

〈総説〉

線形・非線形時系列解析とその応用 (1)

千 野 直 仁*

1. はじめに

伝統的な時系列の解析は, Yule (1927) の自己回帰モデル (autoregressive model, 以下 AR と略す) に始まり, 移動平均モデル (moving average model, MA), 自己回帰移動平均モデル (autoregressive moving average model, ARMA) などのいわゆる線形時系列解析よりなされてきた (例えば合原, 2000). また, 同解析による時系列信号の基本的な特性は, 自己相関関数 (autocorrelation function), 自己相関係数 (autocorrelation coefficient), パワースペクトル (power spectrum) などを用いてなされてきた.

しかし, 自然界から人間活動に至るまであまねく観測される時系列信号には多様なものがあり, 必ずしもこれらの線形時系列解析では把握しきれないことは明らかである. そこで, 近年ではこれに対して非線形時系列解析 (nonlinear time series analysis) に注目が集まっている. とりわけその中心は, カオス時系列解析 (chaotic time series analysis) である. ここで, 古くは古代バビロニアに遡るといわれ, Poincaré (1892) により基礎づけられたとされる (例えば, Schuster, 1988) 力学系の理論 (dynamical system theory) を基礎とするいわゆるカオス (chaos) は, まず1960年代に気象現象に関する流体力学系 (hydrodynamical system) モデルにおいて Lorenz (1963) により報告され, 1970年代には欧米の蟬 (cicada) の発生に関する生物学者 May (1976) により, 1980年代には心臓組織 (heart tissue) (Guevara et al., 1981), どれあわもち (Onchidium) の巨大神経 (giant neuron) (Hayashi et al., 1982), 脳活動 (brain activity) (Babloyantz, 1986) などで, 1990年代以降では, プルキニエ繊維 (Purkinje fibres) や心室筋 (Ventricular muscle) (Chialvo et al., 1990), 幼児の泣き声 (newborn cries) (Mende et al., 1990), ヤリイカの巨大軸索 (squid giant axon) (Aihara et al., 1998;

Mees, et al., 1992), 睡眠時・覚醒時脳波 (EEG in awake and sleep stages) (Pereda et al., 1998), 不規則声帯振動 (irregular vocal-fold vibration) (Titze, 1993), 指尖脈波 (pulse in finger capillary vessels) (Miao et al., 2006; Tsuda et al., 1992), 脳波 (EEG) 等 (Dafilis et al., 2013; Korn & Fauke, 2003), 鳥の鳴き声 (bird calls) (Fletcher, 2000), 嗄声 (hoarseness) (Little et al., 2007) などでカオスが報告されている.

この論文では¹⁾, まず人工的時系列データの例と伝統的時系列解析結果を示し, つぎに人工的時系列データのカオス時系列解析結果を示す.

2. 時系列データの例とそれらに対する解析結果

まず最初に, 背後の系の振る舞いがわかっている場合の人工的時系列データを3つ示し, それらに対する伝統的 (線形) 時系列解析の方法としてよく知られている (スペクトル解析による) 各時系列信号のパワースペクトルと, 非線形もしくはカオス時系列解析でよく用いられる各信号の2次元空間への埋め込み, リアプノフ指数による分析結果を示す. 一般にどんな時系列信号も定常時系列 (stationary time series) と非定常時系列 (non-stationary time series) の2つに分類することができる.

ここで, 以降の議論のために定常性とエルゴード性の定義をしておく. まず, 任意の不規則信号を $f(t)$ とし, 任意の時点 $t=t_1$ での複数の標本の (母) 平均 (mean), $\mu(t_1)$ と (母) 自己相関関数 (autocorrelation function), $C(t_1, \tau)$ を定義する (例えば, 日野, 1977, 2013). :

$$\mu(t_1) = E(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x p(x) dx, \quad (1)$$

及び

* 愛知学院大学心身科学部心理学科

(連絡先) 〒470-0195 愛知県日進市岩崎町阿良池12 E-mail: chino@dpc.agu.ac.jp

$$C(t_1, \tau) = E(xy) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} xy p(x, y) dx dy. \quad (2)$$

ここで、 $x=f(t_1)$, $y=f(t_1+\tau)$ で、 $p(x)$ は x の確率密度関数、 $p(x, y)$ は x と y の同時確率密度関数である。また、(1) 式で表される平均は、時系列解析の分野ではアンサンブル平均 (ensemble mean) と呼ばれる。通常の変量解析や基礎統計学の分野では期待値 (expectation) と呼ばれる。

