

心身科学の今日と明日について (2)

千野 直仁*¹⁾

この論文は、2019年3月20日に愛知学院大学心身科学研究所のワークショップで筆者が行った基調講演の修正版の第2報である。第1報で指摘したように、対象相互の相互作用は腸脳軸、心身相関などの研究の新たな地平線におけるキーワードになるものと思われる。それ故に、科学のいろいろな分野における対象間の相互作用を、主として数学的な視点から簡潔にレビューする。第2節では、素粒子物理学における4つの基本的な相互作用、すなわち重力、電磁気、強い相互作用、弱い相互作用について紹介する。第3節では、オートインデューサーにより仲介される生物学におけるクオラムセンシングの機構について述べる。多くのバクテリアの種はこれを用いており、それらの環境中の自らの近くにいるバクテリアの数を検出し、局所的な集団の密度にしたがって環境に応答する。第4節と5節では、人工知能の主要な道具であるパーセプトロンやリカレントニューラルネットワークについて述べる。第6節では、多くの有向非巡回グラフを分析するための方法であるベイジアンネットワークについて述べる。例えばニューラルネットワークや社会的もしくは生物学的ネットワークについて観測される力動的な側面の多様性を考慮すると、有向非巡回グラフの制約はベイジアンネットワークの重大な弱点であると思われる。第7節では、動物の種間の相互作用の分析のための群集生態学的モデル、とりわけロトカ・ボルテラ方程式と蔵本モデルについて一瞥する。第8節では、天体力学に関する多体問題にふれる。コルモゴロフ・アーノルド・モースー定理は3体問題には適用できるが、一般の n 体問題には適用不可能である。第9節では、筆者により最近提案された複素差分方程式モデルについて述べる。このモデルは、一般的な数学的モデルで、日常生活の中や、ニューラルネットワーク、生物学的反応などで観測される多くの非対称現象などに適用可能である。討論の節では、愛知学院大学心身科学部における腸と脳の間が多様な相互作用についての近い将来の総合的研究を提案する。

キーワード：ベイジアンネットワーク、腸・脳関連、多体問題、心身相関、相互作用、パーセプトロン、心身科学、クオラムセンシング、リカレントニューラルネットワーク、ロトカ・ボルテラ方程式、蔵本モデル、千野・白岩定理、非線形複素差分方程式モデル、カオス

1. はじめに

本論文の姉妹編である千野 (2019b) で議論したように、心身科学の分野では心身相関に関する新たな地平線が広がりつつあるが、その中で今後一層必要となるであろう研究のキーワードの1つは各種のこころと身体がらみの「相互作用」ではなかろうか。それらは、脳内の神経細胞やボクセル間のニューラルネットワークにおける相互作用、脳・腸間相互作用、各種臓器間相互作用など、さらには神経細胞さえない単細胞生物における細胞クラスター間相互作用などである。

* 1) 愛知学院大学心身科学部心理学科客員教授

抜き刷り請求先: chino@dpc.agu.ac.jp

この論文は、筆者が平成31年3月20日に行った愛知学院大学心身科学研究所で行った基調講演のうち後半部を加筆修正したものである。前半部については、令和元年度心身科学部紀要 (千野, 2019b) を参照されたい。

それでは、生物のこれらの相互作用を分析するにはどのような方法があるであろうか。分散分析も含めた統計的方法はこれまで無きにしもあらずではあるが、非常に限られている。例えば、多変量解析の分野の分析法の一つに共分散構造分析 (covariance structure analysis, 別名 structural equation model) (e.g., Bock & Bargman, 1966; Jöreskog, 1970; McArdle & McDonald, 1984) があるが、この方法では変数間の相関関係から背後にあると仮定される変数や因子間の因果関係を推論する。実際、欧米や日本の研究でも、例えばニューラルネットワークデータに対して共分散構造分析を適用し、ボクセル間の因果の推定を行ったものがいくつかある (例えば、Takane, 2015; Molenaar, 2003)。しかし、神経細胞 1 つを取ってみてもカオス (chaos) が出現することがわかっている (例えば、Guevara et al., 1981; Hayashi et al., 1982; Mees et al., 1992) し、ニューラルネットワークでは各種のカオスがこれまでに報告されており (例えば、Babloyantz et al., 1986; Pereda et al., 1998; Dafilis et al., 2013; Korn & Fanke, 2003)、数学的にはカオス出現のためには非線形性が不可欠であるが、共分散構造分析モデルは線形モデルであり、非線形現象に共分散構造分析のような線形モデルを適用しても、おのずと限界があるであろう。また、時系列解析の分野でも、伝統的な時系列解析は線形時系列解析であるが、近年ではカオス解析などのための非線形時系列解析 (nonlinear time series analysis) が注目を集めている (例えば、千野, 2015)。

この論文では、第 2 節以降で、伝統的な無生物界 (自然界)、生物界、及びニューラルネットワークの分析方法などについて簡単に紹介する、まず第 2 節では生物界の相互作用について述べる前に、自然界の **4 つの基本的力 (four fundamental forces)** (相互作用) について紹介する。第 3 節では、単細胞生物などが自らの置かれた環境との相互作用を行う機構として知られているクオラムセンシング (quorum sensing) について、第 4 節では伝統的な人工知能 (artificial intelligence) の 1 つとしてのパーセプトロン (perceptron) について、第 5 節では近年の代表的な人工知能の 1 つであるリカレントニューラルネットワーク (recurrent neural network) について、第 6 節では統計モデルとしてのベイジアンネットワーク (Bayesian network) について、第 7 節では群集生態学的モデル (community ecological model) について、第 8 節では天体力学における多体問題 (many body problem) について、第 9 節では千野の複素ヒルベルト空間上の力学系モデル (dynamical system model defined on the complex Hilbert space) について述べる。

