■ 論　文

二国間開放マクロ経済モデルの統計的検証：マルコフ連鎖モンテカルロ法を中心として

岡田義昭

目　次

要　旨

経済のグローバル化が急速に進む今日，交易条件，為替レート，輸出入，金利平価，資本移動などの変数に関する動学経路 (law of motion) を，GDP，消費，物価，雇用，賃金など他の主要マクロ経済変数の動きと整合的に捉える必要性が一層深まった。そこで，本稿ではまず消費習慣仮説，カルボ型粘着価格設定仮説，インデクセーション・ルール，名目賃金改定の遅れ，輸入業者の最適化行動などを組み込んだ二国間開放経済動学的一般均衡モデルを構築し，ついでそれら理論的枠組みをもとに日本経済に関する統計的検証を加えた。推計法としては，マルコフ連鎖モンテカルロ法によるベイズ推定に依った。その結果，構造ショックによる定常状態からの乖離に対して説明力を有する推計式が得られた。

キーワード

二国間開放経済動学的一般均衡 (DSGE) モデル，新ケインジアン・フィリップス曲線 (NKPC) 式，ベイズ統計，マルコフ連鎖モンテカルロ法 (MCMC)，ギブス・サンプラー・アルゴリズム

Ⅰ　はじめに

近年，情報通信技術の革命的進歩により，各国金融資本市場の規制緩和や内外資本取引の自由化と相俟って，各国市場間の結合度は飛躍的に高まり，外国為替取引やデリバティブ取引は瞬時のうちに地球的規模で大量に行われるようになった。こうした通貨取引がグローバル化する状況下で，マクロ経済の動向を把握する理論体系は，GDP，家計消費支出，雇用，物価，賃金などの主要マクロ経済変数に加えて，交易条件，為替レート，経常収支，金利平価，資本移動などの国際経済変数を組み込み，その運行メカニズムを整合的に捉える必要性が一層深まった。

こうした要請に対し，当初マンデル＝フレミング・モデル（MFモデル）[1)]が，開放マクロ経済学ないしは国際マクロ経済学の伝統的な分析フレームワークとしての地位を占めた。しかしながら，1970年代に従来のマクロ経済学に対するいわゆる「ルーカス批判」[2)]が起こると，それら批判に耐え得る開放マクロ経済理論体系の構築が模索された。その結果，1990年代半ばに，オブズフェルドとロゴフが，個別経済主体の最適化行動に立脚した動学的（確率的）一般均衡 (DSGE) 理論を基底に据えたところの“二国間開放経済動学的一般均衡モデル”（ORモデル）を初めて提唱した[3)]。それ以降，同モデルを基本型として様々な方向へ発展させた「“新”オープンエコノミー・マクロ経済学 (NOEM)」が次第に広く活用されるようになり，今日ではMFモデルで追い切れなかった部分に新たな研究フロンティアの拡大が見られる[4)]。

そこで本稿では，まずORモデルに消費習慣仮説，カルボ型粘着価格設定仮説，ウッドフォード型インデクセーション・ルール，名目賃金改定の遅れ，輸入業者の最適化行動などを導入したところの二国間開放経済動学的一般均衡モデルを構築する。ついでそうした理論的枠組みをもとに線形合理的期待モデルに関するシムズの解法を用いて小規模な統計式体系を導き，さらにそれら体系により日本経済に関する計量分析を行う。推計法としては「マルコフ連鎖モンテカルロ法 (MCMC) によるベイズ推定法」[5)]を適用する。また，具体的な計算のアルゴリズムとしては，ギブス・サンプラー (Gibbs sampler)[6)]を用いる。推計期間は，ブレトン・ウッズ体制から変動相場制への移行を勘案して1973年第1四半期より2009年第3四半期（標本数:147サンプルズ）までとする。こうした一連の作業により，変動相場制への移行以降，グローバル化の進展する日本経済のマクロ動向を理論的・実証的に明らかにする。

Ⅱ　理論モデル

1　モデルの素描

我々の想定する二国間開放経済では，企業，家計，政府の3部門から構成されるものとする。

自国の各企業jは開区間 $(0,1) \subset R^1$に，また外国の各企業は同じく開区間 $(1,2) \subset R^1$に連続的に分布するものとする。さらに各企業はブランド力などにより差別化された1種類の財サービ

スzを生産し，自国ならびに外国に販売する。企業にはこうした生産企業のほかに国外からの財サービス輸入を扱う輸入業者も含まれる。

自国の各家計iは同様に開区間 $(0,1) \subset R^1$に，また外国の各家計iは同じく開区間 $(1,2) \subset R^1$に連続的に分布するものとする。各家計は労働を企業に提供して賃金を受け取るとともに企業から利益配分を配当として受け取り，さらに期をまたがる価値保蔵手段として保有する債券ストックの利子所得とともにそれら所得を対価に自国財サービスならびに輸入された外国財サービスを購入・消費する。

財サービス市場ならびに労働市場はともに独占的競争の状況下にあると仮定する。すなわち，多数の企業が生産活動を行い，企業の市場への参入・退出が自由であるという点では競争的であるが，他方において各企業は，“差別化”された財サービスを生産することによって独自の需要関数に直面し，したがって財サービス価格に決定力・支配力を有するという点では独占的である。また，それぞれの財サービスはある程度まで相互に代替的であり，価格の過度の引き上げは自社製品から他社製品に需要がシフトする可能性があるという意味では各独占的企業は「競争」関係にある。他方，多数の家計も労働市場への参入･退出が自由であるという点では競争的であるが，単純技能職，専門技術職，事務職，管理職など独自の職業能力に基づく異質的な差別化された労働力を企業に提供することによって個別労働需要関数に直面し，それゆえ，賃金率に決定力・支配力を有するという点では同じく独占的である。また，労働も財サービス同様ある程度まで相互に代替的であり，過度の賃金引上げ要求は競争的に他者へ雇用がシフトすることもあり得る。

国際的に取引される財サービスの決済には，満期が1期の自国通貨建ておよび外国通貨建て各債券が用いられる。さらに財サービスや債券の国際間取引には，自由に変動する名目為替レートが随伴する。

こうした開放経済の枠組みの下で，各家計は所得制約式と個別労働需要関数とを条件として将来に亘る効用を最大化し，また各企業はそれぞれの生産関数と自己の生産する財サービスの需要量とを制約条件として各期における利潤の最大化を図る。かくして，それら各部門の経済主体の主体的均衡によって一意的に定まった自国・外国の財サービス需給量，労働需給量，債券ストック需給額が，それぞれの市場でグローバルにクリアーされ市場均衡が達成される。

自国・外国の政府・中央銀行はまた，金利を主要政策変数として経済厚生の最大化（社会的厚生関数の最大化ないしは社会的損失関数の最小化）という政策目標を追求する。

以下，これら二国間開放経済動学的一般均衡モデルのスケッチをさらに厳密に定式化してみよう[7)]。

２　家計

a　選好

自国の各家計（$\forall\, i \in (0,1) \subset R^1$）は次のような消費習慣 (consumption habit persistence) 仮説[8] に従うところの同形的 (isomorphic) 効用関数を持つものとする。

(1)　$$U_t(i)=E_t\Big[\sum_{s=t}^{\infty}\beta^{s-t}u_s(i)\Big],\qquad \forall\, t\in\{1,2,\cdots\}$$

$$u_s(i)=\frac{\{C_s(i)-hC_{s-1}(i)\}^{1-\rho}}{1-\rho}-\frac{L_s(i)^{1+\nu}}{1+\nu}$$

ただし　β（$\in (0,1)$）：割引率

h（$\in [0,1)$）：消費習慣係数

ρ（>0），ν（>0）：定数

E［・］：期待値オペレータ

ここで自国家計 i の自国財サービス消費指標 $C_H(i)$ ならびに外国財サービス消費指標 $C_F(i)$ に対し，それぞれ次のような Dixit=Stiglitz 型集計指標で定義する。すなわち，$\forall i \in (0,1)$ に対し

(2)　$$C_{Ht}(i)=\left[\int_0^1 C_t(i,j)^{\frac{\theta-1}{\theta}}dj\right]^{\frac{\theta}{\theta-1}}$$

$$C_{Ft}(i)=\left[\int_1^2 C_t(i,j)^{\frac{\theta-1}{\theta}}dj\right]^{\frac{\theta}{\theta-1}}$$

$\forall t \in \{1,2,\cdots\}$

とする。ただし $C(i,j)$ は家計 i の財サービス j に対する消費指標を，また θ（>1）は自国・外国のそれぞれの財サービスにおける代替の弾力性を表す。ここで，経済の開放度 α（$\in (0,1)$）を全消費財サービスに占める輸入財サービスの比率で定義すれば，各家計の財サービス消費指標 C は，自国と外国間の財サービスにおける代替の弾力性を η（>1）として，

(3)　$$C_t(i)=\left[(1-\alpha)^{\frac{1}{\eta}}C_{Ht}(i)^{\frac{\eta-1}{\eta}}+\alpha^{\frac{1}{\eta}}C_{Ft}(i)^{\frac{\eta-1}{\eta}}\right]^{\frac{\eta}{\eta-1}}$$

で表される。さらにこれら (2) 式・(3) 式に対応した各価格指標は，

(4)　$$P_{Ht}=\left[\int_0^1 P_{Ht}(j)^{1-\theta}dj\right]^{\frac{1}{1-\theta}}$$

$$P_{Ft}=\left[\int_1^2 P_{Ft}(j)^{1-\theta}dj\right]^{\frac{1}{1-\theta}}$$

ならびに

(5) $$P_t = \left[(1-\alpha)P_{Ht}^{\ 1-\eta} + \alpha P_{Ft}^{\ 1-\eta}\right]^{\frac{1}{1-\eta}}$$

で表される。ただし，ここで P_H は自国通貨建て表示による自国財サービス価格指数を，P_F は自国通貨建て表示による外国財サービス価格指数を，P は自国の消費者物価指数をそれぞれ示している。また自国・外国の個別財サービスに関する上述価格 $P_H(j),P_F(j)$ は後に第3節で見るごとく，独占的競争下にある各企業の利潤最大化行動から決まってくる。さらに $L(i)$ は自国家計 i の労働供給時間を表す。

外国家計 i（$\in (1,2)$)（以下＊印は外国を表す）に関しても自国家計と同形の効用関数を持つとすれば，上述議論と同様のものが $\forall\ t \in \{1,2,\cdots\}$ に対して定義できる。

(6) $$U_t^*(i) = E_t\left[\sum_{s=t}^{\infty} \beta^{s-t} u_s^*(i)\right]$$

$$u_s^*(i) = \frac{\{C_s^*(i) - hC_{s-1}^*(i)\}^{1-\rho}}{1-\rho} - \frac{L_s^*(i)^{1+\nu}}{1+\nu}$$

(7) $$C_{Ft}^*(i) = \left[\int_1^2 C_t^*(i,j)^{\frac{\theta-1}{\theta}} dj\right]^{\frac{\theta}{\theta-1}}$$

$$C_{Ht}^*(i) = \left[\int_0^1 C_t^*(i,j)^{\frac{\theta-1}{\theta}} dj\right]^{\frac{\theta}{\theta-1}}$$

(8) $$C_t^*(i) = \left[(1-\alpha^*)^{\frac{1}{\eta}} C_{Ft}^*(i)^{\frac{\eta-1}{\eta}} + \alpha^{*\frac{1}{\eta}} C_{Ht}^*(i)^{\frac{\eta-1}{\eta}}\right]^{\frac{\eta}{\eta-1}}$$

(9) $$P_{Ft}^* = \left[\int_1^2 P_t^*(j)^{1-\theta} dj\right]^{\frac{1}{1-\theta}}$$

$$P_{Ht}^* = \left[\int_0^1 P_t^*(j)^{1-\theta} dj\right]^{\frac{1}{1-\theta}}$$

(10) $$P_t^* = \left[(1-\alpha^*)P_{Ft}^{*\ 1-\eta} + \alpha^* P_{Ht}^{*\ 1-\eta}\right]^{\frac{1}{1-\eta}}$$

さらに $L^*(i)$ は自国家計同様に外国家計 i の労働供給時間を表す。

b　予算制約式

内外債券市場では，自国の消費者物価指数 P をニューメレールにとった自国発行の自国通貨

建て名目債券B_Hならびに外国の消費者物価指数P^*をニューメレールにとった外国発行の自国通貨建て（為替レートで換算された）名目債券B_Fが取引される。かくして自国家計iのt期における予算制約式は，

$$P_t C_t(i) + E_t[R_{t,t+1}\{B_{H,t+1}(i) + B_{F,t+1}(i)\}] \leq B_{Ht}(i) + B_{Ft}(i) + \Phi_t(i) + W_t(i)L_t(i) \tag{11}$$

$$\forall \mathrm{i} \in (0,1), \quad \forall \mathrm{t} \in \{0,1,2,\cdots\}$$

で表せる。ここでRは家計iの保有する名目債券ポートフォリオ・ペイオフに対する時間的割引率，$\Phi(i)$は各企業から家計iに支払われる名目配当金，$W(i)$は企業から家計iに支払われる時間当たり名目賃金率，$L(i)$は家計iが企業に提供する労働時間である。

外国家計iのt期における予算制約式も，同様にして

$$P_t^* C_t^*(i) + E_t[R_{t,t+1}^*\{B_{F,t+1}^*(i) + B_{H,t+1}^*(i)\}] \leq B_{Ft}^*(i) + B_{Ht}^*(i) + \Phi_t^*(i) + W_t^*(i)L_t^*(i) \tag{12}$$

$$\forall i \in (1,2), \quad \forall t \in \{0,1,2,\cdots\}$$

となる。

c　個別財需要

次に自国の家計iは，自国・外国の個別財サービス消費需要を，名目総支出額一定のもとでそれら個別財サービス消費の総実質量を最大にするようにそれぞれ決めるものとするものとすれば，$I_H(i), I_F(i)$を自国財サービス・外国財サービスに対する一定の名目総支出額として，$\forall t \in \{0,1,2,\cdots\}$に対し，

$$\max_{\{C_H(i,j)\}} : C_{Ht}(i) = \left[\int_0^1 C_{Ht}(i,j)^{\frac{\theta-1}{\theta}} dj\right]^{\frac{\theta}{\theta-1}} \tag{13}$$

$$\text{s.t.} \quad \int_0^1 P_{Ht}(j) C_{Ht}(i,j) dj = I_{Ht}(i)$$

$$\text{given} \quad P_{Ht}(j), I_{Ht}(i)$$

ならびに

$$\max_{\{C_F(i,j)\}} : C_{Ft}(i) = \left[\int_1^2 C_{Ft}(i,j)^{\frac{\theta-1}{\theta}} dj\right]^{\frac{\theta}{\theta-1}} \tag{14}$$

$$\text{s.t.} \quad \int_1^2 P_{Ht}(j) C_{Ht}(i,j) dj = I_{Ht}(i)$$

$$\text{given} \quad P_{Ht}(j), I_{Ht}(i)$$

を解くことで得られる。したがって,

$$(15)\quad C_{Ht}(i,j)=\left(\frac{P_{Ht}(j)}{P_{Ht}}\right)^{-\theta}C_{Ht}(i), \qquad \forall i,j\in(0,1)$$

$$C_{Ft}(i,j)=\left(\frac{P_{Ft}(j)}{P_{Ft}}\right)^{-\theta}C_{Ft}(i), \qquad \forall i\in(0,1),\ \forall j\in(1,2)$$

となる[9)]。外国家計も同様にして対照的な結果が得られる。すなわち,

$$(16)\quad C^*_{Ft}(i,j)=\left(\frac{P^*_{Ft}(j)}{P^*_{Ft}}\right)^{-\theta}C^*_{Ft}(i), \qquad \forall i,j\in(1,2)$$

$$C^*_{Ht}(i,j)=\left(\frac{P^*_{Ht}(j)}{P^*_{Ht}}\right)^{-\theta}C^*_{Ht}(i), \qquad \forall i\in(1,2),\ \forall j\in(0,1)$$

である。

d　主体的均衡

自国･外国の各家計は,財サービス価格,消費需要量(1期前),配当金,債券ストック,時間的割引率が所与の時,個別労働需要関数と予算制約式の下で期待効用を最大とするように,消費需要量,労働供給量,債券ストック(次期),賃金率をそれぞれ決めるものとする。したがって,自国家計 i の最適化行動は,$\forall i\in(0,1)$ に対して,

$$(17)\quad \max_{\{B\}\{C\}\{L\}\{W\}}:\ U_t(i)=E_t\left[\sum_{s=t}^{\infty}\beta^{s-t}u_s(i)\right], \qquad \forall t\in\{1,2,\cdots\}$$

$$u_s(i)=\frac{\{C_s(i)-hC_{s-1}(i)\}^{1-\rho}}{1-\rho}-\frac{L_s(i)^{1+\nu}}{1+\nu}$$

$$\text{s.t.}\qquad P_sC_s(i)+E_s[R_{s,s+1}\{B_{H,s+1}(i)+B_{F,s+1}(i)\}]\le B_{Hs}(i)+B_{Fs}(i)+\Phi_s(i)+W_s(i)L_s(i)$$

$$\text{given}\qquad P_s,C_{s-1},B_{Hs},B_{Fs},R_{s,s+1},\Phi_s$$

なる制約条件付き最大化問題を解くことで得られる。外国家計 i に関しても同様である。

(17) 式に関して1階の必要条件を求めると,以下のような t 期における自国家計 i の主体的均衡条件を得る[10)]。すなわち,$\forall i\in(0,1)$,$\forall t\in\{1,2,\cdots\}$ に対して,

$$(18)\quad \{C_t(i)-hC_{t-1}(i)\}^{-\rho}=\beta E_t\left[\frac{P_t}{R_{t,t+1}P_{t+1}}\{C_{t+1}(i)-hC_t(i)\}^{-\rho}\right] \qquad \cdots\text{消費オイラー方程式}$$

$$(19)\quad \{C_t(i)-hC_{t-1}(i)\}^{\rho}=\frac{W_t(i)}{P_t}L_t(i)^{-\nu} \qquad \cdots\text{消費・余暇トレードオフ条件式}$$

である。外国家計 i の主体的均衡条件も同様にして求められる。すなわち，$\forall i \in (1,2)$，$\forall t \in \{1,2,\cdots\}$ に対して，

$$(20)\quad \{C_t^*(i)-hC_{t-1}^*(i)\}^{-\rho}=\beta E_t\left[\frac{P_t^*}{R_{t,t+1}^* P_{t+1}^*}\{C_{t+1}^*(i)-hC_{t-1}^*(i)\}^{-\rho}\right]$$

$$(21)\quad \{C_t^*(i)-hC_{t-1}^*(i)\}^{-\rho}=\frac{W_t^*(i)}{P_t^*}L_t^*(i)^{-\nu}$$

