配当金、債券ストック、債券利子率、資本レント、資本ストック、投資量（1期前）、失業給付金、雇用確率、一括個人税が所与の時、予算制約式ならびに資本ストック遷移式の制約条件の下で期待効用を最大とするように、消費需要量、労働供給量、投資量、債券ストック（次期）をそれぞれ決めるものとする。したがって、家計の最適化行動は、合理的予想の下で

$$(5) \quad \max_{\{B_{s+1}(i)\}, \{C_s(i)\}, \{H_s(i)\}, \{I_s(i)\}} : U_t(i) = E_t \left[\sum_{s=t}^{\infty} \beta^{s-t} u_s(i) \right], \quad \forall i \in [0,1], \quad \forall t \in \{0,1,2,\dots\}$$

$$u_s(i) = \frac{\{C_s(i) - \eta C_{s-1}(i)\}^{1-\rho}}{1-\rho} - \chi \frac{H_s(i)^{1+\nu}}{1+\nu}$$

$$\text{s.t. } P_s C_s(i) + E_t B_{s+1}(i) + P_s I_s(i) + P_s \tau_s(i)$$

$$\leq \omega_s^L(i)W_s(i)H_s(i) + \Phi_s(i) + (1+r_s)B_s(i) + r_s^K(i)P_sK_s(i) + (1-\omega_s^L(i))P_sZ(i)$$

$$K_{s+1}(i) \leq (1-\delta_k)K_s(i) + \left[1 - A\left(\frac{I_s(i)}{I_{s-1}(i)}\right)\right]I_s(i)$$

$$\text{given } P_s, W_s(i), \omega_s^L, \Phi_s(i), r_s, B_s(i), r_s^K, K_s(i), Z(i), \tau_s(i), C_{s-1}(i)$$

なる制約条件付き最大化問題を解くことで得られる。したがって、動学的ラグランジュ方程式として

$$(6) \quad L = E_t \left[\sum_{s=t}^{\infty} \beta^{s-t} \left\{ \frac{\{C_s(i) - \eta C_{s-1}(i)\}^{1-\rho}}{1-\rho} - \chi \frac{H_s(i)^{1+\nu}}{1+\nu} \right\} \right. \\ \left. + \lambda_s(i) \left[(1+r_s) \frac{B_s(i)}{P_s} + r_s^K K_s(i) + \frac{\Phi_s(i)}{P_s} + \omega_s^L \frac{W_s(i)}{P_s} H_s(i) - C_s - \left(\frac{P_{s+1}}{P_s}\right) \left(\frac{B_{s+1}(i)}{P_{s+1}}\right) - I_s(i) - \tau_s(i) \right] \right. \\ \left. + q_s(i) \left[(1-\delta_k)K_s(i) + \left\{1 - A\left(\frac{I_s(i)}{I_{s-1}(i)}\right)\right\}I_s(i) - K_{s+1}(i) \right] \right]$$

と定式化し、この (5) 式に「Kuhn=Tucker 定理」¹²⁾ を適用して 1 階の必要条件を求めると、以下のような t 期における各家計の主体的均衡条件を得る¹³⁾。すなわち、

$$(7) \quad \lambda_t(i) = \{C_t(i) - \eta C_{t-1}(i)\}^{-\rho} \quad \dots \text{消費}$$

$$(8) \quad \lambda_t(i) = \beta E_t \left[(1+r_t) \frac{P_t}{P_{t+1}} \lambda_{t+1}(i) \right] \quad \dots \text{債券}$$

$$(9) \quad \frac{1}{\lambda_t(i)} = \frac{1}{\chi} \frac{W_t(i)}{P_t} H_t(i)^{-\nu} \quad \dots \text{労働}$$

$$(10) \quad \lambda_t(i) = q_t(i) \left[1 - A\left(\frac{I_t(i)}{I_{t-1}(i)}\right) - A'\left(\frac{I_t(i)}{I_{t-1}(i)}\right) \frac{I_t(i)}{I_{t-1}(i)} \right] + \beta E_t \left[q_{t+1}(i) A'\left(\frac{I_{t+1}(i)}{I_t(i)}\right) \left(\frac{I_{t+1}(i)}{I_t(i)}\right)^2 \right] \\ \dots \text{投資}$$

$$(11) \quad q_t(i) = \beta E_t \left[q_{t+1}(i) (1-\delta_k) + \lambda_{t+1}(i) r_{t+1}^K \right] \quad \dots \text{資本ストック}$$

$$(12) \quad E_t \left[\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{B_{T+t+1}(i)/P_{T+t}}{\prod_{s=t}^{T+t} (1+r_s)} \right] = 0 \quad \dots \text{no-Ponzi-game (横断性) 条件式}$$

$$E_t \left[\lim_{T \rightarrow \infty} q_{T+t}(i) K_{T+t+1}(i) \right] = 0$$

である。ここで、変数 $Q_t(i)$ を、資本ストックの制約式に付随するラグランジュ乗数 $q_t(i)$ を消費財サービスのシャドウ・プライス $\lambda_t(i)$ で評価したもの、すなわち $Q_t(i) \equiv \frac{q_t(i)}{\lambda_t(i)}$ と定義すれば、上式 (10) ならびに (11) はさらに以下のように書き換えられる。

$$(10a) \quad 1 = Q_t(i) \left[1 - A\left(\frac{I_t(i)}{I_{t-1}(i)}\right) - A'\left(\frac{I_t(i)}{I_{t-1}(i)}\right) \frac{I_t(i)}{I_{t-1}(i)} \right] + \beta E_t \left[\frac{\lambda_{t+1}(i)}{\lambda_t(i)} Q_{t+1}(i) A'\left(\frac{I_{t+1}(i)}{I_t(i)}\right) \left(\frac{I_{t+1}(i)}{I_t(i)}\right)^2 \right]$$

$$(11a) \quad Q_t(i) = \beta E_t \left[\frac{\lambda_{t+1}(i)}{\lambda_t(i)} \{Q_{t+1}(i) (1-\delta_k) + r_{t+1}^K\} \right]$$

3 企業

a 最終財サービス生産企業

最終財サービスを生産する代表的企業は、 t 期において z 種類の間接財サービスを企業 j から $Y_t(j)$ だけ購入し、

$$(13) \quad Y_t = \left[\int_0^1 Y_t(j)^{\frac{1}{1+\xi}} dj \right]^{1+\xi}$$

なる生産技術によって最終財サービス Y を生産し、完全競争市場で消費者に販売するものとする。ただし、 $\xi(>0)$ は代替の弾力性を示す定数である。

ところで、当該企業の最適化行動は、以下のような制約条件付費用最小化問題を解くことで得られると考える。

$$(14) \quad \min_{\{Y_t(j)\}} : \int_0^1 P_t(j) Y_t(j) dj, \quad \forall t \in \{0, 1, 2, \dots\}$$

$$\text{s.t.} \quad \left[\int_0^1 Y_t(j)^{\frac{1}{1+\xi}} dj \right]^{1+\xi} \geq Y_t$$

given $P_t(j), Y_t$

かくして、最終財サービスを生産する代表的企業の t 期における個別中間財サービス購入量 $Y_t(j)$ は、

$$(15) \quad Y_t(j) = \left(\frac{P_t(j)}{P_{wt}} \right)^{-\frac{1+\xi}{\xi}} Y_t$$

によって示され得る¹⁴⁾。ただし、ここで P_w は、(13) 式に対応する中間財サービスの価格指標

$$(16) \quad P_{wt} = \left[\int_0^1 P_t(j)^{-\frac{1}{\xi}} dj \right]^{-\xi}$$

として定義される。

b 中間財生産企業：生産技術

中間財サービスを生産する企業 j は、可変的生産要素である労働 N と固定的生産要素である資本ストック K を投入し、コブ=ダグラス型の生産関数により差別化された 1 種類の財サービス $z (\in [0, 1] \subset R^1)$ を生産すると考える。また各企業の生産技術構造はすべて同形的であるとする。したがって、 t 期における企業 j の個別生産関数 F^j は、 $\alpha (> 0)$ を技術水準 (ie. ソロー残差) とすれば、 $b (\in (0, 1))$ を定数として、

$$(17) \quad Y_t(j) = F^j(N_t(j), K_t(j)) = \alpha_t N_t^b(j) K_t^{1-b}(j) - \Psi, \quad \forall j \in [0, 1], \quad \forall t \in \{0, 1, 2, \dots\}$$

$$\alpha_t = \bar{\alpha} \exp(\varepsilon_t^\alpha), \quad \varepsilon_t^\alpha \sim i.i.d.(0, \sigma_\alpha^2)$$

で表せる。ここで $N_t(j)$ は企業 j が t 期に雇用した労働者の労働者数を、 $K_t(j)$ は企業 j が t 期に稼動した資本ストック量を、 Ψ は固定費用を示す。また便宜的に $j \equiv z$ としておく。

c 費用最小化

中間財サービスを生産する企業の最適化行動は、完全競争的な資本財サービス市場より決まる資本レントと労使間のナッシュ交渉プロセスより決まる賃金率とを所与とし、且つ自社の生産技術構造を示す(17)式を制約条件として、今期における費用関数の最小化をはかるものとして表わせ得る。すなわち、

$$(18) \quad \min_{\{K_t(j)\}, \{N_t(j)\}} : \frac{W_t(j)}{P_t} N_t(j) + r_t^K K_t(j)$$

$$\text{s.t. } Y_t(j) \leq \alpha_t N_t^b(j) K_t^{1-b}(j) - \Psi$$

$$\text{given } W_t(j), P_t, r_t^K$$

なる制約条件付き最小化問題として定式化できる。かくして、企業 j にとって、 $\lambda_t(j)$ をラグランジュ乗数とすれば、(18)式に対する最適解のための1階の必要条件は、

$$(19) \quad r_t^K - \lambda_t(j) \alpha_t (1-b) N_t^b(j) K_t^{-b}(j) = 0 \quad \dots \text{資本ストック}$$

$$\frac{W_t(j)}{P_t} - \lambda_t(j) \alpha_t b N_t^{b-1}(j) K_t^{1-b}(j) = 0 \quad \dots \text{労働}$$