2. 自然界の基本的相互作用

自然界にはこれまでに 4 つの基本的な相互作用 (fundamental interactions) が知られている。それらは、**重力 (gravitation)**、**電磁気 (electromagnetism)**、**強い相互作用 (strong interaction)**、及び**弱い相互作用 (weak interaction)** である。また、それぞれの力は、順に**重力子 (graviton)** (Blochintsev, D. I., & Gal'perin, F. M., 1934)、**光子 (photon)** (Lewis, G. N., 1926)、**グルーオン (gluons)** (e.g., Gell-Man, 1962, 1964; Stella & Meyer, 2011)、**ボソン (bosons)** (Dirac, 1945) が媒介して働く。Wikipedia (2019) によれば、重力子は仮説的な量子 (quantum) で、未だ発見されていない。

ニュートンの古典力学では、よく知られているように重力は 2 つの物体 (それぞれの質量を M 、 m とする) に働く万有引力 (universal gravitation) F の大きさ

$$F = G \frac{Mm}{r^2}, \quad (1)$$

として定義される。ここで、 G は万有引力定数である。万有引力は、質量を持つ 2 つの物体の間に働く力であり、お互いが両者を引き合う対称な力である。(1) 式と、同じくニュートンの略称プリンキピア (Principia) (Motte, 1729; Newton, 1687) で議論されている運動の第 2 法則

$$F = ma, \quad (2)$$

を用いると、例えば重力相互作用による 2 体間の運動の解が得られ、第 6 節で議論する多体問題の特別なケースが得られる (e.g., Hirsch & Smale, 1974, Chapter 2, section 6)。なぜならば、(2) 式の a は質量 m の質点の加速度であり、数学的には質点の位置の 2 階微分なので、(2) 式は 2 階微分方程式とみなせるからである。ただし、現代では重力はアインシュタインの一般相対性理論 (Einstein, 1916) により、重力は時空の歪みにより生ずることが知られて

おり、光のような質量ゼロの物体でさえ大きな質量の物体の近くでは重力の影響を受け（直進せず）曲がることが分かっている。

電磁気（学）は電磁気力（electromagnetic force）の研究を含む物理学の分野であり、電磁気力は荷電粒子間の物理的相互作用である。電磁気力は物質の原子核（atomic nuclei）とその軌道を回る電子を結びつける引力であり、また磁気極（magnetic poles）は、正電荷（positive charge）と負電荷（negative charge）と同様に異符号の電荷をお互いを引きつけたり同符号の電荷を引き離したりする。電磁気力における引力も斥力も相互に対称である。荷電粒子間の相互作用は、クーロンの法則（Coulomb's law）

$$F = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2}, \quad (3)$$

として記述される。ここで、 q_1 、 q_2 は2つの荷電粒子の電荷量を、 r は粒子間の距離を、また、 k は比例定数である。 F は、もし $q_1 q_2 > 0$ ならば斥力を、もし $q_1 q_2 < 0$ ならば引力を、それぞれ表す。より正確には、(3) 式の分母の r の指数は2ではなく、 $2 + \delta$ であり、現時点では $|\delta| < 2 \times 10^{-9}$ であるという (Wikipedia, Japanese, 2019)。

一方、強い相互作用には2種類あり、大きいスケール上での強い相互作用は原子核（atomic nucleus）内の中性子（neutron）と陽子（proton）を、小さいスケール上でのそれは中性子や陽子の構成要素であるクォーク（quark）間を、それぞれ結び付ける。強い相互作用も、相互に対称な力と言える。

最後に、弱い相互作用は原子の放射性崩壊の原因となる亜原子粒子（subatomic particle）間の相互作用であり、例えば原子核内のある種の中性子のβマイナス崩壊（β⁻ decay, or beta minus decay）では、陽子が陰電子（ベータ粒子という）と電子ニュートリノ（electron neutrino）を放出して中性子に変わる現象である。一方、ある種の陽子のβプラス崩壊（β⁺ decay, or beta plus decay）では、陽子が陽電子（こちらもベータ粒子という）と電子ニュートリノ（electron neutrino）を放出して中性子に変わる現象である。両崩壊共に、原子核内の陽子と中性子のそれぞれが他方に崩壊する現象であり、ボソン（boson）を介して電子やニュートリノを放出しながら他方に変わる現象であり、崩壊の方向は一方向的であり対称ではない。

これまで見てきたように、自然界（無生物界に限定）における4種の相互作用は、それぞれに特有な仲介物質を介して行われるが、生物界における相互作用とは異なり相互作用を行う主体は単なる物質であり、当然ながらそれらには生物全般が行う主体性（環境に適応するための合目的性、すなわち広い意味での知能）はない。それに対して、以降の節で議論する各種の相互作用のうち、生物界における相互作用、及び各種ニューラルネットワークモデルやベイジアンネットワークモデルなどでは、相互作用を行う対象相互は環境に適応するための広い意味での知能を持っていたり（生物界）、ネットワークの出力が何らかの最適性を持っていたり（各種ニューラルネットワークモデル）して、対象相互の相互作用は一般に非対称である。

3. クオラムセンシング

常識的には知能とは人の知能をさし、本論文の姉妹編で千野（2019）が引用しているように、例えば臨床心理学者の Wechsler (1939) が定義しているもので、つぎのようである：

“Intelligence is the aggregate or global capacity of the individual to act purposefully, to think rationally and to deal effectively with his environment.”