一般に、 $\mu(t_1)$ も $C(t_1, \tau)$ も時点 t_1 により異なるが、 $\mu(t_1)$ が時刻 t_1 に依存せず、 $C(t_1, \tau)$ も時刻 t_1 に依存せず τ のみの関数であるとき、不規則信号は弱定常性を持つ (weakly stationary)、あるいは広い意味で定常的である (stationary in the wide sense) と呼ばれる。さらに、不規則信号 $f(t)$ がすべての高次積率についても時刻 t_1 に無関係のとき、同信号は強定常的 (strongly stationary)、あるいは厳密に定常的である (stationary in the strict sense) と呼ばれる。それに対して、不規則信号が弱定常性も強定常性も持たないとき、同信号は非定常的 (nonstationary) と呼ばれる。よく知られた幾つかの人口的時系列も、現実に観測される株価変動や地震波などの不規則信号も、必ずしも定常性を満たさない。

一方、不規則信号が定常的であり、かつ任意のサンプル k についての時間平均 $\mu(k)$ 及び $C(\tau, k)$

$$\mu(k) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T f_k(t) dt, \quad (3)$$

及び

$$C(\tau, k) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T f_k(t) f_k(t+\tau) dt, \quad (4)$$

がサンプル k に依存せず、アンサンブル平均 μ に等しく、かつ $C(\tau, k)$ が k に依存しない、すなわち、

$$\mu(k) = \mu, \quad C(\tau, k) = C(\tau), \quad (5)$$

である場合、不規則信号はエルゴード性 (ergodicity) を持つと言われる。

2.1 人工的時系列データの例と伝統的時系列解析結果

この節では、まず最初に伝統的な線形時系列解析では識別できない典型的な 3 つの人工的時系列信号を示す。図 1 a はホワイトノイズ (white noise)、図 1 b は一様乱数 (uniform random number) 信号、図 1 c はロジスティック写像 (logistic map) である。カオス時系列解析を用いればこれらの信号は明確に識別ができる。ここで、図 1 は、Matlab を用いて生成したこれらの

時系列信号を Sunday Chaos Times (以降、SCT と略す) で出力したものである。SCT は、「(株) あいはら」によるカオス時系列解析ソフトで、以下の URL

<http://www.aihara.co.jp/rdteam/sunday-chaostimes/>

の SCT ホームページから UNIX 版や Windows 版を入力できる (有料)。

なお、ホワイトノイズは各時点で平均ゼロ、分散 1 の正規分布に従うものを用いた。また、ロジスティック写像は、別名ベリユルストーの力学 (Verhulst dynamics) と呼ばれ、19 世紀にベルギーの数学者ベリユルストーが提案したものである (Verhulst, 1838, 1845)。ちなみに、彼の名はこれまで本邦ではフェアフルストとかヘルハルストなどと呼ばれてきたが、筆者は正確な発音はローマ字表現ではベリユルストーに近いことを、10 年ほど前にかつて彼が教鞭をとったベルギーの Ghent University の Kint, J. 教授に確認している。なお、ロジスティック写像とその自己相似性 (self similarity) 等については、例えば千野 (2008, pp. 134–141) を参照のこと。

これを見ると、3 つの時系列信号は極めてランダムな振る舞いを示しており、3 者共一見不規則な信号のように見える。また、図 2 の解析結果から明らかのように、伝統的な時系列解析、例えばスペクトル解析 (spectrum or spectral analysis) の 1 つであるパワースペクトル密度 (power spectrum density) をみると、これらのスペクトルは周波数領域に関して (小さな周波数領域を除くと) すべてフラットで識別できないことがわかる。

2.2 人工的時系列データのカオス時系列解析結果

しかし、これらのカオス時系列解析、例えばこれらの 1 次元信号の 2 次元空間への埋め込み (embedding) を行ってみると、図 3 に見るように、明らかに最初の 2 つの信号はでたらめな振る舞いを見せているが、最後のロジスティック写像だけはでたらめではなく一種の規則的な振る舞いを示していることがわかる。

また、上記ソフト SCT を用いてカオス時系列解析の定番であるリアプノフ指数 (Lyapunov exponents, あるいは Lyapunov characteristic numbers) を計算すると、図 4, 5, 6 のようになる。両者は計算時の近傍数を 20 と小さく取った場合のものである。これだけを見ると、最大リアプノフ指数はホワイトノイズ時系列データと一様乱数時系列データの場合は小さいが正、ロ