として求まる¹⁵⁾。かくして、これら両式から

$$(20) \quad \frac{b}{1-b} \frac{K_t(j)}{N_t(j)} = \frac{W_t(j)/P_t}{r_t^K}$$

なる主体的均衡条件式が得られる。この式の左辺は資本ストックと労働との技術的限界代替率を表し、他方右辺は両者の生産要素価格の比を表している。さらに(20)式を(19)式に代入すれば、以下のような企業の実質限界費用が求まる。

$$(21) \quad MC_t(j) = \frac{1}{\alpha_t} \left(\frac{r_t^K}{1-b} \right)^{1-b} \left(\frac{W_t(j)/P_t}{b} \right)^b$$

ただし各企業はすべて同質的と仮定しているのので、ここで同質条件を課せば引数 j が落とせる。

d 財サービス価格設定

独占的競争状況下の中間財サービス市場では、各中間財生産企業は差別化された自社の財サービスに対して自ら価格を設定し得る。ただし、各企業にとっては、価格の調整機会は限定的であり、自社製品サービス価格をいつでも欲するときに変更できるわけではなく、一定の確率に従ってランダムになし得ると想定する (i.e. カルボ型粘着価格モデル¹⁶⁾)。すなわち、企業 j が任意の時点で価格を据え置く確率を $\omega_p (\in (0,1))$ 、価格を変更し得る確率を $1-\omega_p$ とする。したがって、将来に亘り価格を改定できないリスクがある状況下では、各企業は、単に当期の利潤のみならず、将来に亘る予想利潤の割引現在価値も含めてその最大化を図るものと考えられる。ところで、当該経済では中間財サービス生産企業数は十分に大きいと仮定して

いたので、このことは、毎期一定割合 (i.e. $1-\omega_p$) の企業だけ価格改定の機会が与えられることと同義である。さらに各企業の価格設定行動様式に対し、次のようなルールの採用を付け加えよう。すなわち、各企業は今期価格が最適水準に改定できず価格を据え置いた場合でも、全般的な物価上昇に即し、前期における物価の上昇率分だけは部分的に自社製品サービス価格にスライドさせ得るといふ、いわゆるウッドフォード型インデクセーション・ルール¹⁷⁾の採用である。

かくして、企業 j の最適化行動様式は、資本財サービス市場より決まる資本レントとナッシュ交渉から決まる賃金率に加え、自社の設定価格 $P(j)$ によって与えられる各財の個別需要関数に直面したとき、物価水準や全体の中間財サービス生産額、さらには生産技術構造を所与として、合理的予想の下で以下のように定式化できる。

$$(22) \quad \max_{\{P_t(j)\}} : \tilde{\Phi}_t(j) = E_t \left[\sum_{s=0}^{\infty} \beta_{t+s} \omega_p^s \{P_t(j)Y_{t+s}(j) - MC_{t+s}Y_{t+s}(j)\} \right]$$

$$\text{s.t. } P_t(j) \leq \left[(1-\omega_p)X_t^{-\frac{1}{\xi}} + \omega_p \left\{ P_{t-1}(j) \left(\frac{P_{t-1}}{P_{t-2}} \right)^\gamma \right\}^{\frac{1}{\xi}} \right]^{-\xi}$$

$$P_{t+s}(j) \geq P_t(j) \prod_{k=1}^s \left(\frac{P_{t-1+k}}{P_{t-2+k}} \right)^\gamma$$

$$Y_{t+s}(j) = \left(\frac{P_{t+s}(j)}{P_{t+s}} \right)^{\frac{1+\xi}{\xi}} Y_{t+s}$$

$$Y_{t+s}(j) \leq \alpha_{t+s} N_{t+s}^b(j) K_{t+s}^{1-b}(j) - \Psi$$

given $MC_{t+s}, P_{t-2}, P_{t-1}, P_{t+s}, P_{t-1}(j), Y_{t+s} \quad (s=0,1,2,\dots)$

$$\forall j \in [0,1], \quad \forall t \in \{0,1,2,\dots\}$$

ただし β_{t+s} は企業の最終所有者たる家計の限界効用で評価された企業の主観的割引率であり、 $\beta_{t+s} = \beta^s \frac{\lambda_{t+s}}{\lambda_t}$ ($\beta \in (0,1)$) で定義される。また X_t は t 期に価格改定の機会を得た企業群の設定する最適価格水準である。さらに $\gamma \in [0,1]$ はインデクセーション・ルールに基づく価格転嫁率を表し、 $\gamma=1$ であれば、前期インフレ率の100%すべてを今期の価格水準に上乘せすることが可能ということの意味している。したがって、動学的ラグランジュ方程式として

$$(23) \quad L = E_t \left[\sum_{s=0}^{\infty} \beta_{t+s} \omega_p^s \{P_t(j)Y_{t+s}(j) - MC_{t+s}Y_{t+s}(j)\} \right]$$

$$+ \lambda_{t+s}^1(j) \left[\left[(1-\omega_p)X_t^{-\frac{1}{\xi}} + \omega_p \left\{ P_{t-1}(j) \left(\frac{P_{t-1}}{P_{t-2}} \right)^\gamma \right\}^{\frac{1}{\xi}} \right]^{-\xi} - P_t(j) \right]$$

$$+ \lambda_{t+s}^2(j) [P_{t+s}(j) \prod_{k=1}^s \left(\frac{P_{t-1+k}}{P_{t-2+k}} \right)^\gamma - P_t(j)]$$

$$+ \lambda_{t+s}^3(j) [\alpha_{t+s} N_{t+s}^b(j) K_{t+s}^{1-b}(j) - \Psi - (P_{t+s}(j)/P_{t+s})^{\frac{1+\xi}{\xi}} Y_{t+s}]$$

と定式化し、この(23)式に「Kuhn=Tucker定理」を適用して制約条件つき最大化問題を解くと、次のような企業 j の最適化行動に関する1階の必要条件が導かれる¹⁸⁾。

$$(24) \quad E_t \left[\sum_{s=0}^{\infty} \beta_{t+s} \omega_p^s Y_{t+s}(j) \left\{ \frac{P_t(j)}{P_{t+s}} \left(\frac{P_{t-1+s}}{P_{t-1}} \right)^\gamma - (1+\xi) MC_{t+s} \right\} \right] = 0 \quad \dots \text{価格設定式}$$

したがって、このことから、中間財サービス生産企業 j の価格設定に関する主體的均衡条件、すなわち、最適価格が限界費用の将来の流列に一定のマークアップ率 $(1+\xi)$ を乗じたものと等しくなるという関係式が得られる。

$$(25) \quad \frac{P_t(j)}{P_t} = (1+\xi) E_t \sum_{s=0}^{\infty} f_{t+s} MC_{t+s}$$

ただし $f_{t+s} \equiv \frac{\beta_{t+s} \omega_p^s \left(\frac{P_{t+s}}{P_t} \right) Y_{t+s}(j)}{E_t \sum_{s=0}^{\infty} \beta_{t+s} \omega_p^s \left(\frac{P_{t-1+s}}{P_{t-1}} \right)^\gamma Y_{t+s}(j)}$

e 雇用

労働市場は不完全情報市場であると仮定する。したがって、完全情報市場のごとく求人企業は求職者とは瞬時にマッチすることができず、且つ企業が必要に応じて単純技能職、専門技術職、事務職、管理職などの職業能力に基づく異質的な差別化された労働力を探索するには、一定の固定費用 k が掛かる。また、こうした時間のズレは求職者と失業者とを同時に発生させる。かくして、企業の求人と家計の求職が労働市場で t 期においてマッチするメカニズムとして、Mortensen=Pisaarides モデル¹⁹⁾に倣い、以下のような規模に関して一次同次タイプのコブ＝ダグラス型マッチング関数 $m(\cdot)$ を想定する。

$$(26) \quad M_t = m(U_t, V_t) = A U_t^a V_t^{1-a} \quad \forall t \in \{0, 1, 2, \dots\}$$

ただし、 M_t : t 期の新規雇用者数

A : 労働市場の効率性ないしは流動性指標

U_t : 労働市場に存在する失業者数

V_t : 企業の求人数

$a (\in (0, 1))$: 定数

したがって、 $\theta_t \equiv \frac{V_t}{U_t}$ を t 期における労働市場の逼迫度 (ie. 有効求人倍率) とすれば、

企業の求人数に対する新規雇用確率 L_t は、 $L_t = \frac{M_t}{V_t} = g(\theta_t) = A \theta_t^{-a}$ で示される。

他方、失業者に対する新規雇用確率 S_t は、労働市場の逼迫度に企業の採用率を掛けたところの $S_t = \frac{M_t}{U_t} = \theta_t g(\theta_t) = A \theta_t^{1-a}$ なる率で雇用のチャンスが表せる。さらに上述式で A が大きくなれば市場の流動性ないしは効率性は高まり、労働需給のマッチングは増えて新規雇用者数は増加する。

こうした労働市場において、企業の労働需要 (N 人) と家計の労働供給 (H 時間) に対し、企業 j が t 期に $N_t(j)$ 人の雇用を確保できれば、家計は企業 j に対