また、人の知能は、高度に発達した中枢神経系と抹消神経系により機能しているが、生物の中には神経系さえ持たない単細胞生物が数多く存在する。そしてさらに、そのような単細胞生物でさえ単独で、上記千野（2019b）で述べたモジホコリのように、複雑な迷路の最短経路を学習する知能を持っている。それでは、このような知能はどのようにして発現されるのであろうか。その1つの手がかりを与えられるのが、この節で述べるクオラムセンシング（quorum sensing）である。

クオラムセンシングでは、複数の細菌がそれぞれオートインデューサー（autoinducer）（別名、クオルモン、quormone）と呼ばれる物質を産生する。細菌は、このフェロモン様の物質であるクオルモンのやり取りにより自分の周囲にどれぐらい同種の別個体がいるかを感知して、その情報に基づいて特定の物質を産生する（Wikipedia, Japanese, 2019）。もし少数の菌だけが生息している環境ならば、クオルモンは細胞外に拡散し、結果的に細胞内の

濃度は下がるが、多数の菌が生息している環境では、多くの菌がクオホルモンを産出することにより環境中のクオホルモンの濃度が上がり、細胞内の濃度も上がる。その結果、レセプターである転写因子たんぱく質に結合し目的の遺伝子を発現させるという（例えば、中山、2011）。

クオラムセンシングにおけるクオホルモンは、自然界の（無生物界）の基本的相互作用における相互作用の媒介物質である重力子のような働きをすることがわかる。但し、その働きは細胞から環境への働きかけであり、その意味では細胞・環境間の相互作用は、一方的であり非対称とえよう。

4. パーセプトロン

伝統的な人工知能の1つとして、パーセプトロンがある。パーセプトロンは、最初心理学者の Rosenblatt (1958) が提案したもので、外部刺激図形の学習識別装置のモデルである。これまでいろいろな形が知られているが、原則的には外部刺激図形に対する 1) 感覚層 (sensory layer) あるいは入力層 (input layer)、2) 連合層 (associative layer) あるいは隠れ層 (hidden layer)、および 3) 応答層 (response layer) あるいは出力層 (output layer) と呼ばれる3層から成る階層型ネットワークが仮定される (図1)。

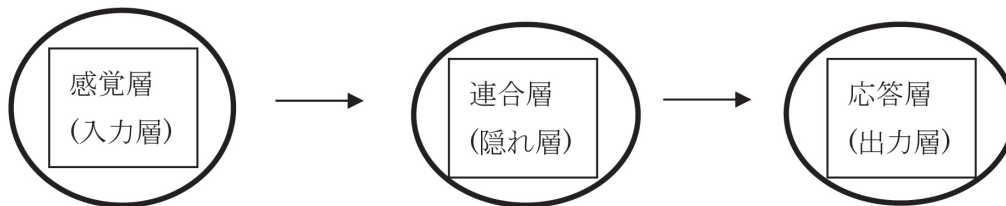


図1. 一般的な3層パーセプトロンの概略図

パーセプトロンの中で最も単純なものは、図1の3層のうち感覚層と応答層のみからなるもので、単純パーセプトロン (simple or single-layer perceptron) と呼ばれる。Wikipedia (2019) に従って単純パーセプトロンを定義しアルゴリズムを記述するとつぎのようになる：

まず、パーセプトロンとは、閾値関数と呼ばれる二値分類器 (binary classifier) を学習するアルゴリズムであり、この関数は n 個の実数値からなる実数値ベクトル \mathbf{x} を 2 値 (1 か 0) 関数 $f(\mathbf{x})$

$$f(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1, & \text{if } \sum_{i=1}^n w_i x_i + b > 0 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases},$$

に写像する。ここで、 w は実数重みベクトルで、 n はパーセプトロンの入力数、 b はバイアスである。また、 \mathbf{x}_j 及び d_j , $j = 1, \dots, s$ は、第 j サンプルの訓練用入力ベクトル及びその入力に対するパーセプトロンの期待出力 (教師データ)、 $x_{j,i}$ は第 j 訓練用ベクトルの第 i 特徴で、 $x_{j,0}=1$ とする。この時、パーセプトロンは重みベクトルの各重みを、次式により更新する：

$$w_i(t+1) = w_i(t) + r(d_j - y_j(t))x_{j,i}, \quad i = 0, \dots, n. \quad (4)$$

ここで、 r は学習率であり、 $y_j(t)$ は時点 t での閾値関数で、

$$y_j(t) = f[\sum_{i=1}^n w_i(t)x_{j,i} + w_0(t)x_{j,0}]$$

である。(4) 式は差分方程式である。反復は、 $\sum_{j=1}^s |d_j - y_j(t)|$ がユーザが指定した誤差の閾値 γ より小さくなるか、あらかじめ指定した最大反復回数となるまで行う。

(4) 式は、訓練用データセット $D = \{(\mathbf{x}_1, d_1), \dots, (\mathbf{x}_s, d_s)\}$ が線形分離可能 (linearly separable) でないと、収束しないことがわかっている。この弱点を克服するのが隠れ層が2つ以上ある多層パーセプトロン (multilayer perceptron) である (Rumelhart et al., 1986)。

5. リカレントニューラルネットワークモデル

一方、リカレントニューラルネットワーク (recurrent neural networks、略して RNN) (以降、RNN と略す) は再帰型ニューラルネットワーク、あるいは 回帰結合回路 (甘利・外山、2000) と呼ばれるフィードバックループ (結合) を持つ神経回路網をさす (Rumelhart et al., 1986)。リカレントニューラルネットワークは、例えば Wikipedia (2019) でリストアップされているように、完全回帰型 (fully recurrent)、エルマンネットワーク・ジョルダンネットワーク (Elman networks and Jordan networks)、ホップフィールド (Hopfield)、再帰型 (recursive)、回帰型多層パーセプトロンネットワーク (recurrent multilayer perceptron network)、ニューラルチューリングマシン (neural Turing machines)、ニューラルネットワークプッシュダウンオートマタ (neural network pushdown automata) など、これまでにたくさんのクラスが知られている。