である。ここで r_t (r_t^*) を自国通貨建て（外国通貨建て）名目債券ポートフォリオ B の利子率（小数点表示）とすれば，ポートフォリオの時間的割引率に対してこの利子率を適用することにより（i.e.　$E_t[R_{t,t+1}]=\frac{1}{1+r_t}$），(18) 式・(20) 式の消費オイラー方程式はさらに

$$(18a)\quad \{C_t(i)-hC_{t-1}(i)\}^{-\rho}=\beta(1+r_t)E_t\left[\frac{P_t}{P_{t+1}}\{C_{t+1}(i)-hC_{t-1}(i)\}^{-\rho}\right]$$

$$(20a)\quad \{C_t^*(i)-hC_{t-1}^*(i)\}^{-\rho}=\beta(1+r_t^*)E_t\left[\frac{P_t^*}{P_{t+1}^*}\{C_{t+1}^*(i)-hC_{t-1}^*(i)\}^{-\rho}\right]$$

と書ける。ここで (18a) 式の両辺を変数 i に対して [0,1] 区間で積分し，また (20a) 式の両辺を [1,2] 区間で積分してさらにそれぞれ定常状態からの近傍乖離の対数線形近似をとれば，(18a) 式・(20a) 式はまた，

$$(22)\quad c_t-hc_{t-1}=E_t[c_{t+1}-hc_t]-\frac{1-h}{\rho}(r_t-E_t[\pi_{t+1}])$$

$$(23)\quad c_t^*-hc_{t-1}^*=E_t[c_{t+1}^*-hc_t^*]-\frac{1-h}{\rho}(r_t^*-E_t[\pi_{t+1}^*])$$

となる[11]。(19) 式・(21) 式に対しても，同様にして，

$$(24)\quad \frac{\rho}{1-h}(c_t-hc_{t-1})=w_t-p_t-\nu l_t$$

$$(25)\quad \frac{\rho}{1-h}(c_t^*-hc_{t-1}^*)=w_t^*-p_t^*-\nu l_t^*$$

を得る。ただしアルファベット小文字は金利 r ならびに消費習慣係数 h を除きそれぞれ大文字変数の対数表示である。また，$\Pi_t \equiv \frac{P_t}{P_{t-1}}$ である。

3　企業

a　生産技術

自国・外国の各企業は，可変的生産要素である労働のみを投入し，差別化された1種類の財サービス z ($\in (0,1) \cup (1,2) \subset R^1$) を生産する[12]。自国企業は自国の労働を，外国企業は外国の労働をそれぞれ雇用する。また両国の各企業の生産技術構造はすべて同形であるとする。した

がって，自国・外国企業 j の個別生産関数 F^j は，$A_t(A_t^*)(>0)$ を技術水準（i.e. ソロー残差）とすれば，$\forall\, t \in \{0,1,2,\cdots\}$ に対して

(26)　自国企業：$Y_t(j) = F^j(L_t) = A_t L_t(j)$,　　　$\forall\, j \in (0,1)$

外国企業：$Y_t^*(j) = F^j(L_t^*) = A_t^* L_t^*(j)$,　　　$\forall\, j \in (1,2)$

ただし，$A_t = \bar{A}\exp(u_{At})$,　$u_{At} \sim i.i.d.(0, \sigma_A^2)$

$A_t^* = \bar{A}^*\exp(u_{A^*t})$,　$u_{A^*t} \sim i.i.d.(0, \sigma_{A^*}^2)$

で表せる。それゆえ，t 期における自国・外国の各企業の財サービス生産量は，

(27)　自国企業：$Y_t(j) \equiv Y_{Ht}(j) + Y_{Ht}^*(j)$,

外国企業：$Y_t^*(j) \equiv Y_{Ft}^*(j) + Y_{Ft}^*(j)$,

ただし，Y_H：自国財サービスの自国向け供給量

Y_H^*：自国財サービスの外国向け供給量 (i.e. 自国輸出量)

Y_F：外国財サービスの自国向け供給量 (i.e. 自国輸入量)

Y_F^*：外国財サービスの外国向け供給量

で示せる。

b　財サービス価格設定

不完全競争の状況下では，各企業は差別化された自社の財サービスに対して自ら価格を設定し，また，自社製品の輸出に際しては，建値（インボイス・カレンシー）や取引に対して通貨の種類を選択できる。したがって，ここでは，PCP 型（producers' currency pricing；生産者通貨建て）ならびに PTM 型（pricing-to-market；市場通貨建て）各価格設定のうち PCP 型を採用する。かくして自国企業の最適化行動は，今期設定する価格によって与えられる各財サービス需要量に直面したとき，賃金率を所与としかつ自社の生産技術構造 (26) 式を制約条件として今期における利潤関数 $\Phi_t(j) = P_{Ht}(j)Y_t(j) - W_t(j)L_t(j)$ の最大化を図るものとして表わせ得る[13)]。ところで，各企業が直面する t 期の自社財サービス個別需要関数は

(28)　$$Y_t(j) = \left(\frac{P_{Ht}(j)}{P_{Ht}}\right)^{-\theta}(C_{Ht} + C_{Ht}^*)$$

と定式化できることから[14)]，価格 $P_{Ht}(j)$ に関して $\forall t \in \{0,1,2,\cdots\}$ に対し，

(29)　$\max_{\{P_H(j)\}}$ ：$\Phi_t(j) = P_{Ht}(j)Y_t(j) - W_t(j)L_t(j)$

s.t.　$Y_t(j) = A_t L_t(j)$

given　W_t

なる制約条件付き最大化問題を (28) 式と共に解くことで得られる。かくして，自国企業の最適な財サービス価格ないしはマークアップ率は，$\forall j \in (0,1)$ に対して

$$(30) \quad P_{Ht}(j) = \frac{\theta}{\theta - 1} \frac{W_t(j)}{A_t}, \qquad \forall t \in \{0,1,2,\cdots\}$$

となることが分かる[15)]。外国企業の最適な財サービス価格ないしはマークアップ率に対しても，同様の議論から，$\forall j \in (1,2)$ に対して

$$(31) \quad P^*_{Ft}(j) = \frac{\theta}{\theta - 1} \frac{W^*_t(j)}{A^*_t}, \qquad \forall t \in \{0,1,2,\cdots\}$$

が求められる。

d　労働需要

自国･外国企業 j の労働時間需要 $L(j)$ は，$\mu\,(>1)$ をそれぞれの企業の労働に関する代替弾力性とすれば，前述した Dixit=Stiglitz 型集計指標に基づき，$\forall t \in \{0,1,2,\cdots\}$ に対し，

$$(32) \quad L_t(j) = \left[\int_0^1 L_t(i,j)^{1-\mu} di\right]^{\frac{1}{1-\mu}}, \qquad \forall j \in (0,1)$$

$$L^*_t(j) = \left[\int_1^2 L^*_t(i,j)^{1-\mu} di\right]^{\frac{1}{1-\mu}}, \qquad \forall j \in (1,2)$$

なる集計式で表されるものとする。したがって，上述 (32) 式に対応する自国・外国企業 j の賃金率 $W(j), W^*(j)$ は，

$$(33) \quad W_t(j) = \left[\int_0^1 W_t(i,j)^{\frac{\mu-1}{\mu}} di\right]^{\frac{\mu}{\mu-1}}, \qquad \forall j \in (0,1)$$

$$W^*_t(j) = \left[\int_1^2 W^*_t(i,j)^{\frac{\mu-1}{\mu}} di\right]^{\frac{\mu}{\mu-1}}, \qquad \forall j \in (1,2)$$

となる。また，個別労働需要時間 $L(i,j), L^*(i,j)$ は，名目賃金支払額一定の下で投入労働時間を最大とする最適化行動により，

$$(34) \quad L_t(i,j) = \left(\frac{W_t(i,j)}{W_t(j)}\right)^{-\mu} L_t(j), \qquad \forall j \in (0,1)$$

$$L_t^*(i,j)=\left(\frac{W_t^*(i,j)}{W_t^*(j)}\right)^{-\mu}L_t^*(j),\qquad \forall j\in(1,2)$$
$$\forall t\in\{0,1,2,\cdots\}$$

によって求められる[16]。

4　新ケインジアン・フィリップス (NKP) 曲線

a　企業の最適価格設定

上述第3節で展開したような独占的競争関係にある各企業の最適生産計画に対し，さらに価格設定行動を以下のごとく考える。

各企業にとって，価格の調整機会は限定的であり，自社製品価格をいつでも欲するときに変更できるわけではなく，一定の確率に従ってランダムになし得ると想定する（i.e. カルボ型粘着価格モデル[17]）。すなわち，自国（外国）企業jが任意の時点で価格を据え置く確率をω_H (ω_F^*)（$\in(0,1)$），価格を変更し得る確率を$1-\omega_H$ (ω_F^*)とする。したがって，将来に亘り価格を改定できないリスクがある状況下では，各企業は，単に当期の利潤のみならず，将来に亘る予想利潤の割引現在価値も含めてその最大化を図るものと考えられる。ところで，当該経済では企業数は十分に大きいと仮定していたので，このことは，“大数の法則”から毎期一定割合（i.e. $1-\omega_H$ (ω_F^*)）の企業だけ価格改定の機会が与えられることと同義である。さらに各企業の価格設定行動様式に対し，次のようなルールの採用を付け加えよう。すなわち，各企業は今期価格が最適水準に改定できず価格を据え置いた場合でも，全般的な物価上昇に即し，前期における国内物価のインフレ率分だけは部分的に自社製品価格にスライドさせるという，いわゆるウッドフォード型インデクセーション・ルール[18]の採用である。

かくして，自国企業jの最適化行動様式は以下のように再定式化できる。

(35)
$$\max_{\{P_{Ht}(j)\}}:\Phi_t(j)=E_t\left[\sum_{s=0}^{\infty}\omega_H^s\beta^s\left(P_{Ht}(j)Y_{t+s}(j)-W_{t+s}(j)N_{t+s}(j)\right)\right]$$

s.t.
$$Y_{t+s}(j)=A_{t+s}L_{t+s}(j)$$
$$P_{Ht}(j)=\left[(1-\omega_H)X_t^{1-\theta}+\omega_H\left\{P_{H,t-1}(j)\left(\frac{P_{H,t-1}}{P_{H,t-2}}\right)^{\gamma}\right\}^{1-\theta}\right]^{\frac{1}{1-\theta}}$$
$$Y_{t+s}(j)=\left(\frac{P_{Ht}(j)}{P_{H,t+s}}\right)^{-\theta}Y_{H,t+s}$$

given　$W_{t+s}(j)$, ω_H^s, β^s, A_{t+s}, $P_{H,t-1}(j)$, $P_{H,t+s}$, $P_{H,t-1}$, $P_{H,t-2}$, γ, θ, $Y_{H,t+s}$

$\forall j\in(0,1)$,　$\forall t\in\{1,2,\cdots\}$

ただし $\beta\,(\in(0,1))$ は企業の主観的割引率であり，X は t 期に価格改定の機会を得た企業群の設定する最適価格水準である。また $\gamma\,(\in[0,1])$ はインデクセーション・ルールに基づく価格転嫁率であり，$\gamma=1$ であれば，前期インフレ率の100％すべてを今期の価格水準に上乗せすることが可能ということを意味している。

この制約条件つき最大化問題を解くと，次のような各自国企業の最適化行動に関する1階の必要条件が導かれる[19]。

$$(36)\quad E_t\left[\sum_{s=0}^{\infty}\omega_H^s\beta^s Y_{t+s}(j)\left\{P_{Ht}(j)-\frac{\theta}{\theta-1}\frac{W_{t+s}(j)}{A_{t+s}}\right\}\right]=0,\qquad \forall t\in\{0,1,2,\cdots\}$$

ここで，t 期に価格改定の機会を得た企業群は同一の最適化行動を取るため，価格 $P_H(j)$ は最適価格Ｘに置き換えることができる。また，$Y_{t+s}(j)=\left(\dfrac{X_t}{P_{H,t+s}}\right)^{-\theta}Y_{H,t+s}$ ならびに $P_{H,t+s}=P_{Ht}\prod_{k=1}^{s}\Pi_{H,t+k}$（ただし $\Pi_{Ht}\equiv\dfrac{P_{Ht}}{P_{H,t-1}}$）なる関係式を併せて用いれば，(36) 式は

$$(37)\quad E_t\left[\sum_{s=0}^{\infty}\omega^s\beta^s\left(\frac{X_t}{P_{H,t+s}}\right)^{-\theta}Y_{H,t+s}\left\{\frac{X_t}{P_{Ht}}-\frac{\theta}{\theta-1}\frac{W_{t+s}(j)}{A_{t+s}P_{H,t+s}}\prod_{k=1}^{s}\Pi_{H,t+k}\right\}\right]=0$$

$$\forall t\in\{0,1,2,\cdots\}$$

と書ける。

ところで，各種労働に関する異質性の仮定より，労働市場では相対的な賃金水準や相対的な生産量に応じて瞬時に再配分されることが難しい。したがって，価格改定機会の与えられた企業が課す最適価格水準が当該企業の売上高やそれゆえ当該企業の限界費用を決定することから，当該企業の個別実質賃金と自国におけるマクロ経済全体の平均実質賃金とは，以下のような関係にあると考える[20]。

$$(38)\quad \frac{W_{t+s}(j)}{P_{H,t+s}}=\frac{W_{H,t+s}}{P_{H,t+s}}\left(\frac{X_t}{P_{H,t+s}}\right)^{-\theta}$$

かくして，これら (37) 式・(38) 式ならびに (35) 式の価格設定制約式において，それぞれの変数の自然対数をとると，無限級数の和は $\sum_{s=0}^{\infty}\xi^s=\dfrac{1}{1-\xi}$ となることに留意すれば，各式は

$$(39)\quad x_t=(1-\omega_H\beta)\sum_{s=0}^{\infty}(\omega_H\beta)^s E_t\left[w_{t+s}+\sum_{k=1}^{s}\pi_{H,t+k}+\ln\left(\frac{\theta}{A_{t+s}(\theta-1)}\right)\right]$$

$$w_{t+s}=w_{H,t+s}-\theta\left(x_t-E_t\left[\sum_{k=1}^{s}\pi_{H,t+k}\right]\right)$$

$$x_t = \frac{\omega_H}{1-\omega_H}(\pi_{Ht} - \gamma\pi_{H,t-1})$$

$$\forall\, t \in \{1,2,\cdots\}$$

と書くことができる。ここでアルファベット小文字表示の変数は各大文字変数の自然対数変換値である。ただし x と w とは X/P_H ならびに W/P_H の対数表示を示している。また，自国のすべての企業は生産技術構造が同形ゆえ共通の最適化行動をとると考えられるため，ここで j は省略されている。

b　NKP 曲線式

かくして，上述 (39) 式において，定常均衡解からの近傍乖離に関する対数線形近似をとり，あらためてアルファベット小文字をその対数線形近似表現と定義し直しておけば，以下のごとくとなる。

いま，この (39) 式において２段目・３段目の式を１段目の式に代入し，さらにインフレ率に対し，定常状態からの乖離に関する $t+1$期の t 期における期待値（i.e. $\omega_H\beta E_t[\pi_{H,t+1} - \gamma\pi_{Ht}]$）を導入して解くと，

$$(40)\qquad \pi_{Ht} = \frac{\gamma}{1+\omega_H\beta\gamma}\pi_{H,t-1} + \frac{\beta}{1+\omega_H\beta\gamma}E_t[\pi_{H,t+1}] + \frac{(1-\omega_H)(1-\omega_H\beta)}{\omega_H(1+\theta)(1+\omega_H\beta\gamma)}w_{Ht}$$

$$\forall t \in \{1,2,\cdots\}$$

を得る[21]。外国企業も同様にして，

$$(41)\qquad \pi^*_{Ft} = \frac{\gamma^*}{1+\omega^*_F\beta^*\gamma^*}\pi^*_{F,t-1} + \frac{\beta^*}{1+\omega^*_F\beta^*\gamma^*}E_t[\pi^*_{F,t+1}] + \frac{(1-\omega^*_F)(1-\omega^*_F\beta^*)}{\omega^*_F(1+\theta^*)(1+\omega^*_F\beta^*\gamma^*)}w$$

が導ける。この (40) 式・(41) 式で示される国内財サービス価格インフレ率と実質賃金ギャップとの関係式が，新ケインジアン・フィリップス曲線 (NKPC) 方程式と称されるものである。さらに (40) 式・(41) 式には，説明変数にインフレ率に関する１期までのラグ項が含まれていることから，バックワード・ルッキング的要素の加味された伝統型フィリップス曲線とフォワード・ルッキング的要素が取り入れられた新ケインジアン型フィリップス曲線の双方を折衷ないしは“交配”したものとして，「ハイブリッド型」新ケインジアン・フィリップス曲線と称されている[22]。また，(40) 式・(41) 式では実質賃金ギャップが説明変数として採用されているが，実質賃金ギャップに替わり実質 GDP ギャップを採用することも可能である[23]。

5　輸入業者

ここでさらに海外から財サービスを国内へ輸入するところの互いに独占的競争関係にある自

国・外国輸入業者を考えよう。自国の輸入業者$j\,(\in(0,1))$は，外国財サービスを１単位当り外国通貨建て外国財サービス価格$P^{*}_{Ft}(j)$で輸入し，輸入コストに一定のマークアップを上乗せして自国通貨建て価格$P_{Ft}(j)$で国内の各家計に販売すると想定する。したがって，E_tを自国通貨建て名目為替レートとすれば，$\Psi_{Ft}(j)\equiv\dfrac{\mathrm{E}_t P^{*}_{Ft}(j)}{P_{Ft}(j)}$は輸入業者$j$におけるマークアップ率の逆数となる。それゆえ，名目為替レートが変動しても，輸入業者は自らの最適化行動によってマークアップ率を調整して国内価格を設定するから，国内価格への転嫁（pass-through）は不完全となり得る。したがって，このことから短期的には購買力平価ギャップが起こり得る。

ところで，各輸入業者は，生産企業同様，カルボ型価格設定方式に従うものと仮定する。すなわち，自国（外国）輸入業者jが任意の時点で価格を据え置く確率をω_F (ω^{*}_H) $(\in(0,1))$，最適価格Xに変更し得る確率を$1-\omega_F$ (ω^{*}_H)とする。したがって，自国輸入業者jの最適化行動様式は以下のように定式化できる。

$$(42)\quad \max_{\{P_{Ft}(j)\}} : \Phi_t(j)=E_t\left[\sum_{s=0}^{\infty}\omega_F^s\beta^s C_{F,t+s}(j)\{P_{Ft}(j)-\mathrm{E}_{t+s}P^{*}_{F,t+s}(j)\}\right]$$

$$\text{s.t.}\quad P_{Ft}(j)=(X_t)^{1-\omega_F}(P_{F,t-1}(j))^{\omega_F}$$

$$C_{F,t+s}(j)=\left(\frac{P_{Ft}(j)}{P_{F,t+s}}\right)^{-\theta}C_{F,t+s}$$

$$\text{given}\quad \omega_F^s,\ \beta^s,\ \mathrm{E}_{t+s},\ P^{*}_{F,t+s}(j),\ P_{F,t-1}(j),\ P_{F,t+s},\ \theta,\ C_{F,t+s}$$

$$\forall j\in(0,1),\quad \forall t\in\{1,2,\cdots\}$$

この制約条件つき最大化問題を解くと，次のような自国輸入業者の最適化行動に関する１階の必要条件が導かれる[24)]。

$$(43)\quad E_t\left[\sum_{s=0}^{\infty}\omega_F^s\beta^s C_{F,t+s}(j)\left\{P_{Ht}(j)-\frac{\theta}{\theta-1}\mathrm{E}_{t+s}P^{*}_{F,t+s}(j)\right\}\right]=0,\qquad \forall t\in\{0,1,2,\cdots\}$$