して $H_t(j)$ 時間 ($hN_t(j)$: h は労働者 1 人当たり平均労働時間数) の労働投入が可能となり、当該企業は中間財サービス z を $(\frac{Y_t(z)}{\alpha K_t^{1-b}(j)})^{\frac{1}{b}}$ 単位だけ生産できる。ここで離職率が外生的に $\delta_n (\in (0,1))$ で与えられたとすれば、企業 j の t 期における雇用者数 $N_t(j)$ は、 $t-1$ 期までの雇用者数に非離職率を乗じ、さらに今期の新規採用者数を加えたところの

$$(27) \quad N_t(j) = (1 - \delta_n)N_{t-1}(j) + V_t(j)g(\theta_t(j))$$

なる雇用遷移式で示せる。

f 賃金設定

雇用者 1 人当たりの賃金設定に対しては、労使双方の間のナッシュ交渉ルールにより決まると想定する。すなわち、家計 $i (\in [0,1])$ と企業 $j (\in [0,1])$ とが t 期に雇用のマッチを形成することによって生ずる総余剰を予め取り決められた割合で分割するというルールである。したがって、 Θ_t^j を財サービスの限界効用で評価された (以下同様) 企業の雇用に伴う割引現在価値、すなわち、企業が家計とマッチを形成して雇用し、生産活動を行うことに伴う t 期の割引現在価値とし、また Θ_t^V を企業の雇用欠員に伴う割引現在価値とする。他方、 Θ_t^E を家計がマッチして雇用されることに伴う t 期の割引現在価値とし、また Θ_t^U を失業して求職状況にある家計の割引現在価値とする²⁰⁾。かくして、ナッシュ積を用いてナッシュ交渉プロセスにおける t 期の実質賃金 w_t ($\equiv \frac{W_t}{P_t}$) を

$$(28) \quad w_t = \arg \max [\Theta_t^E - \Theta_t^U]^{\zeta} [\Theta_t^j - \Theta_t^V]^{1-\zeta}, \quad \forall \zeta \in (0,1)$$

と定式化する。ここで ζ は労使間のバーゲニング・パワーを示す指標である。さらに Θ_t^j , Θ_t^V , Θ_t^E , Θ_t^U に関して各々ベルマン方程式を用いて以下のごとく定める。

$$(29) \quad \begin{aligned} \Theta_t^j &= p_{wt}F(H_t, K_t) - w_t H_t - r_t^K K_t + E_t [\beta_{t+1}(1 - \delta_n)\Theta_{t+1}^j] \\ \Theta_t^V &= -\frac{k\theta_t}{\lambda_t} + E_t [\beta_{t+1}[\theta_t g(\theta_t)(1 - \delta_n)\Theta_{t+1}^j - \{1 - \theta_t g(\theta_t)(1 - \delta_n)\}\Theta_{t+1}^V]] \\ \Theta_t^E &= w_t H_t - \chi \frac{H_t^{1+\nu}}{(1+\nu)\lambda_t} + E_t [\beta_{t+1}[(1 - \delta_n)\Theta_{t+1}^E + \delta\Theta_{t+1}^U]] \\ \Theta_t^U &= Z + E_t [\beta_{t+1}[\theta_t g(\theta_t)(1 - \delta_n)\Theta_{t+1}^E - \{1 - \theta_t g(\theta_t)(1 - \delta_n)\}\Theta_{t+1}^U]] \end{aligned}$$

まず、第 1 式は、企業が家計とマッチを形成して家計を雇用し、併せて資本ストックを投入して生産活動を行うことに伴う今期の利潤と、さらにそれに雇用継続価値を加えたところの割引現在価値を表している。ここで p_{wt} ($\equiv \frac{P_t(j)}{P_t}$) は、中間財サービスの相対価格である。第 2 式は、求人企業が欠員 V_t を埋めるまで失業者 1 人当たり求人コスト kV_t を支払いながら今期探索活動を行い、その結果、 $\theta_t g(\theta_t)$ の確率で欠員補充に成功しつつ且つ $(1 - \delta_n)$ の率でそのまま次期まで雇用を継続す

るか、あるいは、 $\{1-\theta_t g(\theta_t)(1-\delta_n)\}$ の率で雇用されず且つ雇用されても次期までに離職したことに伴う求人企業の割引現在価値を表している。ここで企業の自由参加条件により、欠員を有する求人企業はその限界価値がゼロとなるまで市場に参加するので、均衡では $\Theta_t^V = 0$ となる。さらに第 3 式は、家計が企業とマッチを形成して雇用された場合の価値を、第 4 式は失業して失業給付金を受給する場合の価値をそれぞれ表す。すなわち、第 3 式では今期の賃金とともに、 $(1-\delta_n)$ の確率でそのまま雇用が継続するかあるいは δ_n の確率で離職した場合のそれぞれの割引現在価値の加重平均が加わる。第 4 式では今期の失業に伴う一定の定額給付金とともに、 $\theta_t g(\theta_t)(1-\delta_n)$ の確率で雇用され且つ次期まで雇用が継続するかあるいは $\{1-\theta_t g(\theta_t)(1-\delta_n)\}$ の確率で雇用されず且つ雇用されても次期までに離職した場合の割引現在価値の加重平均が加わる。

かくして先の (28) 式を w_t に対して解けば、 t 期の最適ナッシュ交渉解は

$$(30) \quad \Theta_t^E - \Theta_t^U = \frac{\zeta}{1-\zeta} \Theta_t^J$$

となるから、これに (29) 式を代入して今期の最適ナッシュ賃金計画を導けば、

$$(31) \quad w_t H_t = \zeta (p_{w_t} F(H_t, K_t) - r_t^K K_t + E_t[\beta_{t+1}(1-\delta_n)\Theta_{t+1}^J]) \\ + (1-\zeta) \left(\chi \frac{H_t^{1+\nu}}{(1+\nu)\lambda_t} + Z - E_t[\beta_{t+1}(1-\delta_n)(1-S_t)(\Theta_{t+1}^E - \Theta_{t+1}^U)] \right)$$

を得る。このことから、(30) 式ならびに以下の (37) 式を用いて整理すれば、

$$(32) \quad w_t = \zeta \left(\frac{p_{w_t} MPL_t}{b} + \frac{k\theta_t}{\lambda_t H_t} \right) + (1-\zeta) \left(\frac{MRS_t}{1+\nu} + \frac{Z}{H_t} \right), \quad \forall t \in \{0, 1, 2, \dots\}$$

を得る²¹⁾。ただし、ここで $MPL_t \equiv \frac{\partial F(H_t, K_t)}{\partial H_t}$ 、すなわち労働の限界生産力を表し、

他方、 $MRS_t \equiv - \left(\frac{\partial U_t}{\partial H_t} / \frac{\partial U_t}{\partial C_t} \right)$ 、すなわち、労働と消費の限界代替率を表す。この式から、

家計のバーゲニング・パワー (ζ) が強く、さらに労働の限界生産力が増加するか労働市場の逼迫度 (θ) が高まり且つ求職コスト (k) も上昇すれば、賃金は上昇することが分かる。企業のバーゲニング・パワー ($1-\zeta$) の強弱によっては失業給付金の支払い (Z) も賃金上昇圧力の一因となる。

e 労働時間

労働時間の決定に関しても賃金同様、労使双方の間のナッシュ交渉ルールにより決まると想定する。したがって、 t 期の労働時間に対する最適ナッシュ交渉解のための 1 階の必要条件は、

$$(33) \quad (1-\zeta) \frac{\partial \Theta_t^J}{\partial H_t} (\Theta_t^E - \Theta_t^U) - \zeta \frac{\partial (\Theta_t^E - \Theta_t^U)}{\partial H_t} \Theta_t^J = 0$$

となる。このことから、

$$(34) \quad \zeta \Theta_t^J (MRS_t - w_t) = (1 - \zeta) (\Theta_t^E - \Theta_t^U) (p_{w_t} MPL_t - w_t)$$

となるゆえ、最適ナッシュ労働時間として

$$(35) \quad p_{w_t} MPL_t = MRS_t$$

が導ける。すなわち、労使双方のナッシュ交渉による最適労働時間は、企業の限界価値生産力と家計の労働・消費の限界代替率とが等しくなるように決まる。したがって、賃金はここでは完全競争市場におけるワルラスの模索過程のごとく、労働の需給調整に対するパラメータとしての役割を果たしていない。

f 最適雇用

企業の最適雇用量 N_t の決定に関しては、(29) 式の第 1 式・第 2 式を用いる。第 1 式は、企業が家計とマッチを形成して家計を雇用し、生産活動を行うことに伴う今期の利潤と、さらにそれに雇用継続価値を加えたところの割引現在価値を表しているから、雇用の限界的な継続的利潤の割引現在価値 $\tilde{\Theta}_t^J$ ($\equiv \frac{\partial \Theta_t^J}{\partial N_t}$) を求めれば、

$$(36) \quad \tilde{\Theta}_t^J = p_{w_t} MPL_t - w_t + E_t [\beta_{t+1} (1 - \delta_n) \tilde{\Theta}_{t+1}^J]$$

を得る。また第 2 式は、既述のごとく求人企業が欠員 V_t を埋めるまで失業者 1 人当たり求人コスト kV_t を支払いながら今期探索活動を行い、その結果、 $\theta_t g(\theta_t)$ の確率で欠員補充に成功しつつ且つ $(1 - \delta_n)$ の率でそのまま次期まで雇用を継続し、雇用の限界的な継続的利潤の割引現在価値 $\tilde{\Theta}_t^J$ を得るか、あるいは、 $\{1 - \theta_t g(\theta_t)(1 - \delta_n)\}$ の率で雇用されず且つ雇用されても次期までに離職したことに伴う求人企業の割引現在価値を表している。ここで企業の自由参入条件により、均衡では $\Theta_t^J = 0$ となるので、したがって

$$(37) \quad \frac{k}{\lambda_t g(\theta_t)} = E_t [\beta_{t+1} (1 - \delta_n) \tilde{\Theta}_{t+1}^J]$$

が求まる。これを第 2 式に代入することにより、 $\beta_{t+1} \equiv \beta \frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t}$ に留意すれば、企業の求人数 V_t に対する新規雇用確率 L_t ($= g(\theta_t)$) に関しての 1 階の定差方程式

$$(38) \quad \frac{k}{\lambda_t L_t} = \beta E_t \left[\frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} (1 - \delta_n) \left(p_{w_{t+1}} MPL_{t+1} - w_{t+1} + \frac{k}{\lambda_{t+1} L_{t+1}} \right) \right]$$

が得られる。

4 政府・通貨当局

政府は、一括個人税 (i.e. 人頭税) による税収を基に、消費財サービス指標で表示された財政支出 (e.g. 定額失業給付金 Z プラスその他財政支出 G_t) を行うものとし、かつ財政収支は毎期単年度で均衡が達成されるものとする。したがって、政