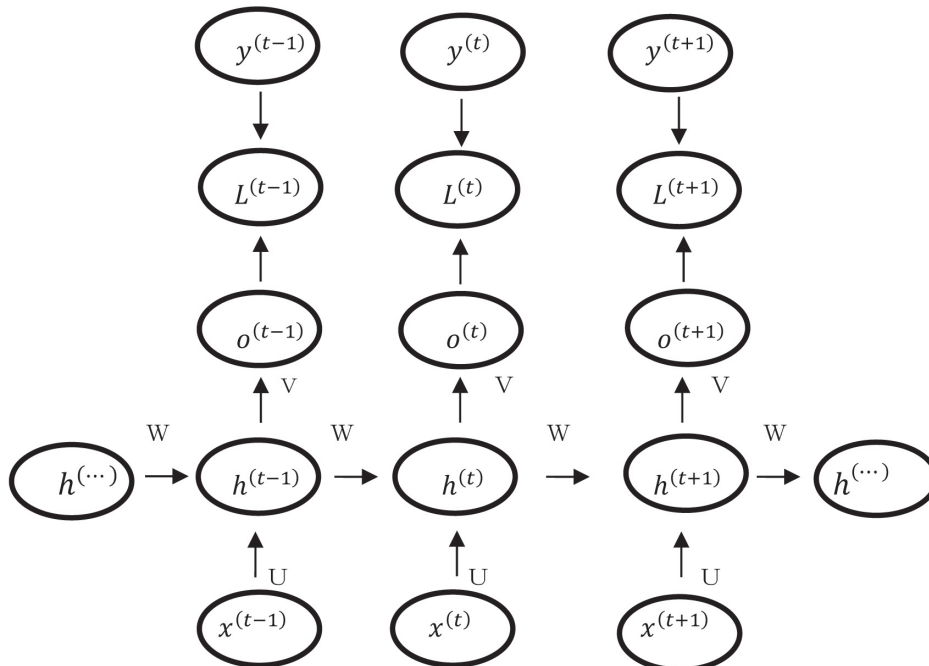


図2. 隠れ層間の回帰結合をもつリカレントニューラルネットワークの例
(Goodfellow et al., 2016, Figure 10.3 を改変)

図2は、隠れ層間の回帰結合をもつリカレントニューラルネットワークの例である (Goodfellow et al., 2016)。

一般に、このようなネットワークの中核は、数学の力学系の分野における微分方程式や差分方程式を用いて書くことができる。とりわけ、次の差分方程式系は、もともと回帰的 (recurrent) である (Goodfellow et al., 2016) :

$$\mathbf{s}^{(t)} = f(\mathbf{s}^{(t-1)}; \boldsymbol{\theta}). \quad (5)$$

ここで、 $\mathbf{s}^{(t)}$ は時点 t での系の状態 (state) を表すベクトルである。また、 $\boldsymbol{\theta}$ は、系の状態を規定するパラメータベクトルである。図2のネットワークを差分方程式表現すると、つぎのようになる。第1行と第2行を一つにすると、 $\mathbf{h}^{(t)}$ に関する差分方程式系であることがわかる :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{a}^{(t)} \\ \mathbf{h}^{(t)} \\ \mathbf{o}^{(t)} \\ \hat{\mathbf{y}}^{(t)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{b} + \mathbf{W}\mathbf{h}^{(t-1)} + \mathbf{U}\mathbf{x}^{(t)} \\ \tanh(\mathbf{a}^{(t)}) \\ \mathbf{c} + \mathbf{V}\mathbf{h}^{(t)} \\ \text{softmax}(\mathbf{o}^{(t)}) \end{pmatrix}, \quad (6)$$

これに対して、微分方程式系で表現する**連続時間リカレントニューラルネットワーク** (continuous time recurrent neural network, CTRNN) もある (例えば、Harvey et al., 1994)。

6. ベイジアンネットワークモデル

ベイジアンネットワークは、Pearl (1985) が提案したネットワーク分析のための1つの方法であるが、その基礎は統計学におけるいわゆる事後確率の最大化の原理に従っている。つまり、データの事前確率からデータが得られた段階での事後確率を最大化するようにモデルのパラメータを推定する方法であり、現象の背後にあり現象を生起させているところの理論をきちんと考えているわけではない点や、原則として有向グラフの中でも**有向非巡回グラフ** (directed acyclic graph) のみを扱う点が弱点と言えよう。

近年では、ベイジアンネットワークは**機械学習** (machine learning) の分野で実証的なデータの観測結果から対象間の**従属構造** (dependency structure) を回復する1つの方法としても使われている (例えば、Rebane & Pearl, 1987)。しかし、そこでの従属構造は、力学系で扱う動的なシステムの従属構造ではなく、あくまでも静的な因果の従属構造であり、制約の大きな方法と言えるのではないか。

7. 群集生態学的モデル

一方、相互作用のダイナミクスに重心を置いた古典的なモデルとしては、**ロトカ・ボルテラの方程式** (Lotka-Volterra equation) (Lotka, 1910; Volterra, 1926) に始まる群集生態学 (synecology, あるいは community ecology) や**蔵本モデル** (Kuramoto, 1976) がある。前者は、**捕食動物** (predator) (者)・**被食動物** (prey) (者) の変化についての比較的簡単な**非線形微分方程式** (a set of nonlinear differential equations)

$$\begin{pmatrix} dx/dt \\ dy/dt \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (A - By)x \\ (Cx - D)y \end{pmatrix}, \quad A, B, C, D > 0. \quad (7)$$

から成る。ここで、 x は捕食動物 (例えばキツネ)、 y は餌食動物 (例えば、ウサギ) の数で、 A, B, C, D は正の実数パラメータで、2種の種の相互作用の大きさである。この系の**特異点** (equilibrium) は、原点 $(0, 0)$ と $(D/C, A/B)$ の2点であり、系の**ヤコビアン** (Jacobian) の固有値を検討すると、原点は**鞍点** (saddle) であり**不安定** (unstable)、 $(D/C, A/B)$ は純虚数であり、特異点の周りの**渦心点** (center) となる。