ここで，t期に価格改定の機会を得た企業群は同一の最適化行動を取るため，価格$P_F(j)$は最適価格Xに置き換えることができる。また，さきの$\Psi_{Ft}(j)\equiv\dfrac{\mathrm{E}_t P^{*}_{Ft}(j)}{P_{Ft}(j)}$なる関係式を用い，且つここで$j$は同形であることに留意すれば，(43) 式はまた定常均衡解からの近傍乖離に関する対数線形近似表示として，

$$(44)\quad \ln X_t=(1-\omega_F\beta)E_t\left[\sum_{s=0}^{\infty}\omega_F^s\beta^s(\ln\Psi_{F,t+s}+\ln P_{F,t+s})\right]$$

と表し得る。この (44) 式を１期繰り上げて差し引き，さらに$x_{t+s} \equiv \left(\frac{X_{t+s}}{P_{Ft}} \right)$，$\psi_{Ft} \equiv \ln \Psi_{Ft}$とそれぞれ置けば，

$$(45)\quad E_t[x_{t+1}] - x_t = (1-\omega_F \beta)(-\Psi_{Ft})$$

が求められる。

ところで，(42) 式の価格設定式制約条件に関して両辺の対数をとり，さらにjは同形なので，

$$(46)\quad x_t = \frac{\omega_F}{1-\omega_F}\pi_{Ft}$$

なる式が導ける。かくして，(45) 式と (46) とを組み合わせることにより，次のような自国の輸入物価に対する新ケインジアン・フィリップス曲線式が求まる。すなわち，

$$(47)\quad \pi_{Ft} = \beta E_t[\pi_{F,t+1}] + \frac{(1-\omega_F)(1-\omega_F \beta)}{\omega_F}\psi_{Ft}, \qquad \forall t \in \{0,1,2,\cdots\}$$

である。外国に関しても同様にして

$$(48)\quad \pi^*_{Ht} = \beta E_t[\pi^*_{H,t+1}] + \frac{(1-\omega^*_H)(1-\omega^*_H \beta)}{\omega^*_H}\psi^*_{Ht}, \qquad \forall t \in \{0,1,2,\cdots\}$$

が求まる。

6　通貨当局

自国・外国の通貨当局は，金融政策変数として金利をコントロールする。したがって，通貨当局の政策反応関数として次のようなテイラー・ルール型を採用するものと想定する。すなわち，

$$(49)\quad r_t = \chi_1 r_{t-1} + \chi_2 \pi_t + \chi_3 y_{t-1}, \qquad \forall t \in \{1,2,\cdots\}$$

である。通貨当局は，１期前の金利水準rを踏まえつつ，インフレ率ギャップ π と１期前のGDP ギャップyの動向にも対応して今期の政策金利を操作すると考える。

7　市場

第２節～第６節で見たような各企業・各家計の最適化行動ならびに通貨当局の金利政策に基づいて一意的に定まる個々の財サービスの需給量，労働の需給量，債券ポートフォリオの需給

額が，完全競争市場のみならず“見えざる手”不在の不完全競争状況下にある市場を含む各市場で，全体として個別主体の均衡条件と整合的にそれぞれどのようにして過不足なく完全にクリアーされるであろうか。すなわち，市場の需給均衡問題である。

a　交易条件・物価・為替レート

まず自国と外国との交易条件 Q を自国通貨建て自国財サービス価格と自国通貨建て外国財サービス価格との比率と定義すれば，t 期の交易条件は，$Q_t=\dfrac{P_{Ht}}{P_{Ft}}$（$\forall t\in\{0,1,2,\cdots\}$）となる。

つぎに (5) 式の消費者物価指数 $P_t=\left[(1-\alpha)(P_{Ht})^{1-\eta}+\alpha(P_{Ft})^{1-\eta}\right]^{\frac{1}{1-\eta}}$ に対し，自国・外国間の財サービスに関する代替の弾力性を $\eta\to 1$ とすれば，「ロピタルの定理」を用いることによってこれはコブ＝ダグラス・タイプの $P_t=(P_{Ht})^{1-\alpha}(P_{Ft})^{\alpha}$ なるフォーミュラとなる[25)]。したがって，この式の両辺に対し対数をとれば，

(50)　$p_t=p_{Ht}-\alpha q_t,$　　　$\forall t\in\{0,1,2,\cdots\}$

を得る。

さらにインフレ率に関して，$\Pi_t\equiv\dfrac{P_t}{P_{t-1}}$ および $\Pi_{Ht}\equiv\dfrac{P_{Ht}}{P_{H,t-1}}$ と置けば，(50) 式より対数表示で

(51)　$\pi_t=\pi_{Ht}-\alpha\Delta q_t,$　　　$\forall t\in\{0,1,2,\cdots\}$

が導ける。

ここで，自国と外国との自国通貨建て名目為替レート E を導入すれば，交易条件は，同じく対数表示で

(52)　$q_t=p_{Ht}-e_t-p^*_{Ft},$　　　$\forall t\in\{0,1,2,\cdots\}$

を得る。

さらに，自国と外国との自国通貨建て実質為替レートとして，$S_t\equiv\dfrac{E_tP^*_t}{P_t}$ を考えると，ここに交易条件との関係式

(53)　$s_t=e_t+p^*_t-p_t=(\alpha-1)q_t+(p^*_t-p^*_{Ft}),$　　　$\forall t\in\{0,1,2,\cdots\}$

が導ける。

b　リスク・シェア

自国・外国の債券市場は完全代替的且つ完全競争的と仮定すれば,

$$(54)\quad \frac{1}{\beta}\left(\frac{C_t(i)-hC_{t-1}(i)}{C_{t+1}(i)-hC_t(i)}\right)^{-\rho}\left(\frac{P_{t+1}}{P_t}\right)=1+r_t=\frac{1}{\beta}\left(\frac{C_t^*(i)-hC_{t-1}^*(i)}{C_{t+1}^*(i)-hC_t^*(i)}\right)^{-\rho}\left(\frac{\mathrm{E}_{t+1}}{\mathrm{E}_t}\right)\left(\frac{P_{t+1}^*}{P_t^*}\right)$$

$$\forall t\in\{0,1,2,\cdots\}$$

が, $\forall i\in(0,1)\cup(1,2)$ に対し異時点間のリスク・シェアを示す式として成立する。したがって, 先の (18a) 式と組み合わせれば,

$$(55)\quad C_t(i)-hC_{t-1}(i)=V(i)(C_t^*(i)-hC_{t-1}^*(i))S_t^{\frac{1}{\rho}},\qquad \forall t\in\{1,2,\cdots\}$$

が求まる。ここで $V(i)$ (>0) は, 家計 i の保有する債券ポートフォリオの初期条件によって定まる定数である。ところで, 両国は同形的経済構造を持つという仮定に加え, さらに初期条件が両国とも同一とする。したがって, 0期における両国家計の債券保有額 (i.e. B_0) はゼロとなるから, $V(i)=1$となる。かくして, 対数表示で

$$(56)\quad c_t-hc_{t-1}=c_t^*-hc_{t-1}^*+\frac{1-h}{\rho}s_t,\qquad \forall t\in\{1,2,\cdots\}$$

を得る。この (56) 式は, t 期における自国消費, 外国消費ならびに実質為替レートとの間の関係を示している。

c　金利平価

さきに名目債券ポートフォリオ額の t 期における割引率を$E_t[R_{t,t+1}]=\dfrac{1}{1+r_t}$とした。したがって, 外国通貨建て外国債券ポートフォリオの自国通貨建て価値額に対する割引率は,

$$(57)\quad E_t[\mathrm{E}_{t+1}R_{t,t+1}^*]=\frac{\mathrm{E}_t}{1+r_t^*}$$

となる。ところで, 自国・外国の債券市場は完全代替的且つ完全競争的と仮定したから, 裁定取引により$E_t[R_{t,t+1}]=E_t[R_{t,t+1}^*]$が成立する。したがって,

$$(58)\quad \frac{1}{1+r_t}=\frac{1}{1+r_t^*}E_t\left(\frac{\mathrm{E}_t}{\mathrm{E}_{t+1}}\right)$$

を得る。かくして, この (58) 式に対し両辺の対数をとると, 次式のようなアンカバー・ベース

の金利平価式が求まる。すなわち,

(59)　$r_t = r_t^* + E_t[\Delta e_{t+1}]$,　$\forall t \in \{0,1,2,\cdots\}$

である。

ところで，この (59) 式を先の交易条件式 (52) 式と組み合わせると,

(60)　$q_t = (r_t - E_t[\pi_{H,t+1}]) - (r_t^* - E_t[\pi_{H,t+1}^*]) + E_t[q_{t+1}]$,　$\forall t \in \{0,1,2,\cdots\}$

なる交易条件 q に関する確率差分方程式が求まる。ここで完全予見を仮定し，さらに定常状態では購買力平価が成立するとすれば（i.e. $p_H = e + p_F^*$), $\lim_{T\to\infty} E_t[q_T] = 0$となるから，(60) 式を逐次代入して前向きに解くと

(61)　$q_t = E_t\left[\sum_{s=0}^{\infty}\{(r_{t+s} - \pi_{H,t+s+1}^*) - (r_{t+s}^* - \pi_{F,t+s+1}^*)\}\right]$,　$\forall t \in \{0,1,2,\cdots\}$

なる確率差分方程式の解を得る。かくして (61) 式から，自国の t 期における交易条件は，自国・外国における実質利子率差の現在および将来に亘る予想に帰せられることが読み取れる。

d　財サービス市場・債券市場・労働市場

二国間開放経済の財サービス市場に関する集計的需給均衡式は，次のようにして示すことができる。

(62)　$Y_t\,(\equiv Y_{Ht} + Y_{Ht}^*) = C_{Ht} + C_{Ht}^*$

$Y_t^*(\equiv Y_{Ft}^* + Y_{Ft}) = C_{Ft}^* + C_{Ft}$

$\forall t \in \{0,1,2,\cdots\}$

内外債券市場の均衡式に関しては，自国・外国双方の実質債券の国際的受取りと支払いの差は符号が逆で絶対値が等しくなることから，債券ストックの純供給がゼロと仮定すれば,

(63)　$\int_0^1\left(\frac{B_{Ht}(i)}{P_t} + \frac{B_{Ft}(i)/\mathrm{E}_t}{P_t^*}\right)di + \int_1^2\left(\frac{B_{Ft}^*(i)}{P_t^*} + \frac{\mathrm{E}_t B_{Ht}^*(i)}{P_t}\right)di = 0$,　$\forall t \in \{0,1,2,\cdots\}$

となる。

労働市場に関しては，例えば自国の企業 j は生産数量が最適化行動の結果から所与の時，生産関数 (26) 式の逆関数により総労働需要量$L_t^D(j)$を決定し，併せて今期の個別時間当たり賃金率から (34) 式によって個々の労働需要量，すなわち，企業 j の家計 i に対する個別労働需要量

$L_t^D(i,j)$を notional に決め，自国の各家計にオファーする。他方，自国の各家計 i はそれら個別労働需要関数を所与として消費・余暇トレードオフ条件式 (19) 式に基づき，個々の労働供給量，すなわち，家計 i の企業 j に対する労働供給量$L_t^S(i,j)$と賃金率 $W_t(i,j)$ を notional に決め，企業にオファーする。外国の各企業・各家計も同様である。かくして，こうした企業・家計間の逐次的交渉プロセスにより，超過労働需要があれば賃金率は引き上げ改定がなされるという安定条件が満たされれば，最終的には今期の actual な個別労働需給量が，

$$(64)\quad L_t^D(i,j) = L_t^S(i,j), \qquad \forall i,j \in (0,1)$$

$$L_t^{*D}(i,j) = L_t^{*S}(i,j), \qquad \forall i,j \in (1,2)$$

として一意的に決まる。したがって，これを代替の弾力性 $\mu\,(>1)$ に基づいて集計すれば，労働の国際間移動を考えないとき，自国・外国の労働市場全体では，

$$(65)\quad L_t^D = L_t^S \text{：自国労働市場}$$

$$L_t^{*D} = L_t^{*S} \text{：外国労働市場}$$

$$\forall t \in \{0,1,2,\cdots\}$$

なる需給均衡式が求まる。

Ⅲ　統計的検証

前章で展開した二国間開放経済理論モデル分析に基づき，本章で統計的検証を加えてみよう[26)]。

1　統計式

まず，先の理論モデルを基に，それぞれ定常状態からの近傍乖離の対数線形近似をとることにより各統計式（$\forall t \in \{1,2,\cdots T\}$）を導いてみよう[27)]。ただし，自国を日本，外国（＊印）を米国とする。

【家計消費決定式】

$$\text{(Eq01)}\quad c_t = hc_{t-1} - \frac{1-h}{\rho}(r_t - E_t[\pi_{t+1}])$$

【国内財サービス価格設定式】

$$\text{(Eq02)}\quad \pi_{Ht} = \frac{\gamma}{1+\omega_H\beta\gamma}\pi_{H,t-1} + \frac{\beta}{1+\omega_H\beta\gamma}E_t[\pi_{H,t+1}] + \frac{(1-\omega_H)(1-\omega_H\beta)}{\omega_H(1+\theta)(1+\omega_H\beta\gamma)}w_{H,t-1}$$

【輸入財サービス価格設定式】

$$\text{(Eq03)}\quad \pi_{Ft} = \beta E_t[\pi_{F,t+1}] + \frac{(1-\omega_F)(1-\omega_F\beta)}{\omega_F}\psi_{F,t-1}$$

【消費者物価式】

(Eq04) $\pi_t = (1-\alpha)\pi_{Ht} + \alpha\pi_{Ft}$

【アンカバーベース金利平価式】

(Eq05) $q_t = \{(r_t - E_t[\pi_{H,t+1}]) - (r_t^* - E_t[\pi_{F,t+1}^*])\} + E_t[q_{t+1}]$

【名目為替レート・交易条件式】

(Eq06) $\Delta e_t = (\pi_{Ht} - \pi_{Ft}^*) - \Delta q_t$

【輸入財サービス・マークアップ式】

(Eq07) $\Delta\psi_{Ft} = \Delta e_t + (\pi_{Ft}^* - \pi_{Ft})$

【金融政策ルール式】

(Eq08) $r_t = \chi_1 r_{t-1} + \chi_2\pi_t + \chi_3 y_{t-1}$

【生産関数式】

(Eq09) $y_t = y_{t-1} + \Delta l_t + \varepsilon_{yt}$

【輸入財サービス式】

(Eq10) $c_{Ft} = \dfrac{1}{\alpha}c_t - \dfrac{1-\alpha}{\alpha}c_{Ht}$

【賃金設定式】

(Eq11) $w_{Ht} = \kappa w_{H,t-1} + \dfrac{\rho}{1-h}(c_t - hc_{t-1}) + \nu l_t$

【財サービス市場均衡式】

(Eq12) $y_t = c_{Ht} + c_{Ht}^* + z_{Ht}$

【記号説明】

c ：自国家計財サービス消費

c_H：自国財サービス消費

c_F：輸入財サービス消費

y ：国内総生産

π ：消費者物価インフレ率

π_H：自国財サービス価格インフレ率

π_F：輸入財サービス価格インフレ率

q　：交易条件

e　：名目為替レート（自国通貨建て）

ψ_F：輸入業者マークアップ率（逆数）

ε_y：技術水準攪乱項

r　：自国金利

w_H：実質賃金

κ　：賃金改定調整率

c_H^*：外国家計の自国財サービス消費

π_F^*：外国財サービス価格インフレ率

r^*：外国金利

l　(Δl)：自国労働量（階差）

z_H：国内総生産－自国財サービス消費

以上の自国開放経済に関する12本の推計式・定義式に対して，内生変数は，c, c_H, c_F, y, π, π_H, π_F, q, e, ψ_F, r, w_Hの12個であり，また，外生変数は，c_H^*, π_F^*, r^*, l, Δl, ε, z_Hとなる。

2　MCMC推計と推計結果

a　線形モデル解法

ところで，こうした線形合理的期待モデルの解法としては，Blanchard/Kahn[28]，King/Watson[29]，Sims[30]などが利用できるが，ここでは，先決変数とそれ以外の変数とを区別する必要のないSimsの解法を用いる。まず，内生変数（縦）ベクトルを

(66)　$$Y_t=(c_t,\pi_{Ht},\pi_{Ft},\pi_t,q_t,\psi_{Ft},e_t,r_t,y_t,c_{Ft},c_{Ht},w_{Ht},E_t\pi_{t+1},E_t\pi_{H,t+1},E_t\pi_{F,t+1},E_tq_{t+1})'$$

とし，外生変数（縦）ベクトルを

(67)　$$Z_t=(r_t^*,\pi_{Ht}^*,E_t\pi_{F,t+1}^*,\Delta l_t,\varepsilon_t,l_t,c_{Ht}^*,z_{Ht})'$$

予測誤差（縦）ベクトルを

(68)　$$Q_t=(\eta_t^{\pi},\ \eta_t^{\pi_H},\eta_t^{\pi_F},\eta_t^{q})'$$

とそれぞれ置けば，(Eq01) 式～ (Eq12) 式はさらに行列表示で

(69) $\Gamma_0 Y_t = \Gamma_1 Y_{t-1} + C + \Psi Z_t + \Pi Q_t$

と書ける（ただし，行列Γ_0, Γ_1, Ψ , Πの各要素については，補論 (2) 参照）。これを解くと，

(70) $Y_t = \Theta_1 Y_{t-1} + \Theta_C + \Theta_0 Z_t + \Theta_x \sum_{s=1}^{\infty} \Theta_f^{s-1} \Theta_z E_t [Z_{t+1}]$

が得られる[31]。ここで，外生変数に関し，Z_{t+s}は構造ショックによる定常均衡解からの近傍乖離を表しているから，その期待値は常に定常均衡解に一致すると仮定すれば，$E_t[Z_{t+s}] = 0$となるゆえ，定数項$\Theta_C = (0,0,\cdots 0)'$と併せて (70) 式は

(71) $Y_t = \Theta_1 Y_{t-1} + \Theta_0 Z_t, \qquad \forall\, t \in \{1,2,\cdots T\}$

となる。

b MCMC 推計

上述統計式の推計法に関しては，本稿では推定量の漸近的特性が未知の有限標本特性に関しても有効に確かめられ，かつ各種事前情報が利用できる「マルコフ連鎖モンテカルロ法によるベイズ推定法」(BI-MCMC)[32] を適用する。また，具体的な計算のアルゴリズムとしては，ギブス・サンプラー (Gibbs sampler) を用いる。推計期間は，ブレトン・ウッズ体制から変動相場制への移行を勘案して1973年第1四半期より2009年第3四半期（標本数：147サンプルズ）[33] までとする。データはIMFの *International Financial Statistics*, CD-ROM, January 2010を用いる。各データの一覧を示せば以下のごとくである。なお，各指数はいずれも2005年＝100.0である。