府部門の期の財政収支式は、

$$(39) \quad P_t \tau_t = P_t (Z + G_t)$$

なる式で表せる。

他方、通貨当局は、金融政策変数として金利水準をコントロールすると考える。したがって、通貨当局の t 期における政策反応関数としては、次のようなオーソドックスなテイラー・ルール型を採用するものと想定する。すなわち、

$$(40) \quad r_t = \psi_1 r_{t-1} + (1 - \psi_1) \{ \psi_2 (\pi_t - \pi^0) + \psi_3 \hat{Y}_t \}$$

である。通貨当局は、1期前の金利水準 r_{t-1} を踏まえつつ、現行インフレ率 $\pi_t \equiv \frac{P_t}{P_{t-1}}$ と目標インフレ率 π^0 との乖離やGDPギャップ \hat{Y}_t の動向にも対応して今期の政策金利を操作すると考える。ただし $\psi_i (i=1,2,3)$ はパラメータである。

5 市場

第2節・第3節で見たように、各企業・各家計の主体的均衡に基づいて一意的に定まる個々の財サービスの需給量、労働の需給量、債券ストックの需給額が、完全競争市場のみならず“見えざる手”不在の不完全競争状況下にある市場を含む各市場で全体としてそれぞれどのようにして過不足なく完全にクリアされるであろうか。

a 債券市場

各家計における実質債券の受取りと支払いは符号が逆で絶対値が等しくなるから、債券ストックの純供給がゼロと仮定すれば、債券市場は完全競争を仮定しているので、均衡では

$$(41) \quad \int_0^1 \left(\frac{B_t(i)}{P_t} \right) di = 0, \quad \forall t \in \{0,1,2,\dots\}$$

となる。

b 財サービス市場

財サービス市場全体の均衡条件は、企業の財サービス供給 = 家計の財サービス需要 + 投資需要 + 政府財政支出として、

$$(42) \quad Y_t = C_t + I_t + Z_t + G_t \\ \forall t \in \{0,1,2,\dots\}$$

の式で求まる。

c 労働市場

労働市場全体の労働需要を $\int_0^1 N_t(j) dj = N_t$ (人) とし、他方、労働市場全体の勞

$$\text{働供給を } \left[\int_0^1 H_t(i)^{\frac{1}{1+\mu}} di \right]^{1+\mu} = H_t \text{ (時間) (ただし、} \mu(>0) \text{ は労働の賃金代替弾力性)}$$

とする。さらに労働1人当たり平均労働時間数 h が1に正規化されているとすれば、労働人口は1であることから、 t 期における市場全体での労働需給均衡は、

$$(43) \quad N_t = H_t \leq 1$$

$$\forall t \in \{0, 1, 2, \dots\}$$

となる。また、 t 期の期首における失業者数 U_{t_0} は $U_{t_0} = 1 - N_t$ で表せるが、 t 期間中に δN_t 人が離職していくゆえ、 t 期の失業者数としては

$$(44) \quad U_t = 1 - (1 - \delta)N_t$$

で表せる。

IV 対数線形化とカリブレーション

一般に、補論で見るとく、全ての経済変数の定常状態 = 動学的均衡解からの近傍乖離の変化率は対数線形式で近似することができる。それゆえ、前章で展開した理論モデルに対し、本章において、マクロ経済における定常状態からの近傍乖離に関する対数線形近似式を $\forall t \in \{1, 2, \dots\}$ に対して考える。以下で、 $\hat{\cdot}$ 付き変数は定常状態からの対数線形乖離を表す。ただし、金利 r と資本レント r^k に関しては単に定常状態からの線形乖離を表す。また、すべての家計・企業は同形的ゆえ、 i, j について $[0, 1]$ 区間で積分した変数の集計量を用いる。さらにその上で、それら定常状態からの近傍乖離に関する対数線形近似式をもとにカリブレーション分析をおこない、現実の主要マクロ経済変数の動学過程を理論モデルで“複製”してみる。

1 経済主体

a 消費オイラー方程式

先の (7) 式・(8) 式に基づき、消費オイラー方程式に関する定常状態からの近傍乖離の対数線形近似式は、

$$(Eq01) \quad \hat{c}_t = \frac{\eta}{1+\eta} \hat{c}_{t-1} + \frac{1}{1+\eta} E_t \hat{c}_{t+1} - \frac{1-\eta}{(1+\eta)\rho} (\hat{r}_t - E_t \hat{\pi}_{t+1})$$

で表現される。ただし、 $\Pi_{t+1} \equiv \frac{P_{t+1}}{P_t}$ である。

b 投資オイラー方程式

引き続き (10a) 式において、投資に対する定常状態からの微小乖離の影

響を考えるために、両辺を $\frac{I_t}{I_{t-1}}, \frac{I_{t+1}}{I_t}$ でそれぞれ微分し、さらに定常状態では $A'(1)=0, \beta(\bar{r}^K + (1-\delta_k))=1$ であることに留意すれば、(11a) 式と併せて、

$$(Eq02) \quad \hat{i}_t = \frac{1}{1+\beta} \hat{i}_{t-1} + \frac{\beta}{1+\beta} E_t \hat{i}_{t+1} + \frac{\varphi}{(1+\beta)} \hat{Q}_t$$

$$\hat{Q}_t = -(\hat{r}_t - E_t \hat{\pi}_{t+1}) + \frac{1-\delta_k}{1-\delta_k + \bar{r}^K} E_t \hat{Q}_{t+1} + \frac{\bar{r}^K}{1-\delta_k + \bar{r}^K} E_t \hat{r}_{t+1}^K$$

ただし、 $\varphi \equiv \frac{1}{A''(1)}$

なる実質投資需要式が導かれる。ここで (8) 式より得られるところの

$$\frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} = \frac{1}{\beta(1+r_t)} E_t [\Pi_{t+1}]$$

なる関係式を用いた。

c 資本ストック遷移式

$$(Eq03) \quad \hat{k}_t = (1-\delta_k) \hat{k}_{t-1} + \delta_k \hat{i}_{t-1}$$

先の資本ストック遷移式 (2) 式において、定常状態では $K_t = K_{t-1} = \bar{K}$ 且つ $A'(1)=0$ であったから、 $\delta_k = \frac{\bar{I}}{\bar{K}}$ となる。したがって、上述式において、 δ_k は実質資本ストックの損耗率を表すとともに定常状態での実質投資の実質資本ストックに対する比率を表している。

d 費用最小化式

中間財サービスを生産する企業の主体的均衡条件式 (20) 式より、費用最小化式に関して

$$(Eq04) \quad \hat{n}_t = -\hat{w}_t + \hat{r}_t^K + \hat{k}_{t-1}$$

が求められる。

e 生産関数式

中間財サービスを生産する企業の生産関数式 (17) 式より

$$(Eq05) \quad \hat{y}_t = \phi(1-b) \hat{k}_{t-1} + \phi b \hat{n}_t$$

が求められる。ただし ϕ は実質生産量に占める固定費用 Ψ の割合に 1 を加えたものである。

f 価格設定式 (ニュー・ケインジアン・フィリップス曲線式)

先の (25) 式における $\frac{P_t(j)}{P_t} = (1+\xi) E_t \sum_{s=0}^{\infty} f_{t+s} M C_{t+s}$ に対し $\beta \omega_p$ を乗じて 1 期繰り上げ、さらにそれを元の (25) 式から減ずれば、インフレ率に対する定常状態からの近傍乖離は、

$$(Eq06) \quad \hat{\pi}_t = \frac{\gamma}{1+\beta\gamma} \hat{\pi}_{t-1} + \frac{\beta}{1+\beta\gamma} E_t \hat{\pi}_{t+1} + \frac{(1-\beta\omega_p)(1-\omega_p)}{(1+\beta\gamma)\omega_p} \left[(1-b)\hat{c}_t^K + b\hat{w}_t + \varepsilon_t^\pi \right]$$

によって近似される。ただし ε^π はインフレーションショックである。

g 限界生産力・限界代替率・限界効用式

労働の限界生産力ならびに家計の限界代替率・限界効用式に対する定常状態からの対数線形乖離に関しては、中間財サービスを生産する企業の生産関数式 (17) 式ならびに家計の効用関数式 (1) 式より、(7) 式と併せて

$$(Eq07) \quad \begin{aligned} m\hat{p}l_t &= (b-1)\hat{n}_t \\ m\hat{r}s_t &= v\hat{h}_t - \hat{\lambda}_t \\ \hat{\lambda}_t &= -\frac{\rho}{1-\eta} (\hat{c}_t - \eta\hat{c}_{t-1}) \end{aligned}$$

なる近似式が求まる。

2 市場・政策

a 雇用遷移式

先の雇用遷移式 (27) 式において、定常状態では $N_t = N_{t-1} = \bar{N}$ であったから $\delta_n = \frac{\bar{M}}{\bar{N}}$ となり、したがって

$$(Eq08) \quad \hat{n}_t = (1-\delta_n)\hat{n}_{t-1} + \delta_n\hat{m}_t$$

を得る。

b マッチング関数

企業の求人と家計の求職に関するマッチング関数の対数線形近似式に関しては、

(26) 式より

$$(Eq09) \quad \hat{m}_t = a\hat{u}_t + (1-a)\hat{v}_t$$

となる。

c 雇用確率

企業の求人数に対する新規雇用確率 L_t 、失業者に対する新規雇用確率 S_t 、ならびに労働市場の逼迫度 θ_t の定常状態からの近傍乖離の近似式に関しては、それぞれの定義式より

$$(Eq10) \quad \begin{aligned} \hat{l}_t &= \hat{m}_t - \hat{v}_t \\ \hat{s}_t &= \hat{m}_t - \hat{u}_t \\ \hat{\theta}_t &= \hat{v}_t - \hat{u}_t \end{aligned}$$

なる対数線形式が求まる。

d 賃金決定式

労使間のナッシュ交渉プロセスより決まる実質賃金 w_t に関しては、(32) 式より

$$(Eq11) \quad \hat{w}_t = \varphi_1 m \hat{s}_t + \varphi_2 (\hat{\theta}_t - \hat{h}_t - \hat{\lambda}_t) + \varphi_3 (-\hat{h}_t) + \varepsilon_t^w$$