群集生態学に関するその後の発展や各種の相互作用については、例えば大串ら (2009) や宮下・野田 (2003) が詳しい。

一方、蔵本モデルはもともとは生物集団 (例えばホタルやカエルなど) の集団の**同期** (synchronization) を扱うモデルであり、次のような単純な非線形微分方程式で表される：

$$\frac{d\theta_i}{dt} = \omega_i - \frac{K}{N} \sum_{j=1}^N \sin(\theta_i - \theta_j), \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (8)$$

ここで、 θ_i は i 番目の振動子 (oscillator) の位相 (角度) を、 ω_i はこの振動子の自然周波数を表し、その値は正規分布やローレンツ分布などの釣り鐘型分布からランダムに抽出されるものとする。また、 K は振動子間の結合強度を、 N は集団に含まれる振動子の総数を表す。振動強度 K の値が小さいうちは集団振動は起こらないが、これがある閾値を超えると集団振動が生じるという。とりわけ、ホタル (fireflies) の同期現象については、20世紀の初頭に既に *Science* 論文に多くの論文が掲載されている (例えば、Allard, 1916; Hudson, 1918; Laurent, 1917)。

この種の同期現象は、例えば Strogatz (2003) に述べられているように、生物集団に限らず無生物界でも数多く観察されており、蔵本モデルはその古典の1つである。

8. 天体力学における多体問題

無生物とりわけ星々の相互作用については、多体問題 (many body problem) がある。この場合の星々間の相互作用

用は、星々の相互間の万有引力による。相互作用としては、ある意味で特別なケースで、いわば対称な相互作用であり、万有引力は相互を近づける方向に働く。この単純な系は、高次元の微分方程式系として記述できるが、300年近く前に Newton が定式化して以来、2体問題を除き、最近まで解かれなかった。なお、2体問題は2つの星の間の全エネルギーの正負によって、楕円のみでなく双曲線にも放物線にもなる。しかし、20世紀の中ごろになり、ようやく3人のロシアの数学者たちにより3体問題は KAM 定理 (Kolmogorov-Arnold-Moser theorem) により解かれたという (Lane-Harvard, L., & Swager, M., 2011)。しかし、4体問題以上の場合はいまだに解かれていない。相対的には単純な相互作用のケースでさえ、星々の多体問題は世界のトップの数学者でさえ300年近くも解くことができないということになり、複数の要素間の相互作用を一般的に考えると理論的に極めて難しいといえる。

9. 千野の複素ヒルベルト空間上の力学系モデル

筆者は最近、このような要素間の相互作用の変化のモデルとして、一般の有向グラフ (digraph) の背後にあり相互作用を生起させる過程を、複素ヒルベルト空間を状態空間とする非線形複素差分方程式系でとらえる初等的モデルを提案し、そのシミュレーションを行っている。未だ、未完成であるので、とりあえずワーキングペーパーとして、最近の心身科学部紀要や研究所紀要に載せている段階である (Chino, 2017, 2018a, 2018b, 2019a)。

このモデルは、当初は以下のようなものを仮定していた (Chino, 2000) :

$$\mathbf{z}_{j,n+1} = \mathbf{z}_{j,n} + \sum_{m=1}^q \sum_{k \neq j}^N \mathbf{D}_{jk,n}^{(m)} f^{(m)}(\mathbf{z}_{j,n} - \mathbf{z}_{k,n}), \quad j = 1, 2, \dots, N, \quad (9)$$

$$f^{(m)}(\mathbf{z}_{j,n} - \mathbf{z}_{k,n}) = \left((z_{j,n}^{(1)} - z_{k,n}^{(1)})^m, (z_{j,n}^{(2)} - z_{k,n}^{(2)})^m, \dots, (z_{j,n}^{(p)} - z_{k,n}^{(p)})^m \right)^t, \quad (10)$$

ここで、

$$\mathbf{D}_{jk,n}^{(m)} = \text{diag} \left(w_{jk,n}^{(1,m)}, w_{jk,n}^{(2,m)}, \dots, w_{jk,n}^{(p,m)} \right), \quad (11)$$

$$w_{jk,n}^{(l,m)} = a_n^{(l,m)} r_{j,n}^{(l,m)} r_{k,n}^{(l,m)} \sin \left(\theta_{k,n}^{(l,m)} - \theta_{j,n}^{(l,m)} \right), \quad l=1, 2, \dots, p, \quad m=1, 2, \dots, q. \quad (12)$$

このモデルでは、複数の対象 (人、国、ニューロン、生物の種、など) 間の相互作用により、対象間の親近度 (距離) が時間とともに変化するプロセスを仮定している。したがって、観測されるデータは、ある時点での対象相互の親近度を要素とする親近度行列 (proximity matrix) であり、その要素は実数である。対象数は一般に N とする。観測される親近度行列は、場合によっては縦断的な親近度行列である。ただし、このモデルは計量心理学における伝統的な非対称多次元尺度構成法 (略して非対称 MDS, asymmetric MDS) と異なり、対象の親近度データに基づく対象の布置 (configuration) は、実空間 (例えば、ユークリッド空間、リーマン空間、ミンコフスキー空間など) ではなく、複素ヒルベルト空間 (complex Hilbert space) あるいは不定計量空間 (indefinite metric space) である (Chino & Shiraiwa, 1993; Chino, 2012)。さらに、上記モデルは、伝統的な統計学的モデルとしての線形モデルではなく、非線形複素差分方程式モデル (nonlinear complex difference equation model) である。したがって、このモデルでは、対象が埋め込まれる布置空間は、単に対象を埋め込み位置付けるだけでなく、対象相互が相互作用を繰り返しそれらの間の位置関係をダイナミックに変化させていく時の器としての空間であり、力学系の言葉では状態空間 (state space) とみなす。