C ：日本名目 GDE 民間最終消費支出額項目を日本消費者物価指数によりデフレート

C_F：同財貨サービスの輸入等項目を日本通関統計輸入価格指数によりデフレート，さらに民間最終消費支出の対 GDP 比率を掛けることにより輸入消費財サービスを推計

C_H^*：同財貨サービスの輸出等項目を日本通関統計輸出価格指数によりデフレート，さらに民間最終消費支出の対 GDP 比率を掛けることにより輸出消費財サービスを推計

Y ：日本実質 GDP

P ：日本消費者物価指数

P_F：日本通関統計輸入価格指数

P_H：日本消費者物価指数を日本輸入価格指数により輸入比率で調整

Q ：日本通関統計輸出価格指数 / 日本通関統計輸入価格指数

E ：対米ドル円建て名目為替レート期中平均

r ：日本無担保コールレート翌日物期中平均

L ：日本製造業雇用者指数

W_H：日本名目賃金指数（月額）を消費者物価指数によりデフレート

Z_H：日本実質政府最終消費支出＋実質国内総資本形成＋（1－民間最終消費支出 ÷GDP）×実質経常海外余剰

P_F^*：米国消費者物価指数を米国輸入価格指数により輸入比率で調整

r^*：米国フェデラルファンド・レート期中平均

なお，採用する時系列データに対しては，定常均衡値からの近傍乖離幅を Hodrick=Prescott フィルターによる傾向値からの差で近似する。また，為替レートと金利ならびに一部季節調整済みデータを除くすべての四半期原数値に対し，センサス X 12-ARIMA により季節調整を施す。さらに同期間中の金利 r に関する HP フィルター傾向値の平均が3.9195％（年率換算）であることから，これを定常状態での金利水準とみなして定常状態における時間的割引要素を求めると，$\beta=0.99030$（四半期ベース）となる。

ここで c, c_H, c_F, y, π, π_H, π_F, q, e, ψ_F, r, w_H の内生変数，ならびに c_H^*, π_F^*, r^*, l, Δl, ε, z_H の外生変数すべてに対して拡張的 Dickey=Fuller 単位根検定（定数あり・確定トレンドなし；ラグ次数は Schwarz 情報基準により自動的に決定）ならびに標本自己相関を考慮した Phillips=Perron 単位根検定（定数ありもしくはなし・確定トレンドなし；Newey=West バンド幅自動選択）を施すと，すべての変数で「H_0：単位根あり」という帰無仮説をいずれの検定法でも１％の有意水準で棄却できる。それゆえ，上述各変数は定常時系列変数であると判断できる[34]。

b　推計結果

かくして，マルコフ連鎖モンテカルロ法によるベイズ推定法により，第１表のような統計式の各パラメータに対する推計結果を得る。ギブス・サンプラー・アルゴリズムにより，最初の1,000個を初期値に依存する稼動検査（burn-in）期間として捨て，その後の10,000個の標本を事後分布からの標本と考えて，事後分布の平均，標準誤差，標準偏差，95％信頼区間を表示している。ただし，ここでギブス・サンプラーの初期値は OLS 推計値を用いた。第１図～第11図は，構造ショックによる定常均衡値からの乖離に関し，それら各推計式によって得られた理論値と実際の観測値とをプロットしている。加えて第２表は，理論値と観測値の標準偏差を表示しており，これは10,000個の標本平均から求められた推計パラメータに基づく統計式の適合度ないしは統計式の説明力を示すものである。これらプロット図ならびに標準偏差値より，12本のマクロ経済推計式は消費者物価式と名目為替レート式にやや難が見られるもののおおむね現実をフォローしていると判断し得る。さらに添付図は，ギブス・サンプラーで得られた各パラ

メータならびに分散の標本経路（左部分）と事後確率密度関数（右部分）を表示している。いずれの標本経路も安定した動きで十分に状態空間全体を行き来していると見なされ得ることから不変分布に収束していると判定され，かつ各推計値が事後確率密度関数の中央近辺に来ていることも分かる。

第１表を見ると，各パラメータ推計値はいずれも符号条件を満たしている。またこれら推計値から，消費習慣係数 (h) ＝0.54542，異時点間の消費代替弾力性ないしは相対的危険回避度 (ρ) ＝1.26635，労働の代替弾力性 (ν) ＝0.10670，自国輸入業者の価格据え置き確率 (ω_F) ＝0.62624，賃金改定調整率 (κ) ＝0.48890の各構造パラメータが導ける。ただし，自国生産企業の価格据え置き確率 (ω_H)，インデクセーション・ルールに基づく価格転嫁率 (r)，財サービスの代替弾力性 (θ) に対しては，上述誘導形のパラメータ推計値からは識別不能である。

Table 1　Posterior Distributions of the Parameters

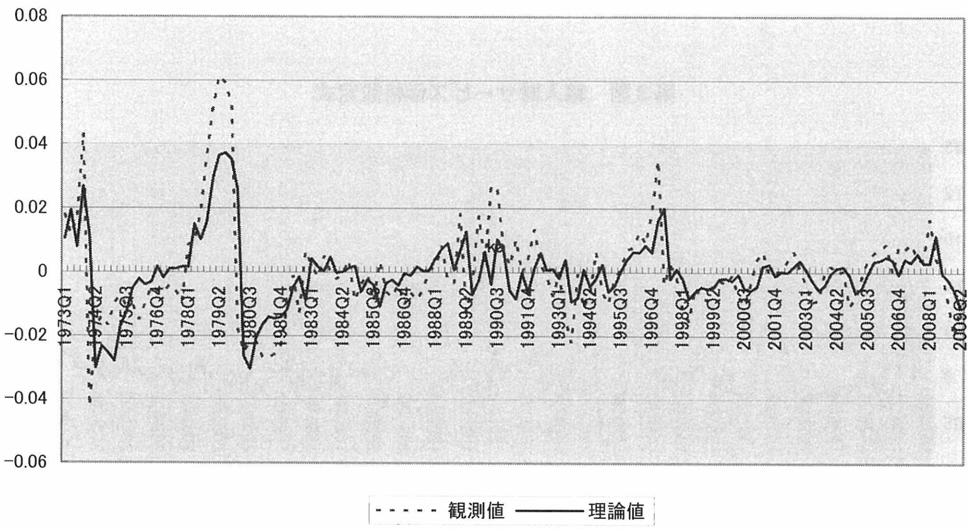
	Variable	Mean	Naïve SE	T-series SE	SD	95% Interval
(1) Consumption Eular Eq.	hca	0.54542	0.00063	0.00072	0.06326	[0.42237　0.67000]
	rr	-0.35897	0.00068	0.00070	0.06822	[-0.49195 -0.22465]
(2) Inflation Law of Motion (Domestic Prices)	ph1	0.29643	0.00075	0.00081	0.07500	[0.15120　0.44332]
	ph2	0.26110	0.00078	0.00082	0.07780	[0.11230　0.41515]
	w	0.94150	0.00316	0.00295	0.31636	[0.31551　1.56586]
(3) Inflation Law of Motion (Import Prices)	pf1	0.38844	0.00078	0.00089	0.07791	[0.23691　0.54182]
	mu	0.16675	0.00117	0.00131	0.11652	[-0.06515　0.39207]
(4) Inf. Law of Motion (CPI)	phf	0.11275	0.00085	0.00079	0.08492	[-0.05336　0.28052]
(5) Interest-rate Parity	rhf	-0.41322	0.00045	0.00052	0.04532	[-0.50138 -0.32400]
	q1	0.81660	0.00034	0.00036	0.03379	[0.75055　0.88246]
(6) Ex-rate Law of Motion	phf	0.17338	0.00107	0.00122	0.10736	[-0.03544　0.38474]
	dq	-0.22692	0.00127	0.00123	0.12710	[-0.04790　0.02632]
(7) Markup Equation	de	0.52568	0.00040	0.00046	0.03995	[0.44800　0.60433]
	pff	0.42652	0.00035	0.00034	0.03521	[0.35662　0.49662]
(8) Monetary Policy Rule	r1	0.83070	0.00036	0.00039	0.03553	[0.76190　0. 90030]
	pa	0.46580	0.00082	0.00087	0.08212	[0.30520　0. 62640]
	y1	0.05538	0.00033	0.00031	0.03266	[-0.00945　0.12020]
(9) Production Function Eq.	y1	0.51731	0.00071	0.00081	0.07137	[0.37850　0.65781]
	dl	1.30461	0.00290	0.00351	0.29040	[0.72647　1.87307]
(10) Import Goods Eq.	ca	3.29508	0.00315	0.00360	0.31540	[2.68160　3.91602]
	ch	-0.98001	0.00223	0.00275	0.22253	[-1.41800 -0.54074]
(11) Wage Setting Eq	wh1	0.48890	0.00059	0.00064	0.05901	[0.37460　0.60440]
	ca	0.42510	0.00048	0.00051	0.04783	[0.33200　0.51900]
	l	-0.10670	0.00060	0.00063	0.05952	[-0.22310　0.01047]

Note: Sample Period=1973Q1-2009Q3

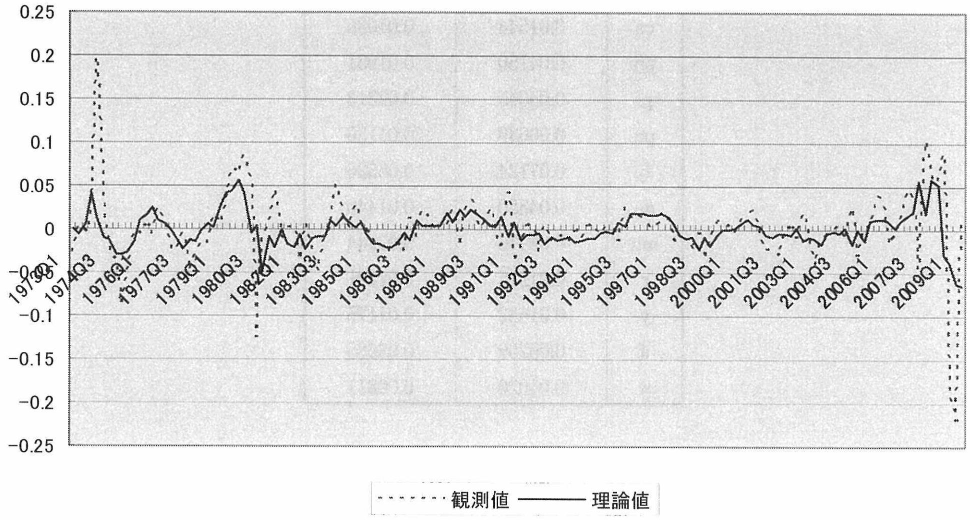
Table 2.　SD of the Theoretical/Obseved Values

	Obseved	Theoretical
ca	0.01544	0.01086
ph	0.04150	0.01931
pf	0.05345	0.02213
pa	0.00639	0.04130
q	0.07124	0.06526
de	0.04880	0.01440
mu	0.02916	0.02244
r	0.01387	0.01281
y	0.01632	0.01175
df	0.05209	0.03685
w	0.01020	0.00811