なる対数線形式を得る。ただし、ここで $\varphi_1 \equiv \frac{1-\zeta}{(1+\nu)\bar{w}} + \frac{\zeta}{b\bar{w}}$, $\varphi_2 \equiv \frac{k\zeta\bar{\theta}}{\bar{w}\lambda\bar{h}}$, $\varphi_3 \equiv \frac{(1-\zeta)\bar{z}}{\bar{w}\bar{h}}$

である。また、 ε_t^w は賃金ショックである。

e 労働時間決定式

同じく労使間のナッシュ交渉プロセスより決まる労働時間に関しては、(35) 式より

$$(Eq12) \quad \hat{p}_{w_t} + m\hat{p}l_t = m\hat{s}_t$$

が導ける。

f 雇用決定式

企業の最適雇用決定式に関しては、新規雇用確率 L_t に関しての1階の定差方程式 (38) 式を用いて、

$$(Eq13) \quad \hat{l}_t = -\beta(1-\delta_n)\left(\frac{\bar{\lambda}\bar{l}}{k}\right)\{\bar{P}_w m \bar{p}l(\hat{p}_{w,t+1} + m\hat{p}l_{t+1}) - \bar{w}\hat{w}_{t+1}\} \\ + \beta(1-\delta_n)\hat{l}_{t+1} - \{1-\beta(1-\delta_n)\}\hat{\lambda}_{t+1} + \varepsilon_t^l$$

を得る²²⁾。ただし ε_t^l は雇用ショックである。

g 失業発生式

失業率としては、(44) 式より以下の対数線形近似式が求まる。

$$(Eq14) \quad \hat{u}_t = -\frac{\bar{n}}{\bar{u}}(1-\delta_n)\hat{n}_t$$

h 労働需給均衡式

労働市場全体の需給均衡式としては、(43) 式より

$$(Eq15) \quad \hat{n}_t = \hat{h}_t$$

が求まる。

i 財サービス市場

最終財サービス市場全体の需給均衡に関しては、定常状態からの近傍乖離式として (42) 式より

$$(Eq16) \quad \hat{y}_t = (1-\delta_k k_y - g_y)\hat{c}_t + \delta_k k_y \hat{l}_t + g_y \hat{g}_t^z$$

が得られる。ただし、 $k_y \equiv \frac{\bar{k}}{\bar{y}}$ ならび $g_y \equiv \frac{\bar{g}^z}{\bar{y}}$ (i.e. $g_t^z = G_t + Z$) である。したがって、

$\delta_k k_y \equiv \frac{\bar{i}}{\bar{y}}$ となることが見て取れる。

j 金融政策ルール式

金利の定常状態からの偏倚に関しては、通貨当局によるテイラー・ルール型政策反応関数 (40) 式より、名目利子率を政策変数としたところの

$$(Eq17) \quad \hat{r}_t = \psi_1 \hat{r}_{t-1} + (1 - \psi_1)(\psi_2(\hat{\pi}_t - \pi^0) + \psi_3 \hat{Y}_t) + \varepsilon_t^r$$

なる金融政策ルール式が求められる。ただし ε_t^r は金利ショックである。

3 カリブレーション

a 構造パラメータ

(Eq01) 式～ (Eq17) の方程式体系における構造パラメータを以下のように設定する²³⁾。

第1表 構造パラメータ

| パラメータ | 値 | 説明 |
|-------------------|--------------------------|--------------------------------------|
| β | 0.99 | 時間的割引率 |
| η | 0.79 | 消費習慣係数 |
| ρ | 1.92 | 異時点間の消費代替弾力性の逆数 (i.e. 相対的危険回避度係数) |
| φ | 0.041 | 投資費用調整関数の第二次微係数の逆数 (=1/A'(1)) |
| δ_k | 0.025 | 資本ストック損耗率 |
| \bar{r}^K | $1/\beta - 1 + \delta_k$ | 資本レント (定常状態) |
| γ | 0.58 | 価格インデクセーション転嫁率 |
| ω_p | 0.80 | 価格据え置き確率 |
| b | 0.70 | 労働分配率 |
| v | 2.08 | 労働供給の代替弾力性 |
| δ_n | 0.08 | 離職率 |
| a | 0.55 | マッチング関数の失業率ウエイト |
| \bar{n}/\bar{u} | 3.03 | 雇用・失業比率 (定常状態) |
| k_y | 2.20 | 資本ストックの対GDP比率 |
| g_y | 0.20 | 政府支出の対GDP比率 |
| ϕ | 1.59 | 固定費用 Ψ の対GDP比率 + 1 |
| φ_1 | 0.30 | 労働・消費限界代替率に対する賃金反応係数 |
| φ_2 | 0.50 | 探索活動コストに対する賃金反応係数 |
| φ_3 | 0.20 | 失業給付金に対する賃金反応係数 |
| ψ_1 | 0.68 | 1期前の金利に対する政策反応係数 |
| ψ_2 | 1.62 | インフレ率目標値との乖離に対する政策反応係数 |
| ψ_3 | 0.097 | GDPギャップに対する政策反応係数 |
| π^0 | 0.00 | インフレ率目標値 |
| σ_w | 0.25 | 実質賃金率ショックの標準偏差 |
| σ_L | 0.20 | 雇用量ショックの標準偏差 |
| σ_π | 0.33 | インフレ率ショックの標準偏差 |
| σ_r | 0.015 | 名目金利ショックの標準偏差 |

b インパルス応答

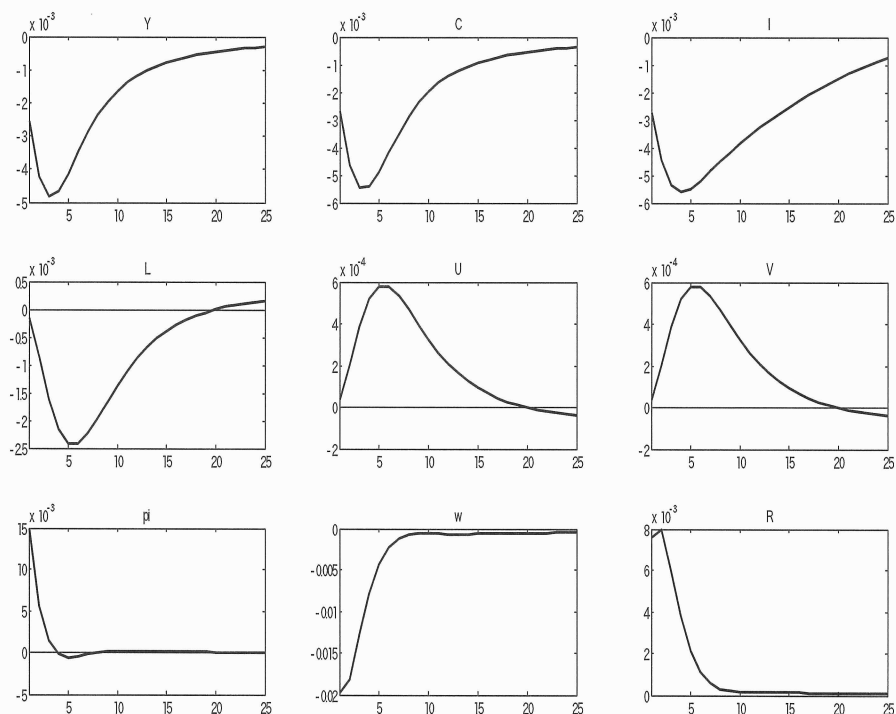
当該線形定差方程式体系ではすべての非先決変数ないしはジャンプ変数の固有値が1を超えていることから Branchard=Kahnの条件を満たすゆえ、シムズの解法²⁴⁾を適

用して上述した線形合理的予想方程式体系を解くことができる。その結果、ここに構造ショックによる各マクロ経済変数の定常状態からのインパルス応答を求めることが可能となる。

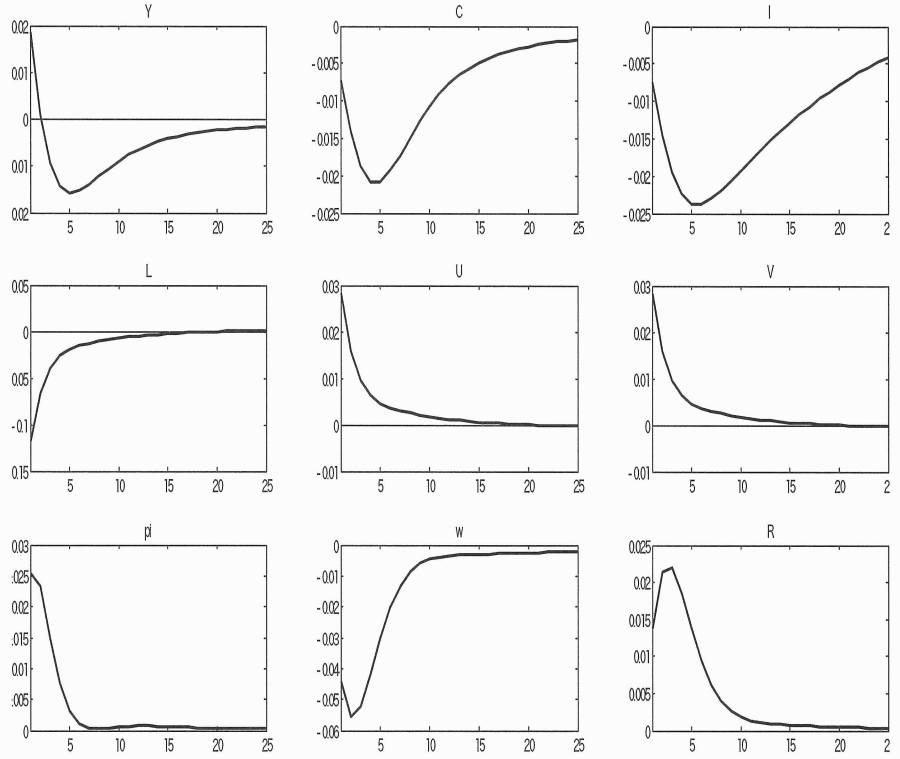
かくして、インフレ率、賃金率、雇用量、金利の各構造ショックに関して1分散だけ増加（もしくは減少）した際の各経済変数とのインパルス応答を求めると、第1図～第4図のごとくとなる²⁵⁾。ただし、各記号はそれぞれ以下内容を示す。