(9) 式の $\mathbf{z}_{j,n}$ は、このような状態空間としての複素ヒルベルト空間か不定計量空間上の対象 j の時点 (あるいは反復) n における位置ベクトルを表す。つまり、一般にはこのモデルでは、各対象は多次元の複素平面上の点として位置付ける。また、各複素平面は互いに直交する、すなわちユニタリ (unitary) である。さらに、(9) 式から (12) 式の m は、(10) 式の関数 f の次数を表す。この次数は、一般には 1 以上と仮定される。すなわち、差分方程式は一般に m 次の複素多項式である。

また、(12) 式は対象相互の相互作用の重みを表しているが、それは時間とともに変化する、対象相互の複素平面上での角度 θ に依存するものと仮定していた。しかし、この仮定のもとでは、この関数では微分が一意に定まらないことが判明したため、最近のモデルでは、(11) 式及び (12) 式の代わりに、(15) 式を仮定している。その結

果、(9) 式の行列 $\mathbf{D}_{jk,n}^{(m)}$ も時点 n に依存しない $\mathbf{D}_{jk}^{(m)}$ となり、(13) 式のようになる：

$$\mathbf{z}_{j,n+1} = \mathbf{z}_{j,n} + \sum_{m=1}^q \sum_{k \neq j}^N \mathbf{D}_{jk}^{(m)} \mathbf{f}^{(m)}(\mathbf{z}_{j,n} - \mathbf{z}_{k,n}), \quad j = 1, 2, \dots, N, \quad (13)$$

$$\mathbf{f}^{(m)}(\mathbf{z}_{j,n} - \mathbf{z}_{k,n}) = \left((z_{j,n}^{(1)} - z_{k,n}^{(1)})^m, (z_{j,n}^{(2)} - z_{k,n}^{(2)})^m, \dots, (z_{j,n}^{(p)} - z_{k,n}^{(p)})^m \right)^t, \quad (14)$$

ここで、

$$\mathbf{D}_{jk}^{(m)} = \text{diag} \left(w_{jk}^{(1,m)}, w_{jk}^{(2,m)}, \dots, w_{jk}^{(p,m)} \right), \quad (15)$$

また、(13) 式もさらに一般的な形を持つ

$$\mathbf{z}_{j,n+1} = \mathbf{z}_{j,n} + \sum_{m=1}^q \sum_{k \neq j}^N \mathbf{D}_{jk}^{(m)} \mathbf{f}^{(m)}(\mathbf{z}_{j,n} - \mathbf{z}_{k,n}) + \mathbf{g}(\mathbf{u}_{j,n}) + \mathbf{z}_0, \quad (16)$$

としている。ここで、 $\mathbf{g}(\mathbf{u}_{j,n})$ は系の制御項 (control) (例えば、Elaydi, 1999; Ott et al., 1990) であり、 \mathbf{z}_0 は複素定数である (例えば、Chino, 2017)。

ここで、もし $m=1, p=1, \mathbf{g}(\mathbf{u}_{j,n})=0$, 及び $\mathbf{z}_0=0$ なる特別なケースである “Model IV” (例えば、Chino, 2016) を仮定してみよう。さらに、対象数も 2 であるとする。この場合、モデルは特別な 2 者線形微分方程式モデル (dyadic linear difference equation model) となり、

$$\begin{cases} z_{j,n+1} = z_{jn} + \alpha_{jk}(z_{jn} - z_{kn}) \\ z_{k,n+1} = z_{kn} + \alpha_{kj}(z_{kn} - z_{jn}) \end{cases} \quad (17)$$

式となる、また、対象数 N が 3 の場合には、モデルは 3 者線形微分方程式 (triadic linear difference equation model) となり、次のように書ける：

$$\begin{cases} z_{j,n+1} = z_{jn} + \alpha_{jk}(z_{jn} - z_{kn}) + \alpha_{jl}(z_{jn} - z_{ln}) \\ z_{k,n+1} = z_{kn} + \alpha_{kl}(z_{kn} - z_{ln}) + \alpha_{kj}(z_{kn} - z_{jn}) \\ z_{l,n+1} = z_{ln} + \alpha_{lj}(z_{ln} - z_{jn}) + \alpha_{lk}(z_{ln} - z_{kn}) \end{cases} \quad (18)$$

ここで、もし行列表現を使えば、(17) 式及び (18) 式は、つぎのように書ける：

$$\mathbf{z}_{n+1} = \mathbf{A}_2 \mathbf{z}_n, \quad \mathbf{A}_2 = \begin{pmatrix} 1 + \alpha_{jk} & -\alpha_{jk} \\ -\alpha_{kj} & 1 + \alpha_{kj} \end{pmatrix}, \quad (19)$$

$$\mathbf{z}_{n+1} = \mathbf{A}_3 \mathbf{z}_n, \quad \mathbf{A}_3 = \begin{pmatrix} 1 + \alpha_{jk} + \alpha_{jl} & -\alpha_{jk} & -\alpha_{jl} \\ -\alpha_{kj} & 1 + \alpha_{kl} + \alpha_{kj} & -\alpha_{kl} \\ -\alpha_{lj} & -\alpha_{lk} & 1 + \alpha_{lj} + \alpha_{lk} \end{pmatrix}. \quad (20)$$

ここで、 \mathbf{A}_2 や \mathbf{A}_3 をわれわれは (対象相互の) 相互作用行列 (mutual interaction matrix) と呼ぶ (例えば、Chino, 2018a)。Chino (2018a) で述べたように、このような場合、モデルは解を持ち、発散 (diverge) したり、一点に収束 (converge) したりする。これに対して、もし系が非線形の場合には、2 者関係でさえカオス (chaos) を持つことが証明できる (例えば、Chino, 2017; Chino, 2018a)。相互作用行列の構成要素は、一般に複素数である。