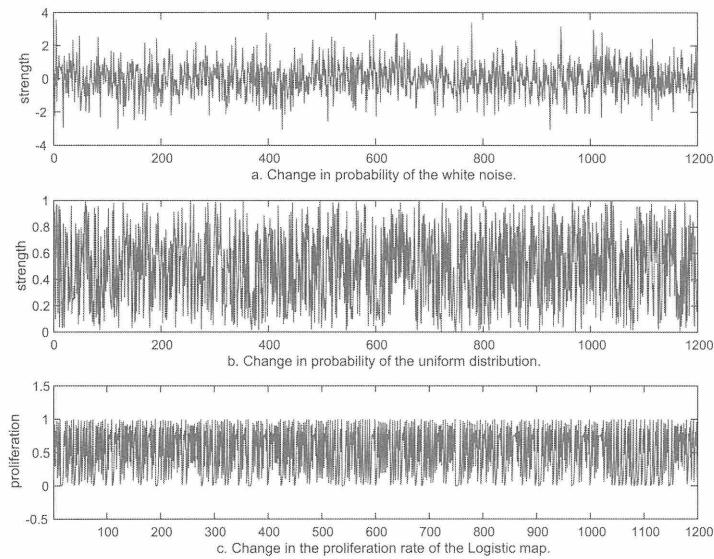


図 1 : ホワイトノイズ・一様乱数・ロジスティック写像の時系列データ

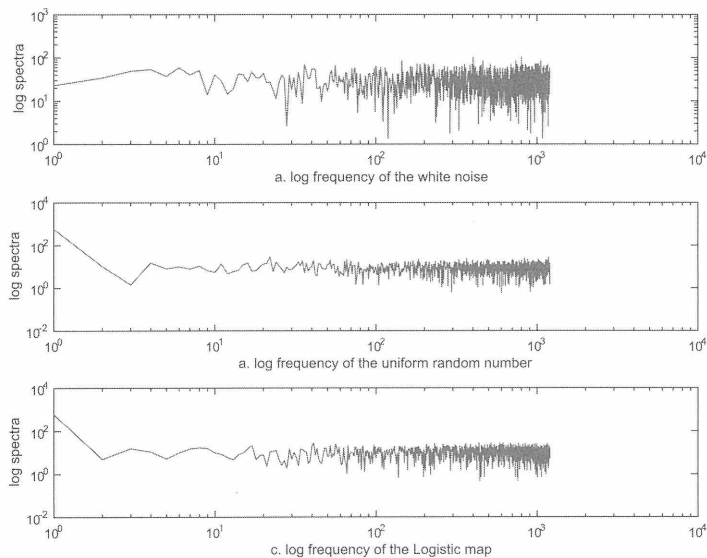


図 2 : ホワイトノイズ・一様乱数・ロジスティック写像のパワースペクトル (log-log)

ジスティック写像の場合は相対的には大きめの値に収束していることがわかる。

しかし、計算時の近傍数を徐々に大きくとって最大リアプノフ指数の変化を見る、すなわちそれらの局所対大域プロット (local versus global plots) (例えば、Ikeguchi & Aihara, 1997; 合原編, 2000, pp. 179–185) を行ってみると、ホワイトノイズ時系列データと一様乱数時系列データの場合には最大リアプノフ指数は負に

なるのに対して、ロジスティック写像の場合正となり、ロジスティック写像時系列データのみがカオスの特性を持つことが確認できる。

もっとも、これらの3つの時系列のリアプノフ指数は、すべて埋込み次元数を3に指定して得られたものであり、図1cのロジスティック写像のリアプノフ指数の場合は、もともと背後のダイナミクスが1次元なので、同指数の中の最大リアプノフ指数も理論値