- Y : 実質GDP
- C : 実質消費需要
- I : 実質投資需要
- L : 雇用者数
- U : 失業者数
- V : 企業求人数
- pi : インフレ率
- W : 実質賃金率
- R : 名目利子率

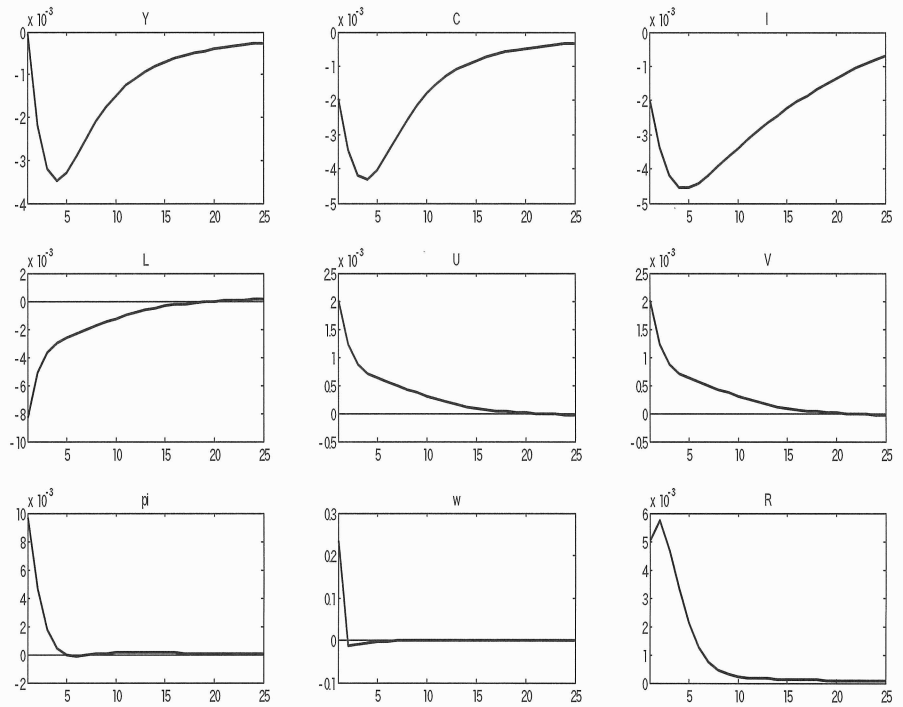
第1図 インフレ・ショックのインパルス応答



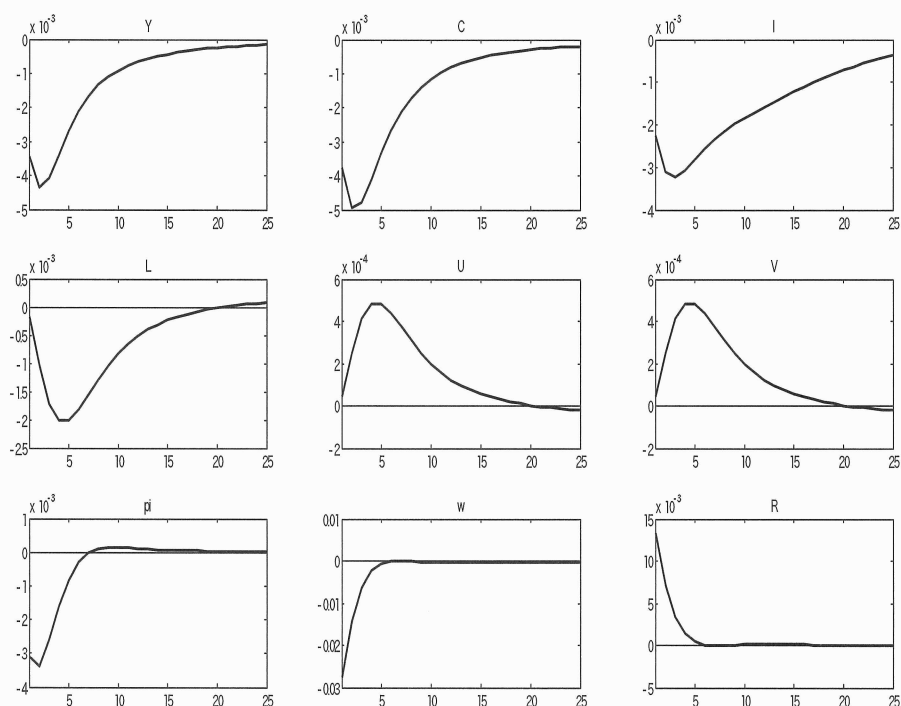
第2図 雇用量ショックのインパルス応答



第3図 賃金ショックのインパルス応答



第4図 金利ショックのインパルス応答



c 評価

これらカリブレーション分析の結果から、本理論モデルにおける主要マクロ経済変数の定常状態からの乖離に対する動学過程に関して以下の点を指摘することができる。

- [1] インフレ率が昂進すると、名目金利は上昇し、実質消費需要ならびに実質投資需要は減少する。したがって実質国内総生産も低下する。また、企業の雇用量は減少し、失業率は高まる。併せて実質賃金率も引き下げられる。
- [2] 企業の雇用が削減されると、失業率は上昇し、実質賃金率は引き下げられる。他方、インフレ率は昂進し、名目利率は上昇する。同時に、実質消費需要ならびに実質投資需要は減少し、したがって実質国内総生産も低下する。
- [3] 実質賃金率が引き上げられると、企業の雇用は差し控えられ、失業率は高まる。物価も上昇する。同時に、実質消費需要ならびに実質投資需要は減少し、したがって実質国内総生産も低下する。
- [4] 通貨当局により名目金利が引き上げられると、インフレ率は低下し、政策目標は達成され得るが、他方で実質利率は高騰する。したがって、実質消費需要ならびに実質投資需要は減少し、それゆえ、実質国内総生産も低下する。かくして、企業の雇用は差し控えられ、失業率は高まる。実質賃金率も引き下げられる。

以上の理論式に対するカリブレーション結果から導かれた諸点は、われわれの経験に照らして現実の経済の動きに良く合致したものと言える。

V 結び

本稿において、ミクロ的基礎を有する動学的一般均衡モデルの枠組みで不完全雇用問題とそれに対する経済政策の問題を分析した。すなわち、標準的な動学的一般均衡モデルである Erceg=Henderson=Levin モデルないしは Smets=Wouters モデルの体系に、①労働市場は不完全情報市場であり、したがって労働需給は Mortensen=Pissarides タイプのマッチング型サーチ・モデルで調整されること、および、②労使間の賃金率ならびに労働時間に関する交渉ではナッシュ交渉プロセスで決定されること、の要素を新たに組み込んだ。そして、これら理論式を基に、定常状態からの近傍乖離に関する対数線形近似式を導き、カリブレーション分析を行うことによって、構造ショックに対する主要マクロ経済変数の動学過程を理論モデルで“複製”した。その結果、以下のような諸点が導かれた。

[1] インフレ率が昂進すると、名目金利は上昇し、実質消費需要ならびに実質投資需要は減少する。したがって実質国内総生産も低下する。また、企業の雇用量は減少し、失業率は高まる。併せて実質賃金率も引き下げられる。

[2] 企業の雇用が削減されると、失業率は上昇し、実質賃金率は引き下げられる。他方、インフレ率は昂進し、名目利子率は上昇する。同時に、実質消費需要ならびに実質投資需要は減少し、したがって実質国内総生産も低下する。

[3] 実質賃金率が引き上げられると、企業の雇用は差し控えられ、失業率は高まる。物価も上昇する。同時に、実質消費需要ならびに実質投資需要は減少し、したがって実質国内総生産も低下する。

[4] 通貨当局により名目金利が引き上げられると、インフレ率は低下し、政策目標は達成され得るが、他方で実質利子率は高騰する。したがって、実質消費需要ならびに実質投資需要は減少し、それゆえ、実質国内総生産も低下する。かくして、企業の雇用は差し控えられ、失業率は高まる。実質賃金率も引き下げられる。

(2012年6月最終稿、2012年12月受理)

補論1 対数線形化の方法²⁶⁾

まず変数 X の定常状態を \bar{X} とし、 $\hat{x} = \ln X - \ln \bar{X}$ と置けば、

$$\exp(\hat{x}) = \frac{X}{\bar{X}} \quad (\Leftrightarrow X = \bar{X} \exp(\hat{x}))$$

となる。ここで指数関数のテイラー展開による一次までの項を用いることにより

$$\frac{X}{\bar{X}} = \exp(\hat{x}) \approx 1 + \hat{x}$$

であるから、これより

$$\frac{X - \bar{X}}{\bar{X}} \approx \hat{x} (= \ln X - \ln \bar{X})$$

と近似できる。したがって、全ての経済変数 X の定常状態 (= 動学的均衡解) \bar{X} からの近傍乖離の変化率は、対数線形式で近似し得ることになる。

さらに積の関係式 $Z_t = X_t Y_t$ & $\bar{Z} = \bar{X} \bar{Y}$ に対しては、

$$\hat{z}_t = \ln Z_t - \ln \bar{Z} = (\ln X_t + \ln Y_t) - (\ln \bar{X} + \ln \bar{Y}) = (\ln X_t - \ln \bar{X}) + (\ln Y_t - \ln \bar{Y}) = \hat{x}_t + \hat{y}_t$$

によって求められる。また、和の関係式 $Z_t = X_t + Y_t$ & $\bar{Z} = \bar{X} + \bar{Y}$ に対しては、

$$\bar{Z} \exp(\hat{z}_t) = \bar{X} \exp(\hat{x}_t) + \bar{Y} \exp(\hat{y}_t) \approx \bar{Z}(1 + \hat{z}_t) = \bar{X}(1 + \hat{x}_t) + \bar{Y}(1 + \hat{y}_t)$$