モデルが非線形系の場合、(13) 式で例えば対象数は 2 で、次数 $q=2$ の場合はつぎのようになる：

$$\begin{cases} z_{j,n+1} = z_{jn} + \alpha_{jk}^{(1)}(z_{jn} - z_{kn}) + \alpha_{jk}^{(2)}(z_{jn} - z_{kn})^2, \\ z_{k,n+1} = z_{kn} + \alpha_{kj}^{(1)}(z_{kn} - z_{jn}) + \alpha_{kj}^{(2)}(z_{kn} - z_{jn})^2. \end{cases} \quad (21)$$

この場合、解軌道にはブラウン運動 (Brownian motion) のような軌道が現れる場合がある (Chino, 2018a)。さらに、2 者の解軌道を同一複素平面上に 5 万回の反復軌道として重ねてプロット (黄色と黒色で区別) すると Chino (2018a, Figure 15) のようになる：

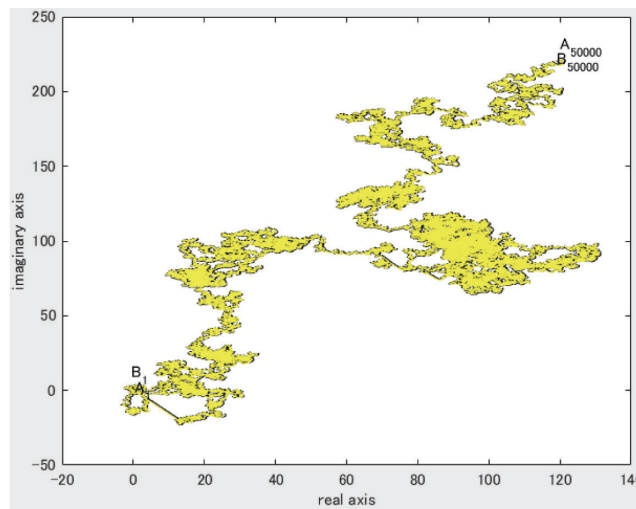


図3. Chino (2018a) の Figure 15 を再掲載

10. 結語

心身科学部ではこころと身体間の相関についての研究はいまだ数少なく、今後脳内の神経細胞やボクセル間のニューラルネットワークにおける相互作用、脳・腸間相互作用、各種臓器間相互作用など、さらには神経細胞さえない単細胞生物における細胞クラスター間相互作用などに関する研究が学科を超えた共同研究として望まれよう。また、そのような研究をベースにした学部や大学院教育ができれば、心身科学の名によりふさわしい心身科学部となるのではなかろうか。現状のオムニバス方式での心身科学総論などでも、各研究者の専門のみについてではなく、心理学・健康科学・健康栄養学にまたがるような教育・研究内容を紹介したり、心身科学研究所紀要の原稿も領域縦断的なものを優先するようなものにするのも一案ではなかろうか。

References

- Allard, H. A. (1916). The synchronal flashing of fireflies. *Science*, **44**, 710.
- 甘利俊一・外山敬介 (2000). 脳科学大事典 朝倉書店
- Blochintsev, D. I. & Gal'perin, F. M. (1934). Neutrino hypothesis and conservation of energy. *Pod Znamenem Marxisma* (in Russian), **6**, 147-157.
- Bock, R. D., & Bargmann, R. E. (1966). Analysis of covariance structures. *Psychometrika*, **31**, 507-534.
- 千野直仁 (2015). 線形・非線形時系列解析とその応用 (1). 愛知学院大学心身科学部紀要 **11**, 89-99.
- Chino, N. (2000). Complex space models for the analysis of asymmetry. *The International Conference on Measurement and Multivariate Analysis*, Banff, Canada.
- Chino, N. (2012). A brief survey of asymmetric MDS and some open problems. *Behaviormetrika*, **39**, 127-165.
- Chino, N. (2016). A general non-Newtonian n-body problem and dynamical scenarios of solutions. *Paper presented at the 31th International Congress of Psychology*. Yokohama, Japan.
- Chino, N. (2017). Dynamical scenarios of changes in asymmetric relationships over time (1). *Bulletin of the Faculty of Psychological & Physical Science*, **13**, 23-31.
- Chino, N. (2018a). An elementary theory of a dynamic weighted digraph (1). *Bulletin of The Faculty of Psychological & Physical Science*, **14**, 23-31.
- Chino, N. (2018b). Dynamical scenarios of changes in asymmetric relationships over time (2). *Journal of the Institute for Psychological & Physical Science*, **10**, 7-14.
- Chino, N. (2019a). An elementary theory of a dynamic weighted digraph (2). *Journal of the Institute for Psychological & Physical Science*, **11**, 1-7.
- 千野直仁 (2019b). 心身科学の現状と将来について (1). 愛知学院大学心身科学部紀要 **15**, 1-14.
- Chino, N. & Shiraiwa, K. (1993). Geometrical structures of some non-distance models for asymmetric MDS. *Behaviormetrika*, **20**, 35-47.