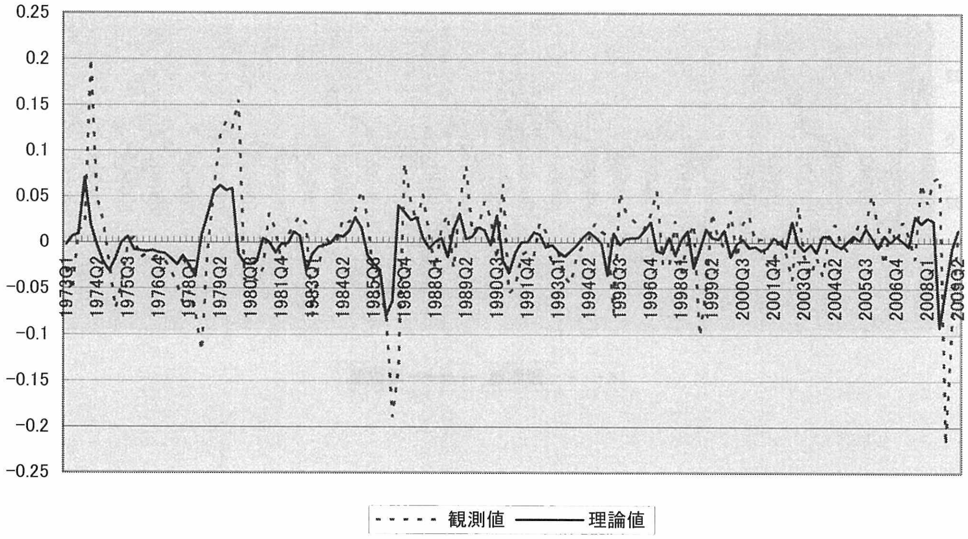
第１図　家計消費決定式



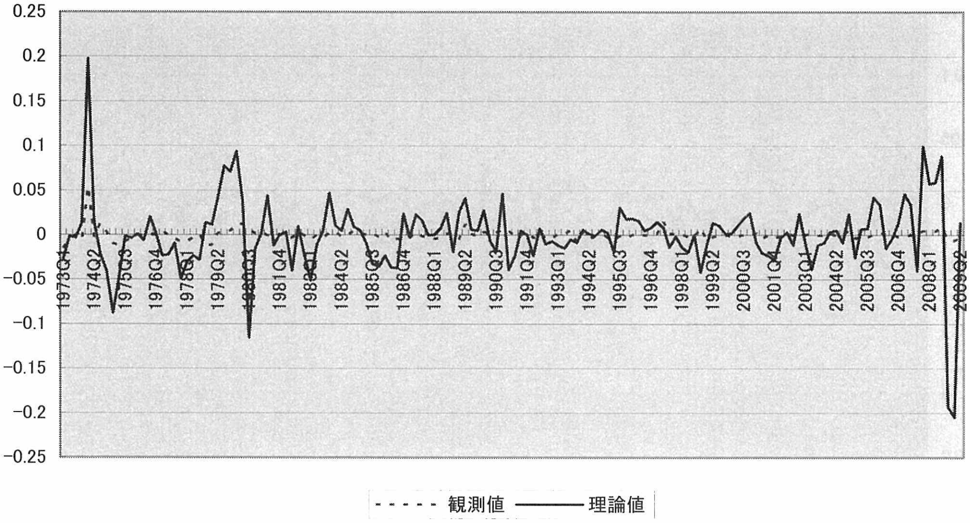
第２図　国内財サービス価格設定式



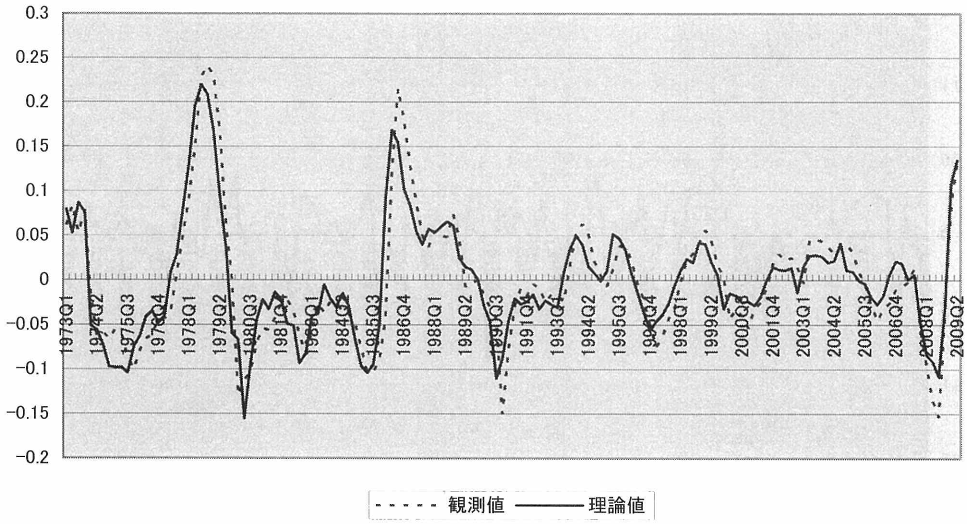
第３図　輸入財サービス価格設定式



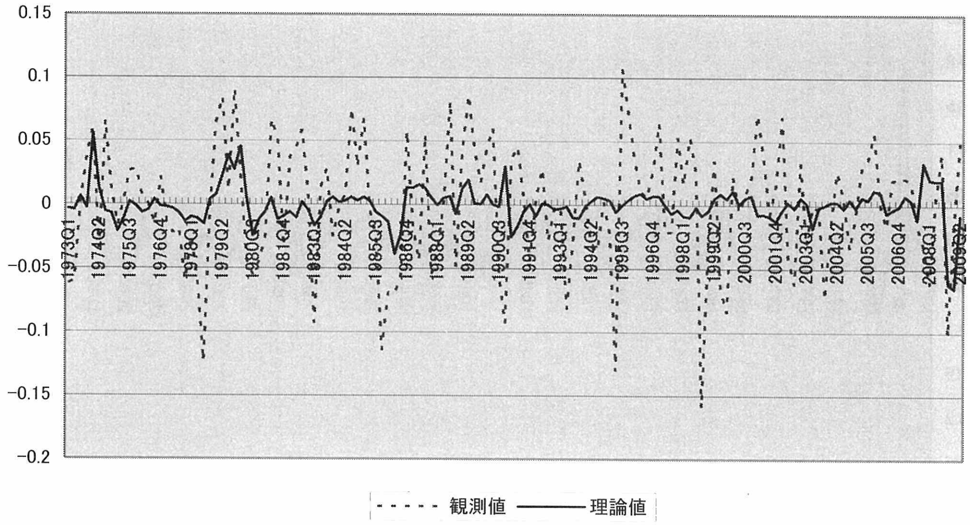
第４図　消費者物価式



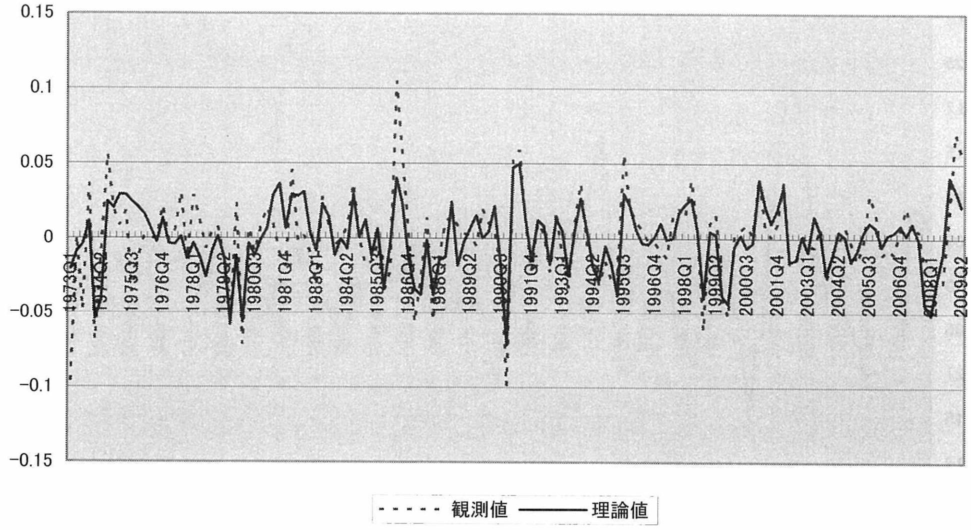
第５図　金利平価式



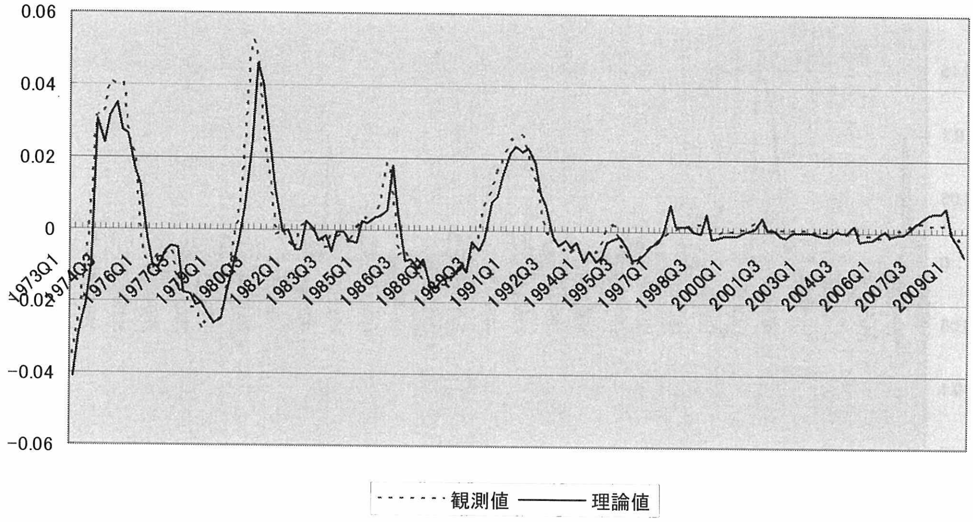
第6図　名目為替レート式



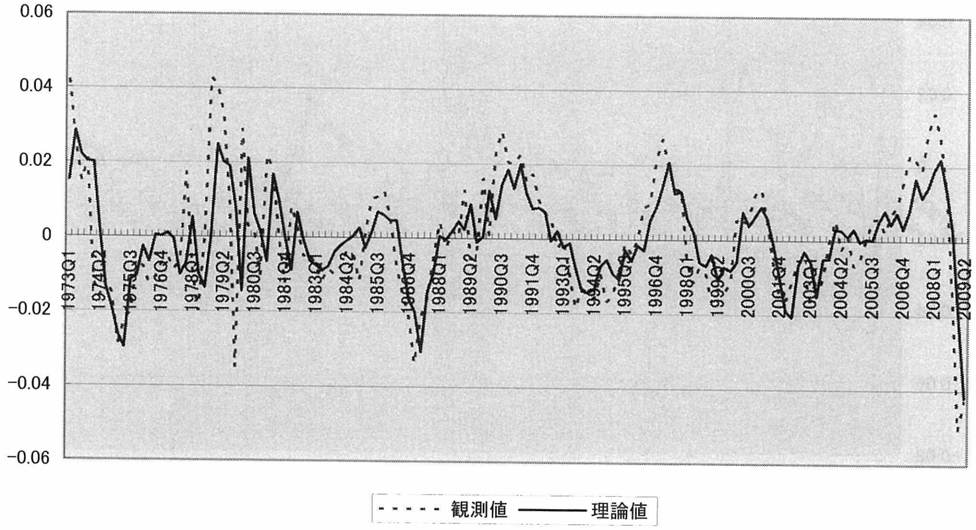
第7図　輸入財マークアップ式



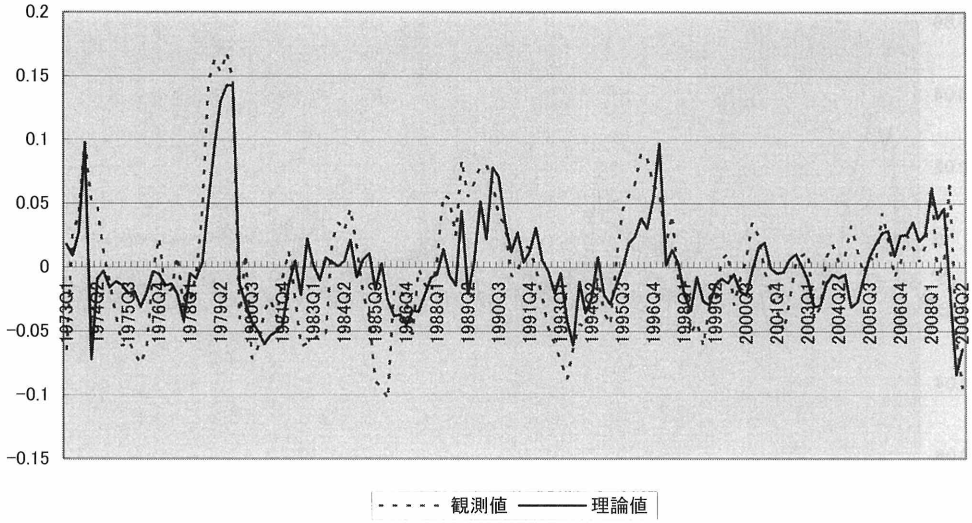
第８図　金利政策式



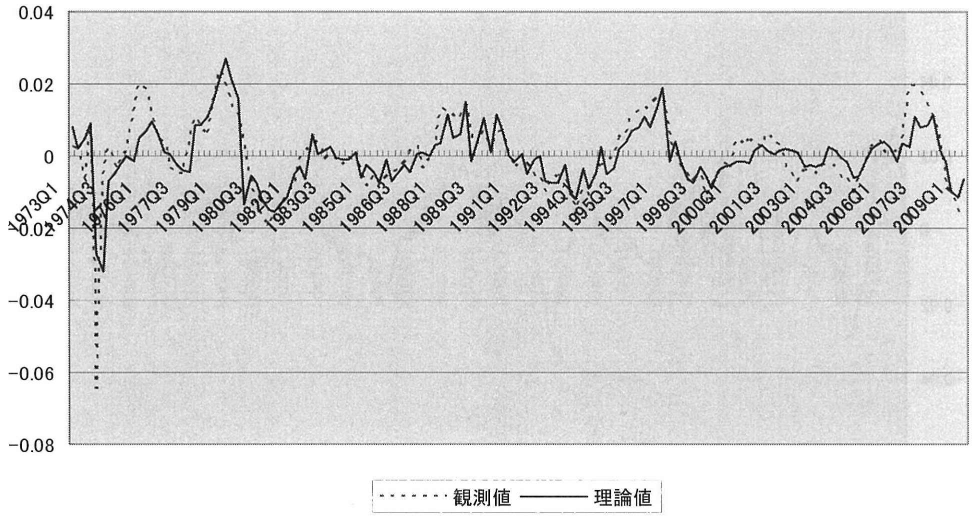
第９図　生産関数式



第10図　輸入財サービス式



第11図　賃金設定式



結び

本稿において，変動相場制への移行以降，グローバル化の進展する日本経済のマクロ動向を理論的・実証的に検討した。まずオブズフェルド＝ロゴフ・モデルに対し，消費習慣仮説，カルボ型粘着価格設定仮説，ウッドフォード型インデクセーション・ルール，名目賃金改定の遅れ，輸入業者最適化行動などを導入したところの「二国間開放経済動学的一般均衡モデル」を構築した。これにより，突如変数がジャンプするという“反応の速さ”を調整し，現実開放経済のパフォーマンスにより即した動学理論を組み立てた。ついでそうした理論的枠組みをもとに，線形合理的期待モデルに関する「シムズの解法」を用いて12本の小規模な統計式体系を導き，それら体系をベースに自国を日本経済，外国を米国経済として計量分析を行った。推計法としては，推定量の漸近的特性が未知の有限標本特性に関しても有効に確かめられ，かつ各種事前情報が利用できる「マルコフ連鎖モンテカルロ法によるベイズ推定法」を適用した。また，具体的な計算のアルゴリズムとしては，「ギブス・サンプラー」を用いた。推計期間は，ブレトン・ウッズ体制から変動相場制への移行を勘案して1973年第１四半期より2009年第３四半期までの147期間を採用した。その結果，12本のマクロ経済推計式は，消費者物価式と名目為替レート式にやや難が見られるもののおおむね現実をフォローしていると判断し得る推計値を得た。こうした一連の作業により，日本の開放マクロ経済に関する動学経路を，予想の役割を明確に定式化しつつミクロ的基礎に立脚したかたちで把握することができた。

(2010年４月：最終稿，2010年９月：受理)

補論 (1)

ここで，本稿でパラメータ推計に用いた「マルコフ連鎖モンテカルロ法によるベイズ推定法」をまとめておこう[35]。

1　BI-MCMC 法

マルコフ連鎖モンテカルロ法によるベイズ推定 (The Bayesian Inference with a Markov Chain Monte Carlo Method; BI-MCMC) とは，

(a)　事前分布 $\pi(\theta)$ を設定する，

(b)　マルコフ連鎖と呼ばれる確率過程の性質を利用して，事後分布 $f(\theta \mid data)$ から θ の確率標本（モンテカルロ標本）を生成する（サンプリング），

(c)　これらサンプリングされた値を用いて未知パラメータ θ を求める，

という一連の手続きを意味する。したがって，本 BI-MCMC 法の利点は，従来の一般的推計法では扱えなかった複雑なモデルに対しても，本推計法ではマルコフ連鎖の性質を利用すること

で任意の確率分布から乱数を生成し（モンテカルロ法），これら確率標本値からモデル・パラメータを求めることが可能となる。

2　ベイズ推定

ベイズの定理にしたがえば，θを未知パラメータ，xを観測データとしたとき，

(1)　$$f(\theta|x)=\frac{g(x|\theta)\pi(\theta)}{\int g(x|\theta)\pi(\theta)d\theta}\propto g(x|\theta)\pi(\theta)$$

すなわち，事後分布∝尤度関数×事前分布で表せる。ここで，ある尤度関数gに対して事前分布πと事後分布fが同じ形状の確率分布となれば扱いやすくなる。これを共役分布 (conjugate distribution) と称する。

3　マルコフ連鎖

確率変数列$\{X_n\}(\forall n\in\{0,1,2\cdots\})$が状態空間 Ω で一定の値をとるとき，

(2)　$$\Pr(X_{n+1}=x_{n+1}\,|\,X_n=x_n,X_{n-1}=x_{n-1}\cdots,X_0=x_0)=\Pr(X_{n+1}=x_{n+1}\,|\,X_n=x_n)$$

であるならば，$\{X_n\}$はマルコフ連鎖と称される。すなわち，$n+1$期における条件付確率分布が時点nよりも以前の履歴には依存しない確率過程がマルコフ性 (Markov property) と呼ばれるものである。さらに (2) 式の条件付確率がnから独立的なとき（i.e. 斉時的 (time-homogeneous)），

(3)　$$\Pr(X_{n+1}=x_j\,|\,X_n=x_i)=p(i,j),\quad i,j=1,2,\cdots k\qquad \forall t\in\{0,1,2,\cdots\}$$
$$p(i,j)\geq 0,\ \sum_{j=1}^{k}p(i,j)=1$$

と表し，これを推移確率と称する。さらにこの推移確率$p(i,j)$を第i,j要素とする$k\times k$行列Tを推移行列と称する。ここですべての$i,j(\in\{1,2,\cdots k\})$に対してTをn乗した値が正，すなわち$T^n|_{i,j}>0$となる有限のnが存在するならば，マルコフ連鎖は既約的 (irreducible) であるという[36]。つぎに，状態$i(\in\{1,2,\cdots k\})$に対し，$\{n\geq 1: T^n|_{i,i}>0\}$で定義される集合を考えると，これは，元の状態に戻るのに必要な時間間隔数の集合を表している。この集合の最大公約数を状態iの周期といい，すべての状態の周期が1のとき，マルコフ連鎖は非周期的 (aperiodical) であるという[37]。最後に，推移行列がTであるようなマルコフ連鎖に対して，行ベクトル$\pi=\{\pi_1,\pi_2,\cdots\pi_k\}$が

(4)　$$\pi=\pi T$$

ただし　$\pi_i \geqq 0 \quad (i \in \{1,2,\cdots k\}, \quad \sum_{i=1}^{k} \pi_i = 1$

を満たすとき，π はTの不変分布 (invariant distribution) であるという[38]。かくして次の定理が成り立つ[39]。

マルコフ連鎖の収束定理：

マルコフ連鎖 $\{X_0, X_1, \cdots\}$ が既約的でかつ非周期的であるとき，その推移行列をTとする。さらに π がTの不変分布であれば，π^n が任意の初期分布 π^0 から出発して $n \to \infty$ で不変分布に収束する，すなわち，$\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{k}\left|\pi_i^n - \pi_i\right| \to 0 \quad (n \to \infty)$ となる。

こうして，不変分布が目標分布となるようにマルコフ連鎖を構成することにより，適当な初期値から始めて十分な回数の連鎖の反復をしていくとき，マルコフ連鎖の確率標本を目標分布からの確率標本とすることができる。

ところで，これまで状態空間Ωは離散的としてきたが，これが連続的な場合でも，推移行列Tの代わりに，

(5)　$$\Pr(X_{n+1} \in A \mid X_n = X) = \int_A T(X,Y)dY \qquad X \in \Omega, \quad A \subset \Omega$$

を満たす条件付確率分布 $T(X,Y)$（推移核 (transition kernel)）を考え，この推移核 $T(X,Y)$ の不変分布を

(6)　$$\pi(Y) = \int_{\Omega} \pi(X)T(X,Y)dX$$

を満たす確率分布 $\pi(X)$ として定義すれば，上述したマルコフ連鎖の収束定理は成立する[40]。

4　ギブス・サンプラー (Gibbs sampler)

マルコフ連鎖モンテカルロ法のアルゴリズムとしては，今日①メトロポリス-ヘイスティングス・アルゴリズム (Metropolis-Hastings algorithm)，②データ拡大法 (data augmentation method)，③ギブス・サンプラー (Gibbs sampler) などが利用されるが[41]，ここでは本稿の推計で用いたギブス・サンプラーを取り上げる。

いま，目標分布 π の確率密度関数が $\pi(\theta)$ であるとし，θ は $\theta = (\theta_1, \cdots \theta_k)$ といくつかのベクトルに分割できるとする。ベイズ推定においては，θ は未知パラメータであり，また $\pi(\theta)$ はその事後確率密度関数となっている。このとき，

1)　初期値 $\theta^0 = (\theta_1^0, \theta_2^0 \cdots, \theta_k^0)$ を決める。

2)　$n = 0,1,2,\cdots$ に対して以下を繰り返す。

(i)　θ_1^{n+1} を $\pi(\theta_1^{n+1} \mid \theta_2^n, \cdots \theta_k^n)$ をから発生させる。

(ii) θ_2^{n+1}を$\pi(\theta_2^{n+1}|\theta_1^{n+1},\theta_3^n\cdots\theta_k^n)$をから発生させる。

⋮

(k) θ_k^{n+1}を$\pi(\theta_k^{n+1}|\theta_1^{n+1},\cdots\theta_{k-1}^{n+1})$をから発生させる。

こうして逐次的に得られたθ^0, θ^1, θ^2,…は，nが十分大なるとき，同時事後分布からのサンプリングと見なし得るから，

(7) $$T(\theta^n,\theta^{n+1})=\pi(\theta_1^{n+1}|\theta_2^n,\cdots\theta_k^n)\times\prod_{j=2}^{k-1}\pi(\theta_j^{n+1}|\theta_1^{n+1},\cdots\theta_{j-1}^{n+1},\theta_{j+1}^n,\cdots\theta_k^n)$$
$$\times\pi(\theta_k^{n+1}|\theta_1^{n+1},\cdots\theta_{k-1}^{n+1})$$

を推移核とするマルコフ連鎖であり，したがって，マルコフ連鎖の収束条件が満たされているならば[42]，「収束定理」からθ^nの分布はn→∞で$\pi(\theta)$を確率密度関数とする分布（i.e. 不変分布）に収束する。この収束するまでの期間は稼動検査機関 (burn-in period) と呼ばれるものである。さらにこれら実際の繰り返し計算で，いつ標本が不変分布へ収束するかという収束判定に関しては，得られた標本の時系列プロットによる方法のほか，標本から統計量を計算して収束を判定する方法も数多く提案されている[43]。

5 回帰モデルへの BI-MCMC 法の応用

ここで次のような多変数線形回帰モデルを考える。

(8) $$y=X\beta+\varepsilon,\quad \varepsilon\sim N(0,\sigma^2 I_n)$$

ただし　$y=(y_1,\cdots y_n)'$ ：確率変数で被説明変数ベクトル

$X=(x_1,\cdots x_n)'$ & $x_i=(1,x_{2i},\cdots x_{ki})'$ ：既知の定数で説明変数行列

$\beta=(\beta_1,\cdots\beta_k)'$ ：未知のパラメータで回帰係数ベクトル

ε ：n次元正規分布に従う確率変数で攪乱項，I_nはn次元単位行列，

σ^2は攪乱項の分散スカラー

このとき尤度関数は，

(9) $$f(y|\beta,\sigma^2)=\frac{1}{(\sigma\sqrt{2\pi})^n}\exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}(y-X\beta)'(y-X\beta)\right\}$$

となる。またβ, σ^2の事前分布をそれぞれ$\beta\sim N(b_0,B_0)$（正規分布），$\sigma^2\sim IG(\frac{n_0}{2},\frac{S_0}{2})$（逆ガンマ分布[44]）に独立して従うと仮定すれば，同時事前分布は

(10) $$\pi(\beta,\sigma^2)=\pi(\beta)\pi(\sigma^2)$$

$$\propto \exp\left\{-\frac{1}{2}(\beta-b_0)'B_0^{-1}(\beta-b_0)\right\}\times(\sigma^2)^{-(\frac{n_0}{2}+1)}\exp\left\{-\frac{S_0}{2\sigma^2}\right\}$$

となる。これより同時事後分布は

$$(11)\quad \pi(\beta,\sigma^2\mid y)\propto(\sigma^2)^{-(\frac{n_0}{2}+1)-\frac{n}{2}}\exp\left\{-\frac{S_0+(y-X\beta)'(y-X\beta)}{2\sigma^2}\right\}$$

$$\times\exp\left\{-\frac{1}{2}(\beta-b_0)'B_0^{-1}(\beta-b_0)\right\}$$

となる。したがって, (11) 式を平方完成法 (completion of the square)[45] を用いて展開すれば, 以下のような条件付確率分布が得られる。

$$(12)\quad \pi(\beta\mid\sigma^2,y)\propto\exp\left\{-\frac{1}{2}(\beta-b_1)'B_1^{-1}(\beta-b_1)\right\}$$

$$\pi(\sigma^2\mid\beta,y)\propto(\sigma^2)^{-(\frac{n_1}{2}+1)}\exp\left\{-\frac{S_1}{2\sigma^2}\right\}$$