より、 $\bar{Z} = \bar{X} + \bar{Y}$ を再び用いれば、

$$\bar{Z} \hat{z}_t = \bar{X} \hat{x}_t + \bar{Y} \hat{y}_t \quad (\Leftrightarrow \hat{z}_t = (1 - \frac{\bar{Y}}{\bar{Z}}) \hat{x}_t + \frac{\bar{Y}}{\bar{Z}} \hat{y}_t)$$

によって求められる。

補論2 線形合理的予想モデルの解法

合理的予想モデルの線形式に対し、それを解く方法として今日では Blanchard/Kahn (1980), King/Watson (1998), Uhlig (1999), Sims (2000) などが利用可能である。ここでは先決変数と非先決変数ないしはジャンプ変数とを区別しない Sims のアルゴリズムを概観する²⁷⁾。

1 解法アルゴリズム

まず線形合理的予想式を以下のような形で定義する。

$$(1) \quad \Gamma_0 y_t = \Gamma_1 y_{t-1} + C + \Psi z_t + \Pi \eta_t \quad t \in \{1, 2, \dots, T\}, \quad y_{t-1}: \text{given}$$

ただし y_t : $n \times 1$ の内生状態変数ベクトル

C : $n \times 1$ の定数ベクトル

z_t : $m \times 1$ の外生変数ベクトル、 $z_t \sim i.i.d.(0, \Sigma)$

η_t : $r \times 1$ の誤差項ベクトル、 $E_t[\eta_{t+1}] = 0$

Γ_0 : $n \times n$ 行列

Γ_1 : $n \times n$ 行列

Ψ : $n \times m$ 行列

Π : $n \times r$ 行列

ここで Γ_0 を非特異とすれば²⁸⁾、(1) 式は

$$(2) \quad y_t = \Gamma_0^{-1} \Gamma_1 y_{t-1} + \Gamma_0^{-1} (C + \Psi z_t + \Pi \eta_t)$$

となる。さらに $\Gamma_0^{-1} \Gamma_1 \equiv A$ と置けば、(2) 式は

$$(3) \quad y_t = Ay_{t-1} + \Gamma_0^{-1}(C + \Psi z_t + \Pi \eta_t)$$

と書けるが、この行列 A のすべての固有値ベクトルが線形独立であると仮定することにより、 Λ を A の固有値 λ_i を対角要素にもつ対角行列とすれば、固有値分解 $A = P\Lambda P^{-1}$ を得る。したがって、 $w_t \equiv P^{-1}y_t$ と置くことにより

$$(4) \quad w_t = \Lambda w_{t-1} + Q(C + \Psi z_t + \Pi \eta_t)$$

ただし $Q \equiv P^{-1}\Gamma_0^{-1}$

が求まる。ここで対角行列 Λ を各固有値 λ_i の絶対値の大小に応じて、

$$(5) \quad \Lambda = \begin{bmatrix} \Lambda_s & 0 \\ 0 & \Lambda_e \end{bmatrix}$$

$|\lambda_i| < 1, \quad \forall i \in \{s\}$
 $|\lambda_i| > 1, \quad \forall i \in \{e\}$

と並び替える。すると、上述 (4) 式は、

$$(6) \quad \begin{bmatrix} w_{1t} \\ w_{2t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Lambda_s & 0 \\ 0 & \Lambda_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_{1,t-1} \\ w_{2,t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix} (C + \Psi z_t + \Pi \eta_t)$$

と書き換えられる。この式で上段ブロックは安定的であり、他方、下段ブロックは発散することが見て取れる。この発散する下段ブロックを1期繰り上げて左辺と右辺とを入れ替えると、

$$(7) \quad w_{2t} = \Lambda_e^{-1} w_{2,t+1} - \Lambda_e^{-1} Q_2 (C + \Psi z_{t+1} + \Pi \eta_{t+1})$$

となるから、これを繰り返し計算によって前向きに解くと

$$(8) \quad w_{2t} = \lim_{T \rightarrow \infty} \Lambda_e^{-T} w_{2,t+T} - \sum_{s=1}^{\infty} \Lambda_e^{-s} Q_2 (C + \Psi z_{t+s} + \Pi \eta_{t+s})$$

を得る。さらにこの式の t 期における期待値をとると、

$$(9) \quad w_{2t} = \lim_{T \rightarrow \infty} \Lambda_e^{-T} E_t[w_{2,t+T}] - \sum_{s=1}^{\infty} \Lambda_e^{-s} Q_2 E_t[C + \Psi z_{t+s} + \Pi \eta_{t+s}]$$

となる。定常状態では期待値 $E_t[w_{2,t+T}]$ は有界であり、且つ Λ_e における全対角要素の絶対値は1より大きいから $\Lambda_e^{-T} \rightarrow 0$ ($T \rightarrow \infty$) となり、したがって、 $\lim_{T \rightarrow \infty} \Lambda_e^{-T} E_t[w_{2,t+T}] = 0$ となる。加えて仮定より $E_t[z_{t+s}] = E_t[\eta_{t+s}] = 0$ ($s \geq 1$) であるから、

$$(10) \quad w_{2t} = - \sum_{s=1}^{\infty} \Lambda_e^{-s} Q_2 C = [I - \Lambda_e]^{-1} Q_2 C$$

が求まる。

つぎに安定的な上段ブロックの w_{1t} を解くためには、誤差項 η_t を削除する必要がある。そこで上述 (8) 式・(9) 式より、

$$(11) \quad \sum_{s=1}^{\infty} \Lambda_e^{-s} Q_2 (C + \Psi z_{t+s} + \Pi \eta_{t+s}) = \sum_{s=1}^{\infty} \Lambda_e^{-s} Q_2 E_t[C + \Psi z_{t+s} + \Pi \eta_{t+s}]$$

となるが、ここで C の項を除去し、あわせて $E_t[z_{t+s}] = E_t[\eta_{t+s}] = 0$ ($s \geq 1$) であることを再び用いれば、

$$(12) \quad \sum_{s=1}^{\infty} \Lambda_e^{-s} Q_2 (\Psi z_{t+s} + \Pi \eta_{t+s}) = 0$$

が得られる。すなわち、 $t+1$ 期以降のショックはすべて除去し得ることができる。かくして、当該体系を1期拡張すれば、 $\Lambda_e^{-s} = I$ ($s=0$)であることを考慮することにより、 t 期においても、

$$(13) \quad Q_2 (\Psi z_t + \Pi \eta_t) = 0$$

が求まる。さらに行列 $Q_2 \Pi$ が非特異であれば、(13) 式は

$$(14) \quad \eta_t = -(Q_2 \Pi)^{-1} Q_2 \Psi z_t$$

のごとく表わされ、誤差項 η_t を z_t によって表現することができる。したがって、 w_t は、

$$(15) \quad \begin{aligned} w_t &= \Lambda_s w_{t-1} + Q_1 (C + \Psi z_t + \Pi \eta_t) \\ &= \Lambda_s w_{t-1} + Q_1 C + Q_1 \{ \Psi - \Pi (Q_2 \Pi)^{-1} Q_2 \Psi \} z_t \end{aligned}$$

と書ける。以上をまとめると、 $y_t = P w_t$ であったから、最終的に線形合理的予想モデルの解として、

$$(16) \quad y_t = P \begin{bmatrix} \Lambda_s & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} P^{-1} y_{t-1} + P \begin{bmatrix} Q_1 \\ [I - \Lambda_e]^{-1} Q_2 \end{bmatrix} C + P \begin{bmatrix} Q_1 \{ \Psi - \Pi (Q_2 \Pi)^{-1} Q_2 \Psi \} \\ 0 \end{bmatrix} z_t$$

が導ける。すなわち、(16) 式において、初期条件 y_0 と外生変数の系列 $\{z_t\}_{t=1}^T$ が与えられると、発散解を排除した内生変数の経路 $\{y_t\}_{t=1}^T$ が生成できる。

2 合理的予想解の存在と一意性

先の (13) 式は

$$(17) \quad Q_2 \Pi \eta_t = -Q_2 \Psi z_t$$

と書ける。これは合理的予想誤差が必ず外生変数ショックによって説明されることを意味する。したがって、(17) 式は、体系の合理的予想解が存在するための条件と言える。ただし、この (17) 式が成立しても、(6) 式において上段ブロックにはいぜんとして η_t に依存する項が残っている。したがって、もし

$$(18) \quad Q_1 \Pi = \Phi Q_2 \Pi$$

が成り立つような行列 Φ が存在すれば、(6) 式上段ブロックにおいて η_t を z_t で置き換えることができるから、 η_t を完全に (6) 式より控除することが可能となり、ここに解は一意的に定まる。

注

- 1) Keynes (1936) p.383.
- 2) ibid.
- 3) ibid. p.5.