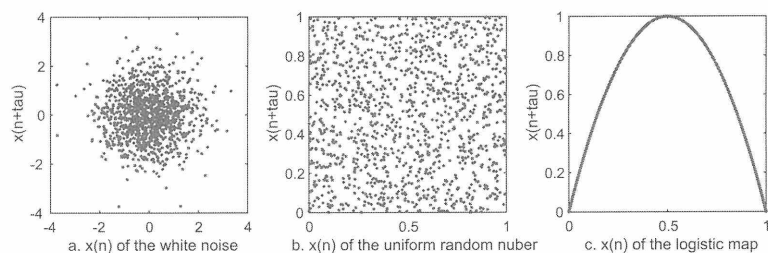


図3：ホワイトノイズ，一様乱数，及びロジスティック写像信号の2次元埋め込み

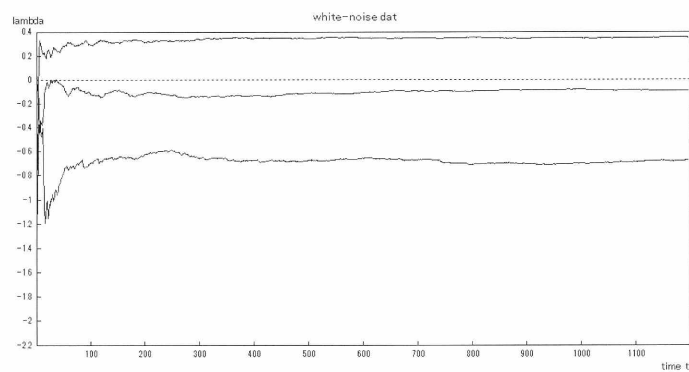


図4：ホワイトノイズ時系列データのリアプノフ指数（3次元埋め込み時）

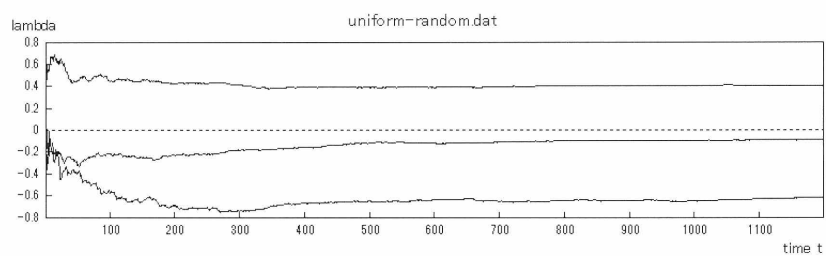


図5：一様乱数時系列データのリアプノフ指数（3次元埋め込み時）

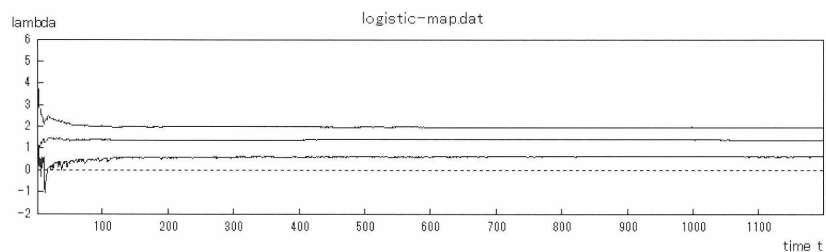


図6：ロジスティック写像時系列データのリアプノフ指数（3次元埋め込み時）

$\log 2$ からはかけ離れた値になってしまっている。そこで、同写像の場合、埋込み次元を1に指定し直して同指数を再度計算してみると、理論値に近い値が得られる。

この種の問題は、一般に我々が手にした低次元時系列（しばしば1次元時系列）データの背後に、力学系の軌道が漸近的にコンパクト（compact）なアトラクタ（attractor）に収束すると仮定した場合、手にした時系列データを何次元空間に埋め込むと背後のダイナミクスを回復できるかという問題で、歴史的にはWhitney (1936), Takens (1981), Sauer et al. (1991) らにより提案されたいわゆる埋込み定理（embedding theorems）における埋込みパラメータ（embedding parameters）にかかわる（例えば、Hegger et al., 1999）。

ここで、時間 t における1次元時系列データを x_t と書くこととし、 τ をある長さのタイムラグ（time lag）とする。埋込み定理の文脈ではこの τ は、遅延または時間遅れ（delay）と呼ばれる。また、この1次元データを d 次元の空間に

$$v(t) = (x_t, x_{t-\tau}, x_{t-2\tau}, \dots, x_{t-(d-1)\tau}), \quad (6)$$

のように埋め込むとき、ベクトル $v(t)$ は遅延座標（delay coordinate）と呼ばれる。上記の埋め込みパラメータは、この遅延座標を構成する2つのパラメータ d と τ を指す。(6) 式は、つぎのように書かれることもある：

$$v(t) = (x_t, x_{t+\tau}, x_{t+2\tau}, \dots, x_{t+(d-1)\tau}), \quad (7)$$

我々が手にする多くの1次元または低次元の時系列データの背後にあると考えられる力学系のアトラクタの次元は通常未知なので、手にしたデータからアトラクタの特徴を推定するに際しては、これらの埋め込みパラメータ数を適切に推定することが重要となる (Addison, 1997; 大ら, 2002; Kennel et al., 1992)。