ただし, $b_1=B_1(B_0^{-1}b_0+\sigma^{-2}X'y)$

$B_1^{-1}=B_0^{-1}+\sigma^{-2}X'X$

$n_1=n_0+n$

$S_1=S_0+(y-X\beta)'(y-X\beta)$

これから, 具体的計算アルゴリズムとしてのギブス・サンプラーが以下のようにして求まる。

1)　初期値 $\beta^{(0)}$, $\sigma^{2(0)}$ を決める。

2)　$\beta^{(n)}$, $\sigma^{2(n)}$ ($n=0,1,2,\cdots$) が得られたら,

(i)　$\beta^{(n+1)}\mid\sigma^{2(n)},y\sim N(b_1,B_1)$ を発生させる。

ただし, $b_1=B_1^{(n)}(B_0^{-1}b_0+\sigma^{-2(n)}X'y)$, $B_1=(B_0^{-1}+\sigma^{-2(n)}X'X)^{-1}$

(ii)　$\sigma^{2(n+1)}\mid\beta^{(n+1)},y\sim IG(\frac{n_1}{2},\frac{S_1}{2})$ を発生させる。

ただし, $S_1=S_0+(y-X\beta^{(n+1)})'(y-X\beta^{(n+1)})$

3)　n を $n+1$ として2) に戻る。これら手順を繰り返しつつ, 初期値の影響を受けていそうな最初の部分のサンプリングを捨て, 残りをパラメータ推計に利用する。

補論 (2)

Sims 行列

$\Gamma_0 =$

c_t	πh_t	πf_t	π_t	q_t	ψf_t	e_t	r_t	y_t	cf_t	ch_t	wh_t	$E_t\pi_{t+1}$	$E_t\pi h_{t+1}$	$E_t\pi f_{t+1}$	E_tq_{t+1}
1	0	0	0	0	0	0	$(1-h)/\rho$	0	0	0	0	$-(1-h)/\rho$	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$-\beta/(1+\omega\beta\gamma)$	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$-\beta$	0
0	$\alpha-1$	$-\alpha$	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	-1	0	0	0	0	0	1	0	-1
0	-1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	$-\chi 2$	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
$-1/\alpha$	0	0	0	0	0	0	0	0	1	$(1-\alpha)/\alpha$	0	0	0	0	0
$-\rho/(1-h)$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	-1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$\Gamma_1 =$

c_{t-1}	πh_{t-1}	πf_{t-1}	π_{t-1}	q_{t-1}	ψf_{t-1}	e_{t-1}	r_{t-1}	y_{t-1}	cf_{t-1}	ch_{t-1}	wh_{t-1}	$E_{t-1}\pi_t$	$E_{t-1}\pi h_t$	$E_{t-1}\pi f_t$	$E_{t-1}q_t$
h	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	$\gamma/(1+\omega\beta\gamma$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$(1-\omega)(1-\omega\beta)/\omega(1+\theta)(1+\omega\beta\gamma)$	0	0	0	0
0	0	1	0	0	$(1-\omega)(1-\omega\beta)/\omega$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	$\chi 1$	$\chi 3$	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	κ	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

$$\Psi = \begin{array}{c} \begin{array}{cccccccc} r_t^* & \pi_{ft}^* & E_t\pi_{ft+1}^* & \Delta l_t & \varepsilon_t & l_t & c_{ht}^* & z_{ht} \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \nu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$\Pi = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} \eta_{\pi t} & \eta_{\pi ht} & \eta_{\pi ft} & \eta_{qt} \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

注

1) Mundell, R.A. (1963), "Capital Mobility and Stabilization Policy under Fixed and Flexible Exchange Rates," ***Canadian Journal of Economics and Political Science***, Vol.29, No.4, Fleming, J.M. (1962), "Domestic Financial Policies under Fixed and Floating Exchange Rate," ***International Monetary Fund Staff Paper***, Vol.9.

2) Lucas, Jr., R.E. (1981), ***Studies in Business Cycle Theory***, The MIT Press.

3) Obstfeld/Rogoff (1995) (1996).

4) Lane, P.R. (1999), "The New Open Economy Macroeconomics: A Survey," ***Trinity Economic Paper Series***, No.3, Trinity College Dublin, Sarno, L. (2001), "Towards a New Paradigm in Open Economy Modeling: Where Do We Stand?" ***Federal Reserve Board of St. Louis Review***, May/June 2001

5) 本稿補論 (1)。

6) ibid.

7) 本章で展開したモデルは，主として Obstfeld/Rogoff (1995) (1996), Woodford (2003), Calvo (1983), Sbordone (2002), Monacelli (2005) に負っている。

8) Woodford (2003) Chap.5.

9) 岡田 (2010)。

10) ibid. なお，本モデルで採用した債券 B は満期を1年とするため，t 期に購入した $(t+1)$ 期の債券 B_{t+1} は $(t+2)$ 期にはすべてが金利と共に払い戻され，その価値額はゼロとなる。したがって，通常の主体的均衡条件の一つであるところの債券ストックに対する no-Ponzi-game 条件式は本モデルでは不要となっている。

11) 消費習慣仮説に従う t 期の CES 型効用関数を $u = \dfrac{(C_t - hC_{t-1})^{1-\rho}}{1-\rho} - \dfrac{(L_t)^{1+\nu}}{1+\nu}$ と置く。したがって，消費財サービスの限界効用は，

$$\frac{\partial u}{\partial(C_t - hC_{t-1})}(\equiv u_{\partial C}) = (C_t - hC_{t-1})^{-\rho}$$

となるが，両辺の対数をとると，

$$\ln u_{\partial C} = -\rho \ln(C_t - hC_{t-1})$$

が得られる。ここで，$C_t - hC_{t-1}$を定常均衡値$\overline{C}(1-h)$からの微小増分とすれば，対数関数の微分より

$$d\ln u_{\partial C} = -\rho \frac{C_t - hC_{t-1}}{\overline{C}(1-h)}$$

となる。ここで，hC_{t-1}は定常均衡値$\overline{C}$からの微小増分であったから，$\forall\, h \in [0.1)$ に対して$\frac{hC_{t-1}}{\overline{C}} \fallingdotseq \frac{(C_{t-1})^h}{\overline{C}}$となるため，$C_t = \overline{C}\exp(\ln C_t)$, $hC_{t-1} \fallingdotseq (C_{t-1})^h = \overline{C}\exp(h\ln C_{t-1})$と置けば，$\exp x \approx 1 + x$ (i.e. テイラー展開) であるゆえ，

$$d\ln u_{\partial C} = -\rho \frac{\overline{C}\exp(\ln C_t) - \overline{C}\exp(h\ln C_{t-1})}{\overline{C}(1-h)}$$

$$= -\rho \frac{(1+\ln C_t) - (1+h\ln C_{t-1})}{1-h} = -\rho \frac{\ln C_t - h\ln C_{t-1}}{1-h}$$

が求まる。かくして，$c_t \equiv \ln C_t$,　$c_{t-1} \equiv \ln C_{t-1}$として，

$$d\ln u_{\partial C} = -\frac{\rho}{1-h}(c_t - hc_{t-1})$$

を得る。

12) ここでは便宜的に $z \equiv j \in (0,1) \cup (1,2)$ としておく。
13) 岡田 (2009a) 第5章。
14) ditto (2010)。
15) ibid.
16) ibid.
17) Calvo (1983).
18) Woodford (2003) Chap.3.
19) 岡田 (2010)。
20) Sbordone (2002).
21) 岡田 (2010)。
22) Gali, J. and M. Gertler (1999), "Inflation Dynamics: A Structural Econometric Analysis," *Journal of Monetary Economics*, Vol.44, pp.195-222
23) 岡田 (2009b)。
24) ditto (2010)。
25) ditto (2006) p.67.
26) これら統計式の導出に際しては，Lubik/Schorfheide (2005), Bergin (2003) を参照した。
27) ただし，日本からの財サービス輸出C_H^*に関しては，対世界向け全体とする。また，日本への財サービス輸入 C_F に関しても同様に，世界全体からの輸入とする。さらに国内財サービス価格ならびに輸入財サービス価格の設定式 (Eq02) 式・(Eq03) 式において，理論式では限界費用は今期の値であったが，推計式では時間的調整過程を考慮し，生産企業・輸入業者はともに１期前の限界費用を基に今期の各価格を設定すると考える。その他，(Eq12) 式の財サービス市場均衡式に関し，理論モデルでは貯蓄・投資と政府最終消費支出を捨象して展開しているため，生産 (Y) ＝家計消費 (C) となっているが，推計式では，実際のGDE 統計から Z ＝政府最終消費支出＋国内総資本形成＋（1－民間最終消費支出 ÷GDP）× 経常海外余剰を加えた。
28) Blanchard, O.J. and C.M. Kahn (1980), "The Solution of Linear Difference Models under Rational Expectations," *Econometrica*, Vol.48, pp.1305-1311
29) King, R.G. and M.W. Watson (1998), "The Solution of Singular Linear Difference Systems under Rational Expectations," *International Economic Review*, Vol.39, pp.1015-1026
30) Sims (1995).

31) ibid. p.12.

32) マルコフ連鎖モンテカルロ法によるベイズ推定法ならびにギブス・サンプラー・アルゴリズムの概略に関しては，補論 (1) を参照。なお，ギブス・サンプラー・アルゴリズムの計算ソフトは，R の Markov Chain Monte Carlo Package (Copyright 2003-2010 by Martin, A.D., K.M. Quinn, and J.H. Park) を使用した。本プログラム内容については，Martin, A.D. et al. (2009) "Packge 'MCMCpack' " (http://mcmcpack.wustl.edu) に説明されている。

33) したがって，本稿では2001年第４四半期以降のゼロ金利期間におけるマイナスの理論値を許容した。

34) 拡張的 Dickey=Fuller 単位根検定，Phillips=Perron 単位根検定，Hodrick-Prescott フィルター計算，センサス X12-ARIMA 季節調整は，EViews Version 6を用いた。

35) 本補論をまとめるに際しては，大森 (2001) (2007)，大森 / 渡部 (2008)，古澄 (2008)，中妻 (2007)，和合 (1998) (2007)，渡部 (1999)，Gamerman/Lopes (2006), Kendall (2005), Robert/Casella (2004) を参考にした。

36) 岡田 (2010)。

37) ibid.

38) ibid.

39) 大森 (2001)p.312，古澄 (2008) p.279。

40) 古澄 (2008)p.280。

41) 大森 (2001) (2007)，大森 / 渡部 (2008)，中妻 (2007)。

42) マルコフ連鎖の収束条件は，多くの応用例で満たされていることが分かっている（大森 (2007)p.707)。

43) 大森 / 渡部 (2008)pp.229-231, 古澄 (2008)pp.290-291.

44) (α,β) をパラメータとする逆ガンマ分布の確率密度関数は

$$\pi(x\mid\alpha,\beta)=\frac{\beta^{\alpha}}{\Gamma(\alpha)}x^{-(\alpha+1)}\exp\left(-\frac{\beta}{x}\right)\qquad x>0,\quad \alpha>0,\quad \beta>0$$

ただし，$\Gamma(\alpha)=\int_0^{\infty}x^{\alpha-1}e^{-x}dx$

で定義され，$X\sim IG(\alpha,\beta)$ と表記される。$X\sim IG(\alpha,\beta)$ であれば，$X^{-1}\sim G(\alpha,\beta)$ であるから，逆ガンマ分布からのサンプリングは，したがって，ガンマ分布からサンプリングして逆数をとればよいことが分かる。

45) (11) 式において，指数関数部分は，

$$\exp\left\{\frac{\sigma^{-2}(y-X\beta)'(y-X\beta)+(\beta-b_0)'B_0^{-1}(\beta-b_0)+\sigma^{-2}S_0}{-2}\right\}$$

であるが，ここで分子を整理すると，

$$\sigma^{-2}\{y'y+(X\beta)'(X\beta)-2(X\beta)'y\}+(\beta' B_0^{-1}\beta+b_0'B_0^{-1}b_0-2\beta' B_0^{-1}b_0)+\sigma^{-2}S_0$$

$$=\{\sigma^{-2}(X\beta)'(X\beta)+\beta' B_0^{-1}\beta\}-2\{\sigma^{-2}(X\beta)'y+\beta' B_0^{-1}b_0\}+(\sigma^{-2}y'y+b_0'B_0^{-1}b_0+\sigma^{-2}S_0)$$

$$=\left(\beta-(\sigma^{-2}X'X+B_0^{-1})^{-1}(\sigma^{-2}X'y+B_0^{-1}b_0)\right)'\left(\sigma^{-2}X'X+B_0^{-1}\right)$$

$$\times\left(\beta-(\sigma^{-2}X'X+B_0^{-1})^{-1}(\sigma^{-2}X'y+B_0^{-1}b_0)\right)$$

$$-(\sigma^{-2}X'y+B_0^{-1}b_0)'(\sigma^{-2}X'X+B_0^{-1})^{-1}(\sigma^{-2}X'y+B_0^{-1}b_0)+(\sigma^{-2}y'y+b_0'B_0^{-1}b_0+\sigma^{-2}S_0)$$

となるから，

$$B_1^{-1}=\sigma^{-2}X'X+B_0^{-1}$$

$$b_1=B_1(\sigma^{-2}X'y+B_0^{-1}b_0)$$

$$C=-(\sigma^{-2}X'y+B_0^{-1}b_0)'(\sigma^{-2}X'X+B_0^{-1})^{-1}(\sigma^{-2}X'y+B_0^{-1}b_0)+(\sigma^{-2}y'y+b_0'B_0^{-1}b_0+\sigma^{-2}S_0)$$

：β に依存しない定数

と置けば，先の指数関数の部分は，

$$\exp\left\{-\frac{1}{2}[(\beta-b_1)B_1^{-1}(\beta-b_1)+C]\right\}\propto\exp\left\{-\frac{1}{2}(\beta-b_1)B_1^{-1}(\beta-b_1)\right\}$$

となる。

参考文献

大森祐浩 (2001)「マルコフ連鎖モンテカルロ法の最近の展開」『日本統計学会誌』第31巻第3号 pp.305-344.

______(2007)「マルコフ連鎖モンテカルロ法」蓑谷千凰彦 / 縄田和満 / 和合肇編著『計量経済学ハンドブック』朝倉書店 pp.699-723.

______/ 渡部敏明 (2008)「ＭＣＭＣとその確率的ボラティリティモデルへの応用」国友直人 / 山本拓監修『21世紀の統計科学Ｉ：社会・経済の統計』東京大学出版会 pp.223-266.

岡田義昭 (2006)『国際金融の新たな枠組み』成文堂

______(2009a)『開放経済下の新マクロ経済分析：理論的・実証的アプローチ』成文堂

______(2009b)「開放経済下の金融政策と為替レート変動」『愛知学院大学論叢・商学研究』第50巻第1号

______(2010)「二国間開放マクロ経済モデルの統計的検証：テクニカル・ノート」*mimeo*

楠田康之 (2008)「経済分析のためのＭＣＭＣ入門」構造推定研究会配布資料，日本福祉大学

古澄英男 (2008)「マルコフ連鎖モンテカルロ法入門」国友直人 / 山本拓監修『21世紀の統計科学Ⅲ：数理・計算の統計科学』東京大学出版会 pp.271-304.

中妻照雄 (2007)『入門ベイズ統計学』朝倉書店

和合肇 (1998)「ベイズ計量経済分析における最近の発展」『日本統計学会誌』第28巻第3号 pp.253-305.

______(2007)「ベイジアン計量経済学」蓑谷千凰彦 / 縄田和満 / 和合肇編著『計量経済学ハンドブック』朝倉書店 pp.665-698.

渡部洋 (1999)『ベイズ統計学入門』福村出版

Bayoumi, T. et al. (2004), "GEM: A New International Macroeconomic Model," *Occasional Paper* 239, International Monetary Fund

Bergin, P.R. (2003), "Putting the 'New Open Economy Macroeconomics' to a Test," *Journal of International Economics*, Vol.60, pp.3-34

Calvo, G.A. (1983), "Staggered Prices in a Utility-Maximizing Framework," *Journal of Monetary Economics*, Vol.12, pp.383-398

Christiano, L.J., M. Eichenbaum, and C. Evans (2005), "Nominal Rigidities and the Dynamic Effects of a Shock to Monetary Policy," *Journal of Political Economy*, Vol.113, pp.1-45

Erceg, C.J., D.W. Henderson, and A.T. Levin (1999), "Optimal Monetary Policy with Staggered Wage and Price Contracts," *International Finance Discussion Paper* 640, Board of Governors of the Federal Reserve System

______, L. Guerrieri, and C. Gust (2006), "SIGMA: A New Open Economy Model for Policy Analysis," *International Finance Discussion Paper* 835, Board of Governors of the Federal Reserve System

Fujiwara, I., N. Hara, Y. Hirose, and Y. Teranishi (2005), "The Japanese Economic Model (JEM)," *Monetary and Economic Studies*, May 2005, pp.61-142.