- Dirac, P. (1945). Notes on Dirac's lecture "Developments in Atomic Theory" at Le Palais de la Découverte. 6th December.
- Einstein, A. (1916). Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie [The foundation of the general theory of relativity]. *Analen der Physik*, **49**, 284-339.
- Elaydi, S. N. (1999). *An introduction of difference equations*. New York: Springer.
- Elman, J. L. (1990). Finding structure in time. *Cognitive Science*, **14**, 179-211.
- Gell-Mann, M. (1962). Symmetries of Baryons and Mesons. *Physical Review*, **125**, 1067-1084.
- Goodfellow, I., Bengio, Y., & Courville, A. (2016). *Deep learning*. Cambridge: The MIT press.
- Guevara, M. R., Glass, L., & Shrier, A. (1981). Phase locking, period-doubling bifurcations, and irregular dynamics in periodically stimulated cardiac cells. *Science*, **214**, 1350-1353.
- Harvey, I., Husbands, P., & Cliff, D. (1994). 3rd international conference on simulation of adaptive behavior: from animals to animats 3, pp.392-401.
- Hayashi, H., Ishizuka, S., Ohta, M., & Hiraoka, K. (1982). *Physics Letters*, **88A**, 435-438.
- Hirsch, M. W. & Smale, S. (1974). *Differential equations, dynamical systems, and linear algebra*. New York: Academic Press.
- Hudson, G. H. (1918). Concerted flashing of fireflies. *Science*, **48**, 573-575.
- Jöreskog, K. G. (1970). A general method for analysis of covariance structure. *Biometrika*, 239-251.
- Korn, H. & Faure, P. (2003). Is there chaos in the brain? II. Experimental evidence and related models. *Comptes Rendus Biologies*, **326**, 787-840.
- Lane-Harvard, L. & Swager, M. (2011). Hamiltonian systems and chaos overview. https://www.math.colostate.edu/~shipman/47/volume3b2011/M640_LaneHarvard_Schwagger.pdf
- Laurent, P. (1917). The supposed synchronal flashing of fireflies. *Science*, **45**, 44.
- Lewis, G. N. (1926). The conservation of photons. *Nature*, **118**, 874-875.
- Lotka, A. J. (1910). Contribution to the theory of periodic reaction. *The Journal of Physical Chemistry*, **14**, 271-274.
- McArdle, J. J., & McDonald, R. P. (1984). Some algebraic properties of the reticular action model for moment structures. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology*, **37**, 234-251.
- Mees, A., Aihara, M., Judd, K., Ikeguchi, T., & Matsumoto, G. (1992). Deterministic prediction and chaos in squid axon response. *Physical Letters*, **A 169**, 41-45.
- 宮下直・野田隆史 (2003). 群集生態学 東京大学出版会
- Molenaar, P. C. M. (2003). <http://hhd.psu.edu/media/dsg/files/StateSpaceTech-niques.pdf>, December 31, 2015.
- Motte, A. (1729). *The Mathematical Principles of Natural Philosophy*. Fleetstreet: Middle-Temple-Gate.
- Newton, I. (1687). *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*. London.
- 中山二郎 (2011). 細菌の世界における細胞間コミュニケーションとその分子メカニズム. 腸内細菌学雑誌, **25**, 221-234.
- Ott, E., Grebogi, C., & Yorke, J. A. (1990). Controlling chaos. *Physical Review Letters*, **64**, 1196-1199.
- Pearl, J. (1985). Bayesian networks: a model of self-activated memory for evidential reasoning. Proceedings of the 7th Conference of the Cognitive Science Society. pp.329-334.
- Rosenblatt, F. (1958). The perceptron: a probabilistic model for information storage and organization in the brain. *Psychological Review*. **65**, 386-408.
- Rumelhart, D. E., Hinton, G. E., & Williams, R. J. (1986). Learning representations by back-propagating errors. *Nature*, **323**, 533-536.
- Stella, B. R. & Meyer, Hans-Jürgen (2011). Υ (9.46 GeV) and the gluon discovery (a critical recollection of PLUTO results). *European Physical Journal H*, **36**, 203-243.
- Strogatz, S. (2003). The emerging science of spontaneous order.
- Volterra, V. (1926). Variazioni e fluttuazioni del numero d'individui in specie animali conviventi. *Mem. Accademia dei Lincei Roma*, **2**, 31-113.
- Wechsler, D. (1939). *The measurement of adult intelligence*. Baltimore: Williams & Wilkins.

(最終版令和元年12月26日受理)

Psychological and physical science, today and tomorrow (2)

Naohito CHINO

Abstract

This paper is the second part of a revised version of my keynote speech presented at the workshop held by The Institute for Psychological and Physical Science on March 20, 2019. As I pointed out in the companion paper, mutual interactions among objects seem to be a key phrase in the new horizon of studies into the gut-brain axis, mind-body correlation, and so on. Therefore, I briefly overview mutual interactions among objects in the various branches of science, mainly from the mathematical point of view. In section 2, I introduce the four fundamental interactions in particle physics, that is, gravitation, electromagnetism, strong interaction, and weak interaction, respectively. In section 3, I discuss the mechanism of the quorum sensing (or quorum) in biology, which is mediated by the autoinducer. Many species of bacteria use quorum sensing, in which they detect the number of bacteria near their environment. Furthermore, they respond to it according to the density of their local population. In sections 4 and 5, I discuss the perceptron and recurrent neural network, respectively, which are the major tools for artificial intelligence. In section 6, I talk about the Bayesian network which is one method for analyzing various directed acyclic graphs. Considering the variability of their dynamic aspects observed, say, in neural networks and social and biological networks, the restriction of the acyclic graph seems to be a crucial drawback of the Bayesian network. In section 7, I glance at the community ecological model for the analysis of interaction among species of animals, especially the Lotka-Volterra equation and the Kuramoto model. In section 8, I refer to the many body problems on the celestial mechanics. The Kolmogorov-Arnold-Moser theorem is known to work for the three-body problem, but not to work for the general n-body problem. In section 9, I discuss the complex difference equation model recently proposed by the author. This model is a general mathematical model which can be applied to various asymmetric phenomena observed in daily life, neural networks, biological reactions, and so on. In the discussion section, I advocate for the synthetic study of various interactions between guts and the brain in the near future at the Faculty of Psychological and Physical Science, Aichi Gakuin University.

Keywords and phrases: Bayesian network, gut-brain connection, many body problem, mind-body correlation, mutual interactions, perceptron, psychological and physical science, quorum sensing, recurrent neural networks, Lotka-Volterra equation, Kuramoto model, Chino-Shiraiwa theorem, nonlinear complex difference equation model, chaos