- 4) *ibid.* p.15.
- 5) Christiano/Eichenbaum/Evans (2005), Erceg/Henderson/Levin (1999), Iiboshi/ Nishiyama/Watanabe (2006), Smets/ Wouters (2003), Walsh (2003).
- 6) 例えば、「失業 D S G E モデル」に関する主要な文献としては、Blanchard/Gali (2007) (2008), Christoffel/Linzert (2005), Faia (2006), Gali (2008a) (2008b) (2010) (2011), ditto/Smets/Wouters (2011), Gelain/Guerrazzi (2010), Gertler/Trigari (2006), ditto/Sala/Trigari (2008), Ichiue/Kurozumi/Sunakawa (2008), Krause/Lubik (2007), Trigari (2004a) (2004b) (2006), Walsh (2005) などがある。
- 7) Keynes (1936) pp.13-15.
- 8) Mortensen/Pissarides (1994) (1999a) (1999b).
- 9) 本章で展開した理論モデルの構築にあたっては、Smets/Wouters (2003) ならびに Trigari (2004b) (2006) に依拠した。
- 10) Woodford (2003) Chap.5.
- 11) 賃金率は、後述する家計・企業間のナッシュ交渉プロセスで決定される。したがって、家計は最適消費計画としてここでは賃金率=ナッシュ交渉解を前提に期待効用の最大化をはかる。
- 12) Kuhn/Tucker (1951).
- 13) 岡田 (2012)。ただし、最大化のための1階の必要条件として、(7) ~ (12) 式にさらにラグランジュ乗数が非負で且つ制約条件式との積がゼロであることが付加される。
- 14) 岡田 (2012)。
- 15) 1階の必要条件は、(19) 式に加えて、さらに

$$\lambda_t(j) \geq 0$$

$$\lambda_t(j) \{Y_t(j) - A_t K_t^\alpha(j) L_t^{1-\alpha}(j) + \Psi\} = 0$$
 が付加される。
- 16) Calvo (1983).
- 17) Woodford (2003) Chap.3.
- 18) 岡田 (2012)。
- 19) Mortensen/Pissarides (1994) (1999a) (1999b).
- 20) ただし各家計ならびに各企業はすべて同質的と仮定しているため、ここで同質条件を課せば添え字 i ならびに j が落とせる。
- 21) (30) 式の $\Theta_{t+1}^E - \Theta_{t+1}^U = \frac{\zeta}{1-\zeta} \Theta_{t+1}^J$ 、ならびに (37) 式の $\Theta_{t+1}^J = \frac{k/\lambda_t g(\theta_t)}{E_t[\beta_{t+1}(1-\delta)]}$ なる関係を用いれば、(31) 式における $t+1$ 期のすべての項目は $\zeta \theta_t \frac{k}{\lambda_t}$ という t

期の単一変数に帰着できる。なお、ここで分析対象を労働のみに限定し、したがってもうひとつの生産要素である資本ストックを所与 (i.e. $K_t = \bar{K}$) としておく。

- 22) ただし当該方程式体系のカリブレーションでは、係数行列が特異 (singular) となって逆行列を計算することができなかった。したがって、計算の都合上、(Eq10) 式に替えて (Eq05) 式と併せ以下のような式を採用した。

$$(Eq10a) \quad \hat{l}_t = (1 - \delta_n) \hat{l}_{t-1} + \delta_n \gamma_n (-\hat{w}_t + \hat{r}_t^K + \hat{k}_{t-1}) + \varepsilon_t^l \quad (\text{ただし } \gamma_n = 0.7)$$

すなわち、企業の生産要素を労働と資本ストックとしたとき、(Eq10) 式では雇用は資本ストックを一定として労働の限界利潤によって決まると考える。他方、(Eq10a) 式では、資本ストックの変動も考慮して限界利潤を考えている。したがって、上述 (Eq10a) 式では限界利潤に労働分配率 (i.e. $b = 0.7$) を乗じた値をもって雇用が決定されるとしている。

- 23) 構造パラメータの設定に関しては、多くの先行業績に倣った。
 24) 補論参照。
 25) 本カリブレーションでは、MATLAB ソフトの上で、DYNARE-Version4.1.3 を動かして計算した。カリブレーション計算のための DYNARE コードに関しては、岡田 (2012) 参照。また DYNARE の詳細に関しては、Mancini Griffoli, T. (2007), "DYNARE User Guide," <http://www.cepremap.cnrs.fr/> を参照。
 26) Uhlig (2003).
 27) 本補論は Yakhin (2007) の解説を参照した。厳密な数学的論証に関しては Sims (2000) を参照。
 28) Γ_0 ならびに Γ_1 は singular であってもかまわないが、その場合はユニタリー行列による QZ 分解を用いる。すなわち、Q と Z をユニタリー行列とし (i.e. $Q'Q = Z'Z = I$ を満たす実数行列ないしは複素数行列)、

$$Q' \Lambda Z' = \Gamma_0$$

$$Q' \Omega Z' = \Gamma_1$$

と Γ_0, Γ_1 を分解する。ただし Ω, Λ は上三角行列で実数・複素数行列である (Sims (2000) pp.9-13)。

参考文献

- 岡田義昭 (2012) 「雇用、賃金、インフレーション：テクニカル・ノート」 *mimeo*
 Blanchard, O.J. and C.M. Kahn (1980), "The Solution of Linear Difference Models under Rational Expectations," *Econometrica* Vol.48, p.p. 1305-1311
 _____ and J. Gali (2007), "Real Wage Rigidities and the New Keynesian Model," *Journal of Money, Credit and Banking*, Vol.39, pp.35-65

- _____ and _____ (2008), "Labor Markets and Monetary Policy: A New-Keynesian Model with Unemployment," *Working Paper* 13897, National Bureau of Economic Research
- Calvo, G.A. (1983), "Staggered Prices in a Utility-Maximizing Framework," *Journal of Monetary Economics*, Vol.12, pp.383-398
- Christiano, L.J., M. Eichenbaum, and C. Evans (2005), "Nominal Rigidities and the Dynamic Effects of a Shock to Monetary Policy," *Journal of Political Economy*, Vol.113, pp.1-45
- Christoffel, K. and T. Linzert (2005), "The Role of Real Wage Rigidities and Labor Market Frictions for Unemployment and Inflation Dynamics," *Working Paper Series* No.556, European Central Bank
- Erceg, C.J., D.W. Henderson, and A.T. Levin (1999), "Optimal Monetary Policy with Staggered Wage and Price Contracts," *International Finance Discussion Paper* 640, Board of Governors of the Federal Reserve System
- Faia, E. (2006), "Optimal Monetary Policy Rules with Labor Market Frictions," *Working Paper Series* No.698, European Central Bank
- Gali, J. (2008a), *Monetary Policy, Inflation, and the Business Cycle: An Introduction to the New Keynesian Framework*, Princeton University Press
- _____ (2008b), "The New Keynesian Approach to Monetary Policy Analysis: Lessons and New Directions," *Paper presented at the Center for Financial Study Symposium*, Frankfurt, October 4, 2007
- _____ (2010), "Monetary Policy and Unemployment," *Working Paper* 15871, National Bureau of Economic Research
- _____ (2011), *Unemployment Fluctuations and Stabilization Policies: A New Keynesian Perspective*, The MIT Press
- _____ and M. Gertler (2007), "Macroeconomic Modeling for Monetary Policy Evaluation," *Working Paper* 13542, National Bureau of Economic Research
- _____, F. Smets, and R. Wouters (2011), "Unemployment in an Estimated New Keynesian Model," *Working Paper* 17084, National Bureau of Economic Research
- Gelain, P. and M. Guerrazzi (2010), "A DSGE Model from the Old Keynesian Economics: An Empirical Investigation," *CDMA Working Paper Series* No.14, University of St. Andrews
- Gertler, M. and A. Trigari (2006), "Unemployment Fluctuations with Staggered Nash Wage Bargaining," *Working Paper* 12498, National Bureau of Economic Research

Economic Research

- ____ L. Sala and A. Trigari (2008), "An Estimated Monetary DSGE Model with Unemployment and Staggered Nominal Wage Bargaining," *Working Paper* No.341, Bocconi University
- Ichiue, H., T. Kurozumi, and T. Sunakawa (2008), "Inflation Dynamics and Labor Adjustments in Japan: A Bayesian DSGE Approach," *Working Paper Series* No.08-E-9, Bank of Japan
- Iiboshi, H., S. Nishiyama, and T. Watanabe (2006), "An Estimated Dynamic Stochastic General Equilibrium Model of the Japanese Economy: A Bayesian Analysis," *mimeo*
- Keynes, J.M. (1936), *The General Theory of Employment, Interest and Money*, Macmillan & Co., Ltd. (reprinted 1957)
- King, R.G. and M.W. Watson (1998), "The Solution of Singular Linear Difference Systems under Rational Expectations," *International Economic Review* Vol.39, p.p. 1015-1026
- Krause, M.U. and T.A. Lubik (2007), "The (Ir) relevance of Real Wage Rigidity in the New Keynesian Model with Search Frictions," *Journal of Monetary Economics* Vol.54, pp.706-727
- Kuhn, H.W. and A.W. Tucker (1951) "Nonlinear Programming," in *Proceedings of the Second Berkeley Symposium on Mathematical Studies and Probability*, University of California Press
- Mortensen, D.T. and C.A. Pissarides (1994), "Job Creation and Job Destruction in the Theory of Unemployment," *Review of Economic Studies* Vol.61, PP.397-416
- ____ and ____ (1999a), "Job Reallocation, Employment Fluctuations and unemployment," *Handbook of Macroeconomics*, Vol.1, edited by J.B. Taylor and m. Woodford, Chap.18, Elsevier Science
- ____ and ____ (1999b), "New Developments in Models of Search in the Labor Market," *Handbook of Labor Economics*, Vol.3, edited by O. Ashenfelter and D. Card, Chap.39, Elsevier Science
- Sims, C.A. (2000), "Solving Linear Rational Expectations Models," *mimeo*
- Smets, F. and R. Wouters (2003), "An Estimated Dynamic Stochastic General Equilibrium Model of the Euro Area," *Journal of the European Economic Association*, Vol.1, pp.1123-1175
- ____ and ____ (2006), "Model Appendix," *mimeo*

- Trigari, A. (2004a), "Equilibrium Unemployment, Job Flows and Inflation Dynamics," *Working Paper Series* No.304, European Central Bank
- _____ (2004b), "Labor Market Search, Wage Bargaining and Inflation Dynamics," *IGIER Working Paper* No.268, Bocconi University
- _____ (2006), "The Role of Search Frictions and Bargaining for Inflation Dynamics," *IGIER Working Paper* No.304, Bocconi University
- Uhlig, H. (1999), "A Toolkit for Analyzing Nonlinear Dynamic Stochastic Models Easily," *mimeo*
- _____ (2003), "Quantitative Macroeconomics and Numerical Methods," *mimeo*
- Walsh, C.E. (2003), *Monetary Theory and Policy*, Second ed., The MIT Press
- _____ (2005), "Labor Market Search, Sticky Prices, and Interest Rate Rules," *Review of Economic Dynamics*, Vol.8, pp.829-849
- Wickens, M. (2008), *Macroeconomic Theory: A Dynamic General Equilibrium Approach*, Princeton University Press
- Woodford, M. (2003), *Interest and Prices*, Princeton University Press
- Yakhin, Y. (2007), "Solving Linear Rational Expectations Model," *mimeo*