Gali, J. (2008), *Monetary Policy, Inflation, and the Business Cycle*, Princeton University Press

______ and T. Monacelli (2005), "Monetary Policy and Exchange Rate Volatility in a Small Open Economy," *Review of Economic Studies*, Vol.72, pp.707-734

Gamerman, D. and H.F. Lopes (2006), *Markov Chain Monte Carlo: Stochastic Simulation for Bayesian Inference*, 2nd ed. Chapman & Hall

Harrison, R. et al. (2005), *The Bank of England Quarterly Model*, Bank of England Publications

Hayashi, F. (2000), *Econometrics*, Princeton University Press

Ichiue, H., T. Kurozumi, and T. Sunakawa (2008), "Inflation Dynamics and Labor Adjustments in Japan: A Bayesian DSGE Approach," *Working Paper* No.08-E-9, Bank of Japan

Iiboshi, H., S. Nishiyama, and T. Watanabe (2006), "An Estimated Dynamic Stochastic General Equilibrium Model of the Japanese Economy: A Bayesian Analysis," *mimeo*

International Monetary Fund (2010), *International Financial Statistics*, CD-ROM, January 2010

Kendall, W.S. (2005), *Markov Chain Monte Carlo: Innovations and Applications*, Lecture Notes Series, Institute for Mathematical Sciences, World Scientific Singapore

Laxton, D. and P. Pesenti (2003), "Monetary Policy Rules for Small, Open, Emerging Economies," *Journal of Monetary Economics*, Vol.50, pp.1109-1146

Levin, A.T., A. Onatski, J.C. Williams, and N. Williams (2005), "Monetary Policy under Uncertainty in Micro-founded Macroeconometric Models," *Working Paper* 11523, National Bureau of Economic Research

Lubik, T. and F. Schorfheide (2005), "A Bayesian Look at New Open Economy Macroeconomics," *Economics Working Paper Archive* 521, The Johns Hopkins University

Mkrtchyan, A., E. Debla-Norris, and A. Stepanyan (2009), "A New Keynesian Model of the Armenian Economy," *IMF Working Paper*, WP/09/66, International Monetary Fund

Monacelli, T. (2005), "Monetary Policy in a Low Pass-Through Environment," *Journal of Money, Credit, and Banking*, Vol.37, No.6, pp.1047-1066

Onatski, A. and N. Williams (2005), "Empirical and Policy Performance of a Forward-looking Monetary Model," *mimeo*

Obstfeld, M. and K. Rogoff (1995), "Exchange Rate Dynamics Redux," *Journal of Political Economy*, Vol.103, No.3

______ and ______ (1996), *Foundations of International Macroeconomics*, The MIT Press

Robert, C.P. and G. Casella (2004), *Monte Carlo Statistical Methods*, 2nd ed. Springer

Sbordone, A.M. (2002), "Prices and Unit Labor Costs: A New Test of Price Stickiness," *Journal of Monetary Economics*, Vol.49, pp.265-292

Sims, C.A. (1995), "Solving Linear Rational Expectations Models," *mimeo*

Smets, F. and R. Wouters (2003), "An Estimated Dynamic Stochastic General Equilibrium Model of the Euro Area," *Journal of the European Economic Association*, Vol.1, pp.1123-1175

Sugo, T. and K. Ueda (2007), "Estimating a DSGE Model for Japan: Evaluating and Modifying a CEE/SW/LOWW Model," *Working Paper Series*, No.07-E-2, Bank of Japan

Walsh, C.E. (2003), *Monetary Theory and Policy*, The MIT Press

Wickens, M. (2008), *Macroeconomic Theory: A Dynamic General Equilibrium Approach*, Princeton University Press

Woodford, M. (2003), *Interest and Prices*, Princeton University Press

添付図

Figure 1: [Eq01] Consumption Eular Equation

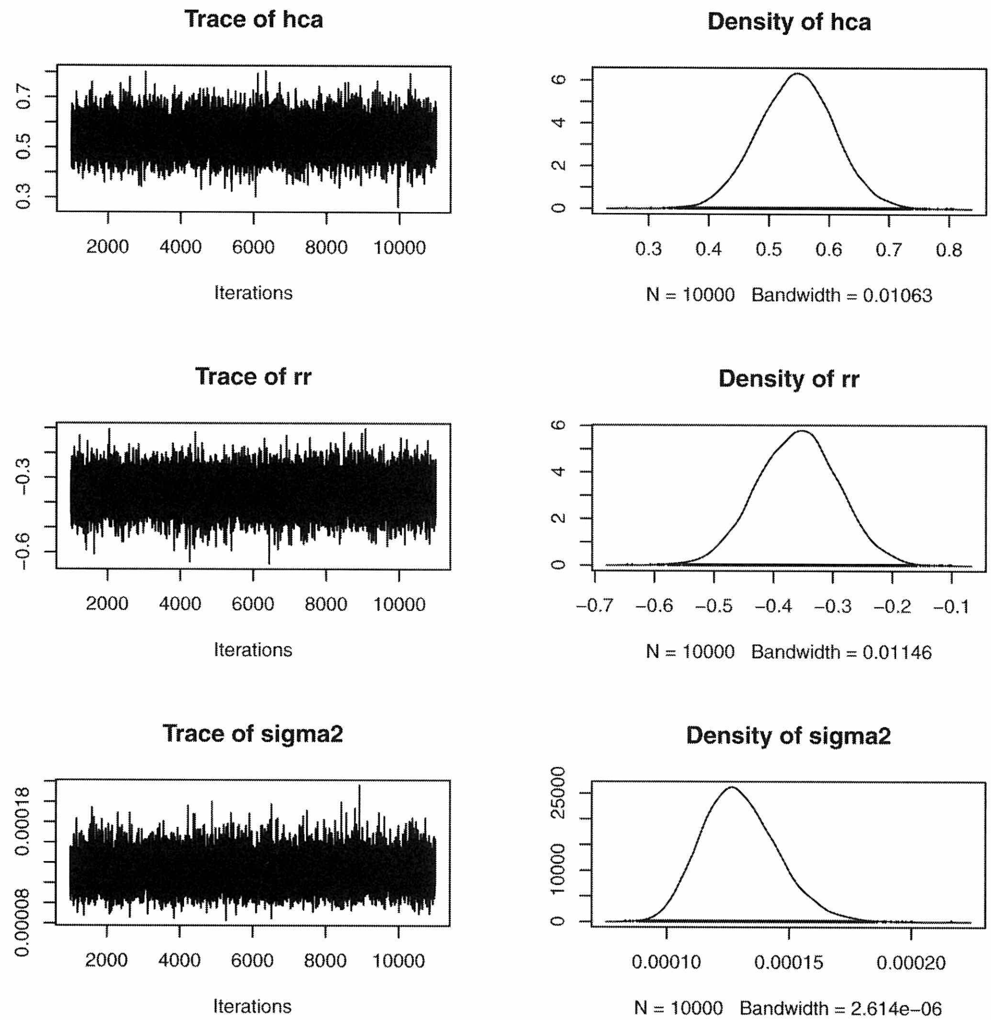


Figure 2: [Eq02] Inflation Law of Motion (Domestic Prices)

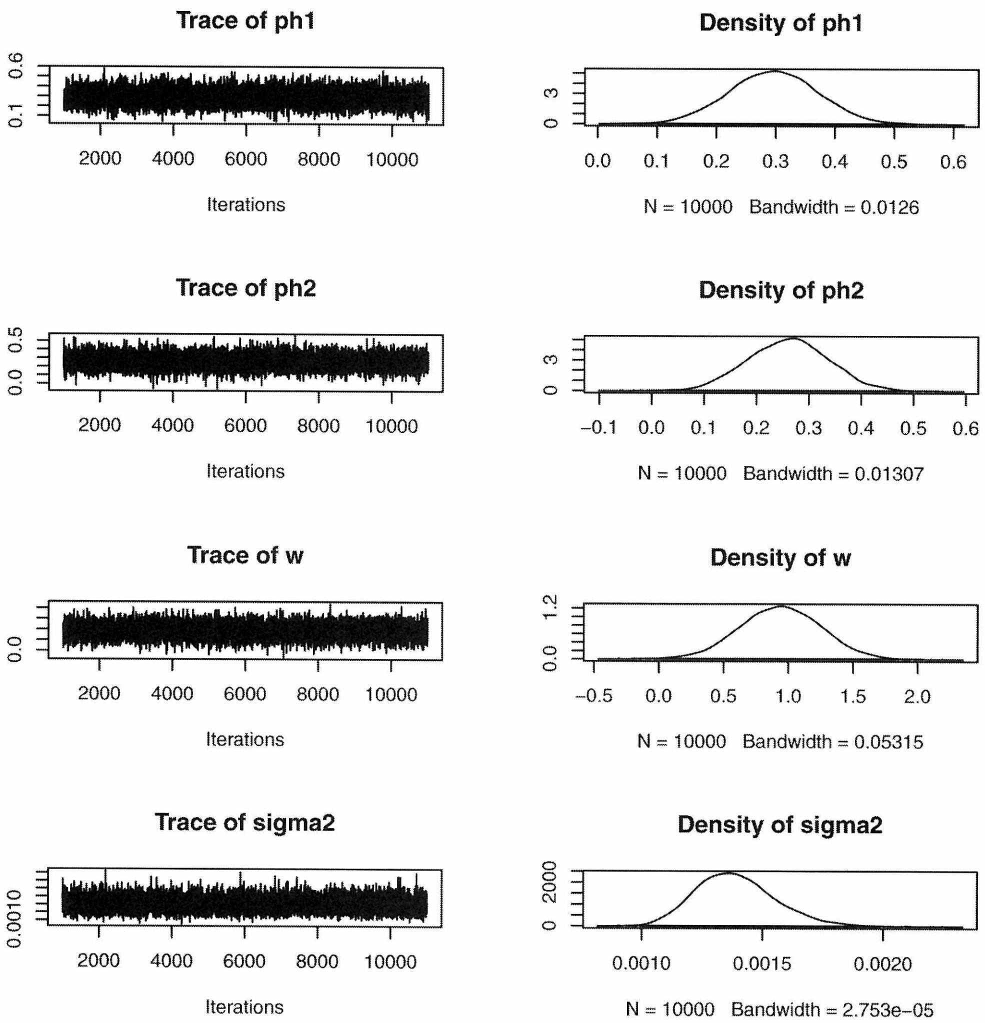


Figure 3: [Eq03] Inflation Law of Motion (Import Prices)

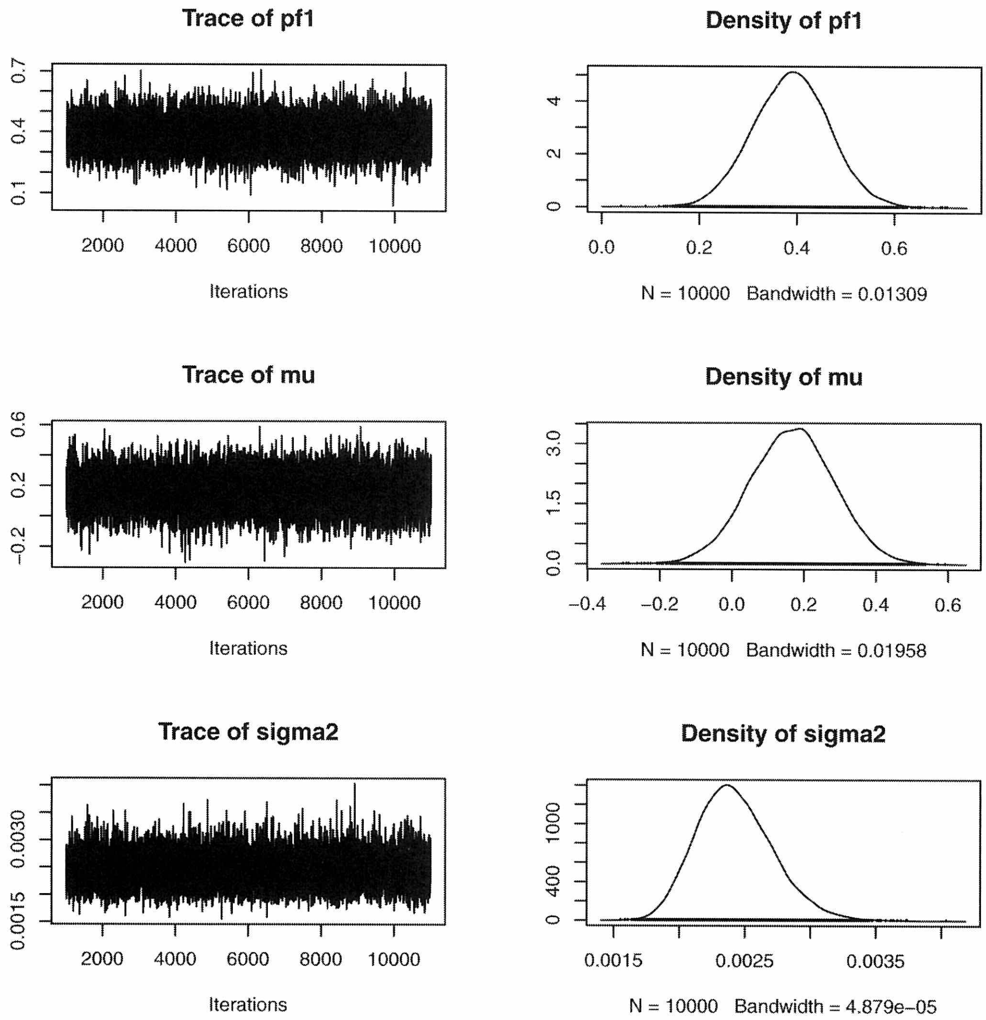


Figure 4: [Eq04] Inflation Law of Motion (CPI)

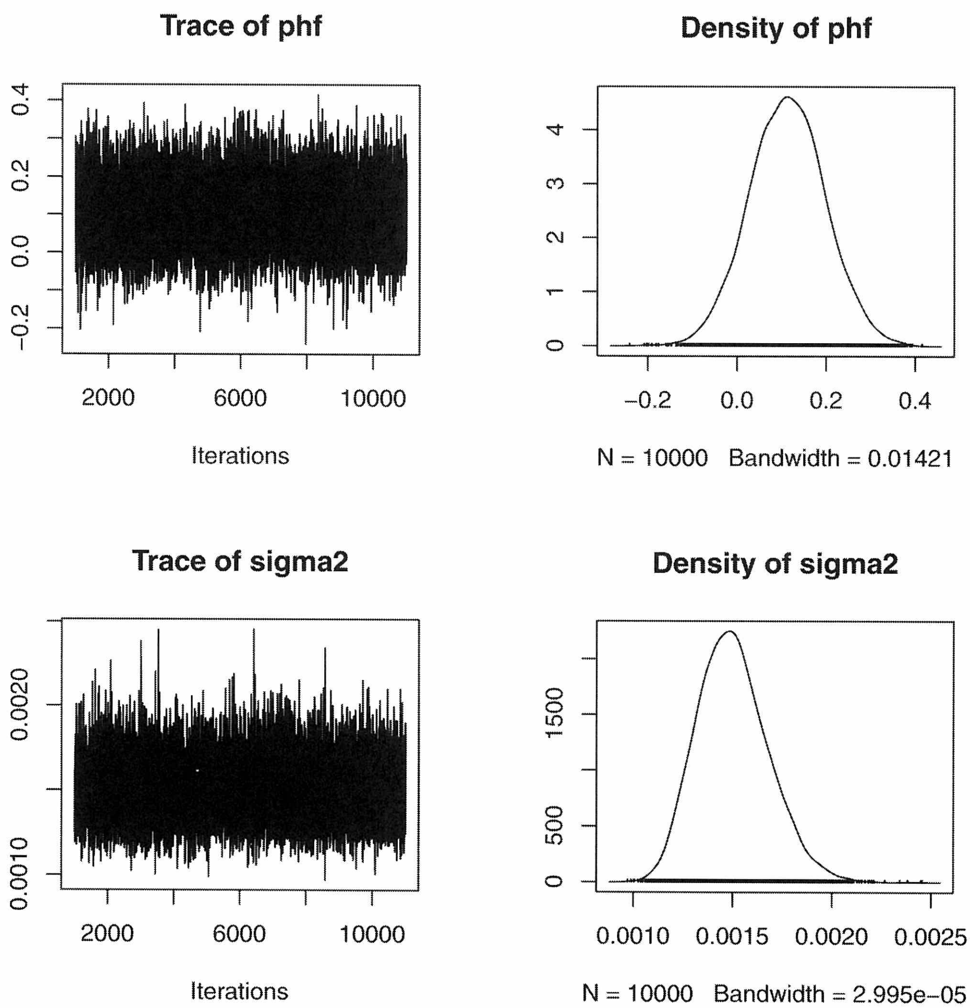


Figure 5: [Eq05] Interest-rate Parity

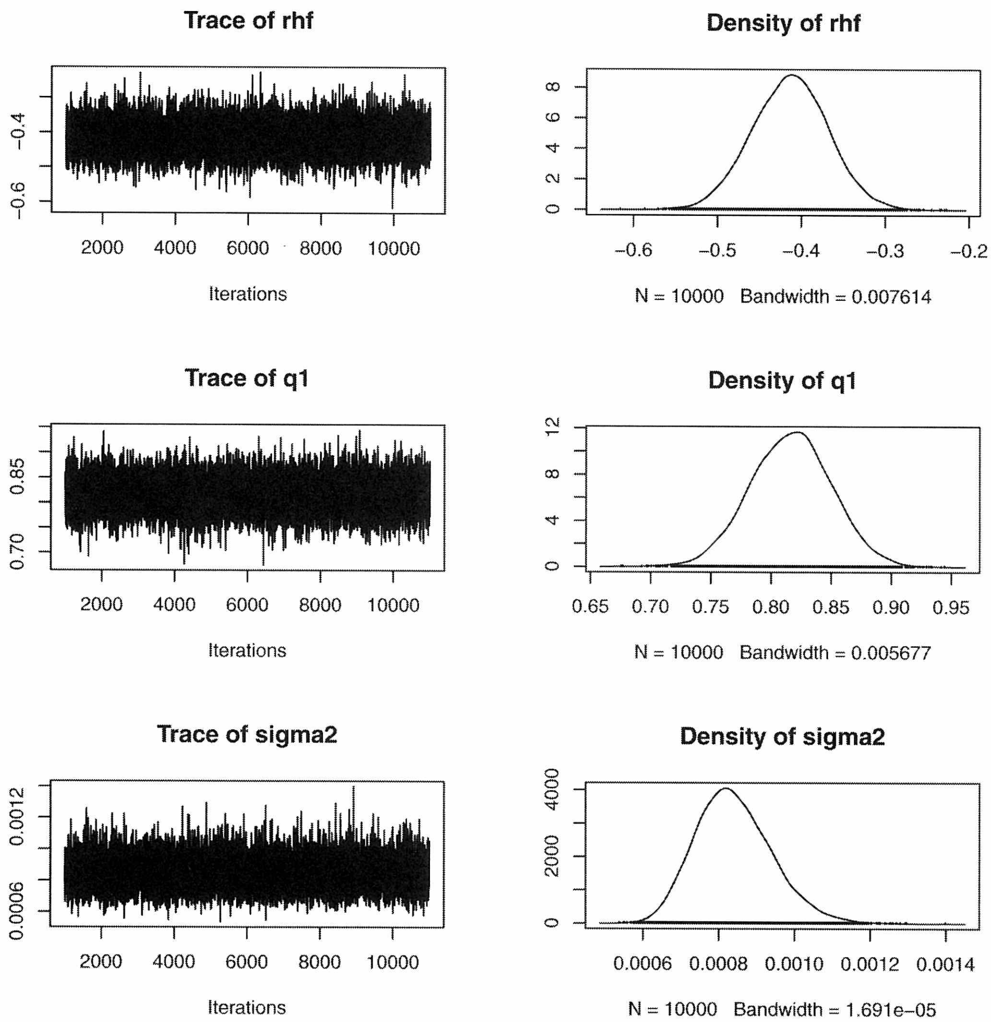


Figure 6: [Eq06] Exchange-rate Law of Motion

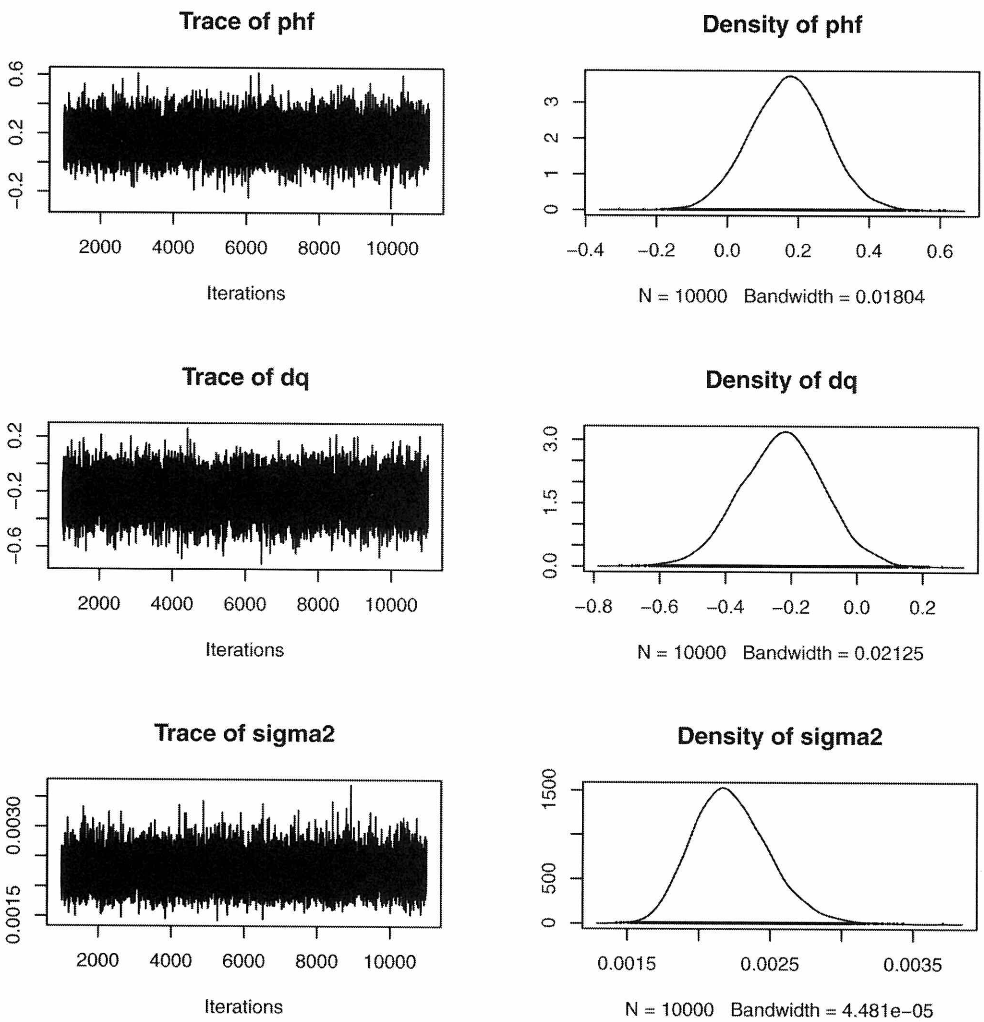


Figure 7: [Eq07] Markup Equation

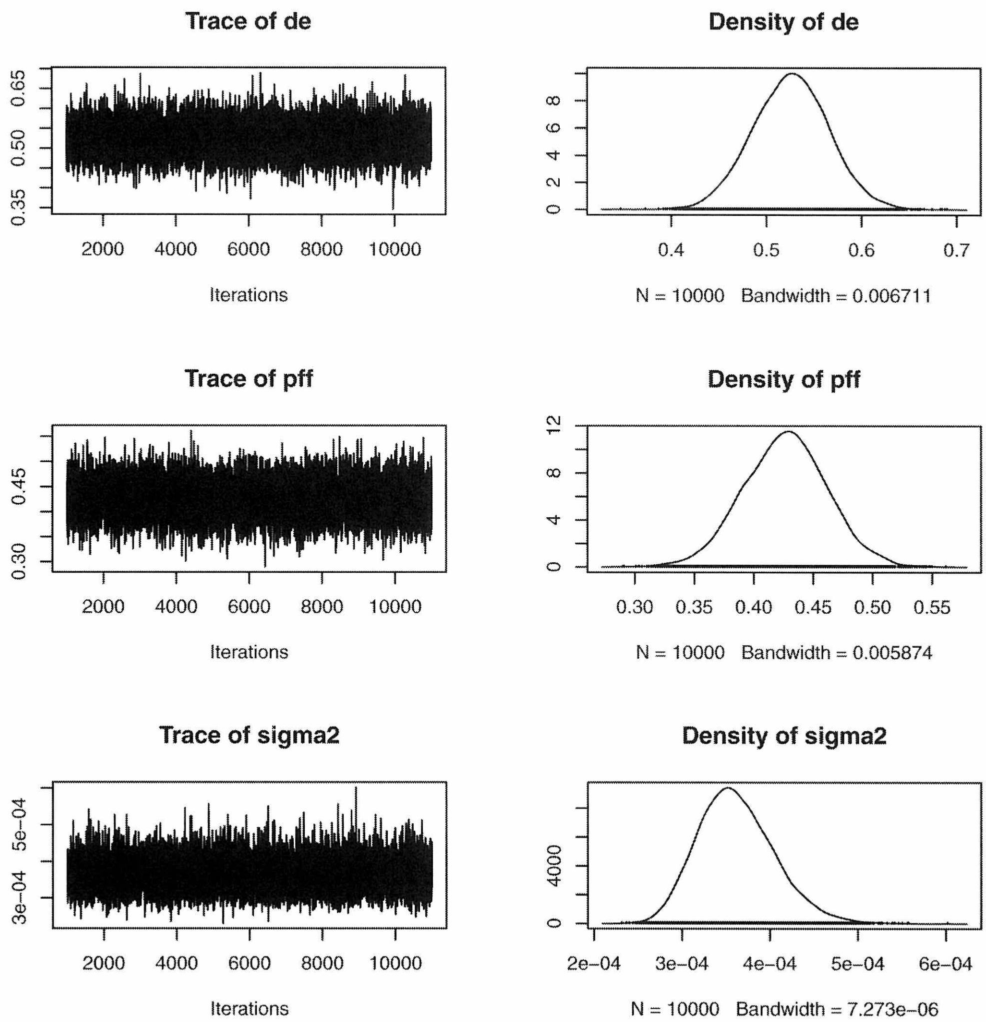


Figure 8: [Eq08] Monetary Policy Rule

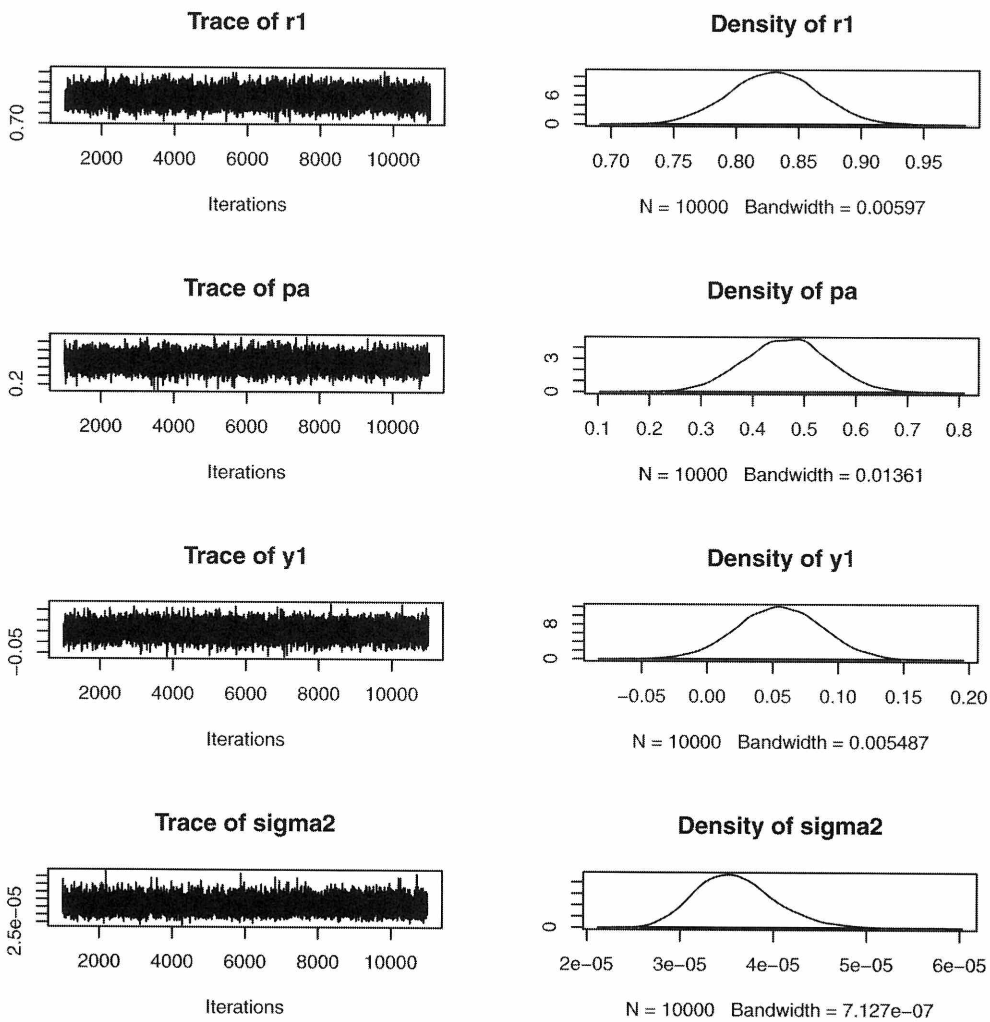


Figure 9: [Eq09] Production Function Equation

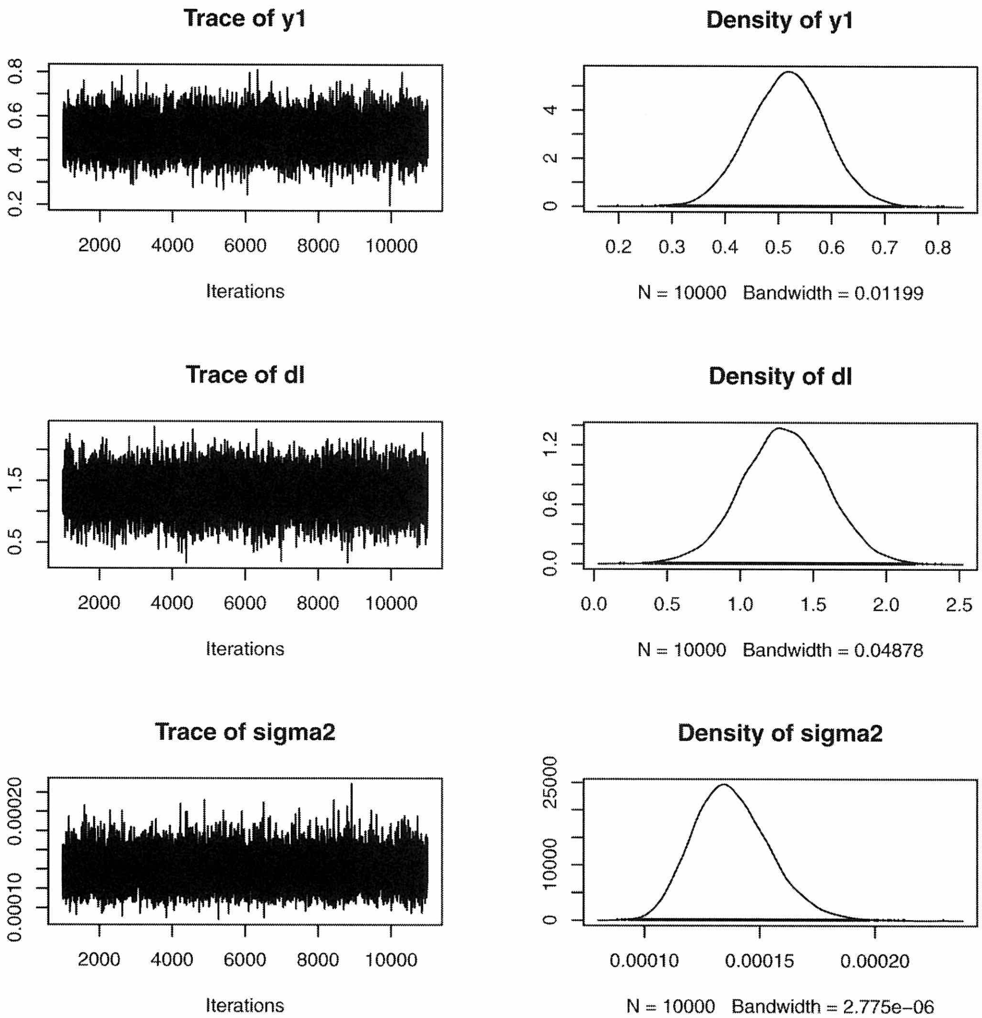


Figure 10: [Eq10] Import Goods Equation

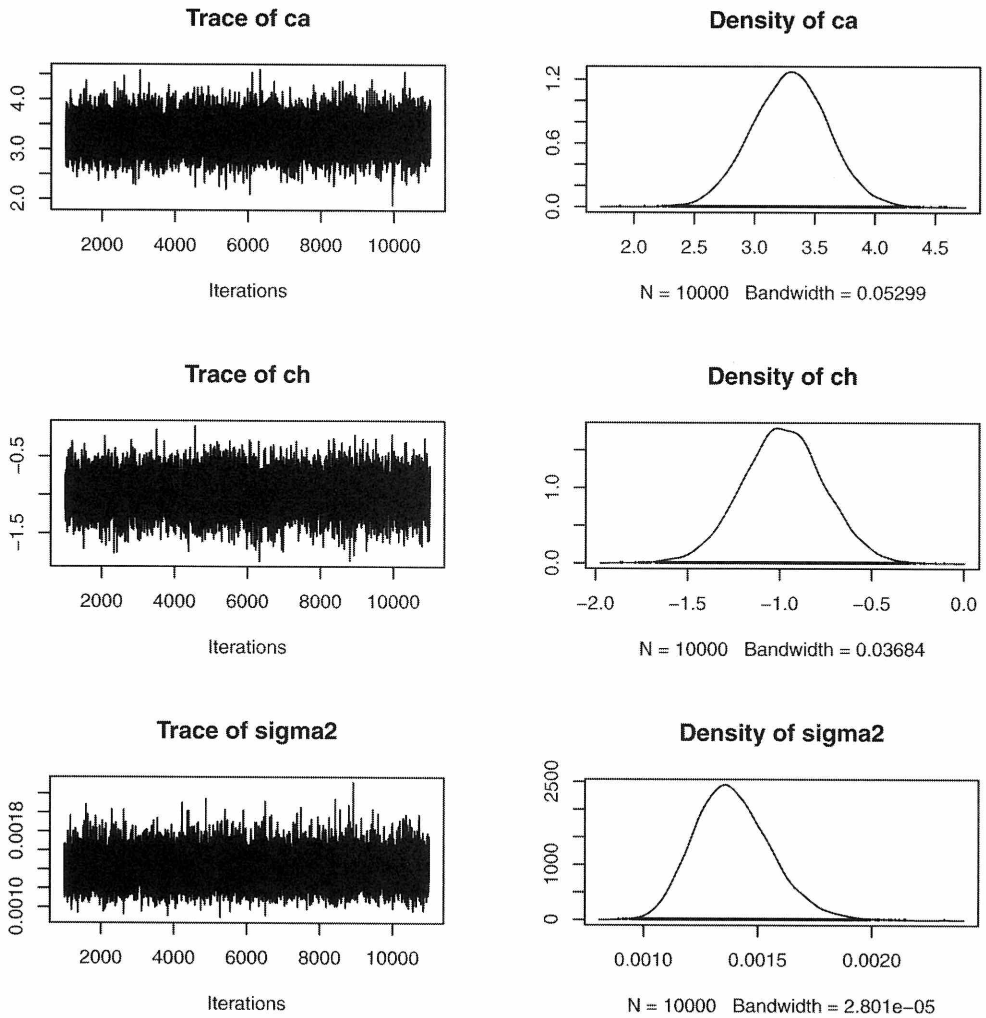
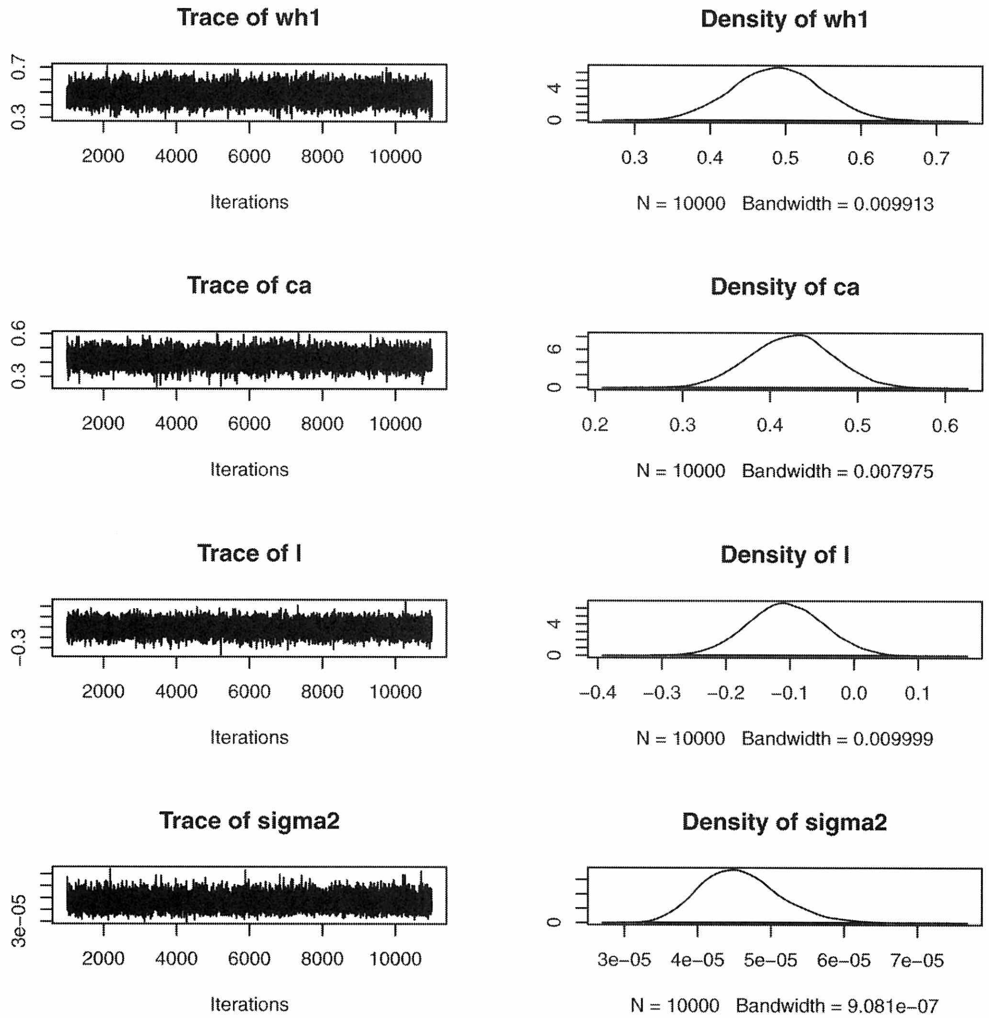


Figure 11: [Eq11] Wage Setting Equation



Ⅳ