2.3 時系列データの間引きについて

この節では、時系列データの間引きについて触れる。われわれが手にする時系列データのなかには、時点数が10万時点、100万時点台となるものが少なくない。例えば、音声データは標準的なものでしばしば44.1 KHz、すなわち1秒間で44,100時点のデータなので、10秒分の音声で40万時点台、30秒文の音声で100万時点台の膨大なデータとなる。このようないわばビッグデータを、通常のパソコンで処理させようとすると分析内容によっては分析不能となる。これを避けるために、分析ソフトによっては計算途中で間引きをして

よいか確認をもとめてくる。

問題は、そのようなデータの間引きをした場合、間引きをしない場合のデータの特徴を把握するためには最小限どのようなサイズの間引きが必要なのか、あるいは分析結果がもとの時系列の持つ位相的な特徴を破壊してしまわないかどうかである。前者の問題については、いわゆるナイキストの標本化定理（the sampling theorem）が知られている。この定理によれば、原データに含まれる最大周波数を f_{max} とすれば、 $2f_{max}$ より大きい周波数（したがって、周期が原信号の半分以下の信号）でサンプリングすれば、原信号を復元できる、というものである。この定理は、Nyquist, H. (1928), Shannon, C. (1949), Whittaker, E. T. (1915), Kotelnikov, V. (1933) らにより証明されたものであるため、the Nyquist-Shannon-Kotelnikov theorem, the WhitWhittaker, E. T., taker-Shannon-Kotelnikov theorem, the Whittaker-Nyquist-Kotelnikov-Shannon sampling theorem とも呼ばれている。

これに対して、後者の問題を数学的にきちんと証明することは容易ではないと思われる。ここでは、簡単なシミュレーションを通してこの問題の重要性の一端を示すにとどめる。最初の例は周期時系列の間引きとして、単純なサインカーブを取り上げる。データは6,000時点の原データで、これから間引き間隔をいろいろ変えて遅延座標を構成し、リアプノフスペクトル等を検討した。まず、図7aは原信号を示す。図7aは一見すると滑らかなサインカーブには見えないが、その理由は、このグラフが横軸に6,000時点もの点をとって同カーブを描いているためであり、このグラフの一部を切り出して見てみると図7bのように滑らかなサインカーブであることがわかる。ちなみに、この信号を2次元遅延座標として埋め込んでみると円状の閉曲線が現れる。

いずれにせよ、図7aの原信号を、（等間隔な）間引き間隔をいろいろ変えて線形・非線形時系列解析を行ってみた。例えば間引き間隔を100回とすると、間引き後の信号は図8のようになり、サインカーブとは大きく異なった信号が得られる。この信号を3次元遅延座標として埋め込んで見たのが図9である。これを見ると3次元座標系上の図形はわずかに中心がくり抜かれた円盤模様になっていることはわかる。この図形の特徴をより正確に把握するために、この遅延座標を1-2次元、1-3次元、2-3次元から見てみると、すべてドーナツ状になっていることがわかった。図10はそれらのうち1-3平面を3次元空間上にプロットしたも

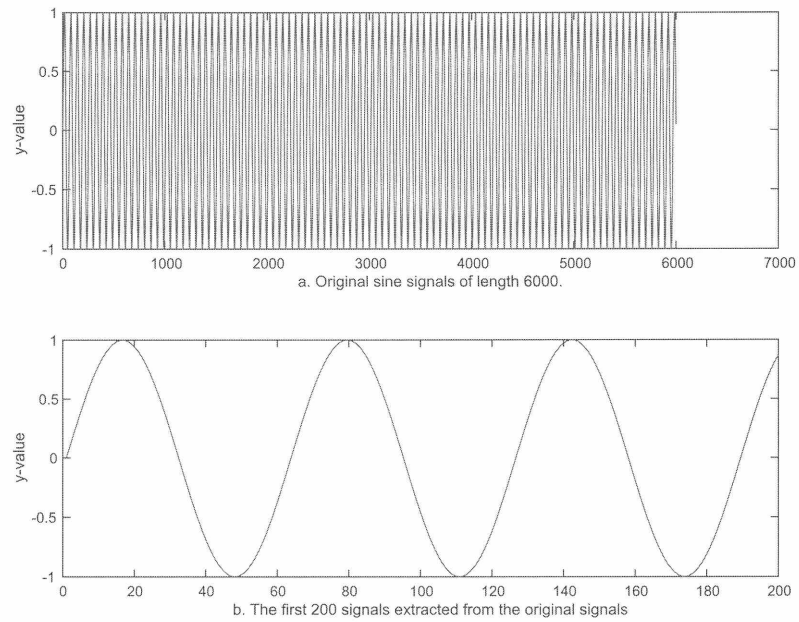


図 7：サイン関数の6,000時点からなる原信号とその一部切り出し

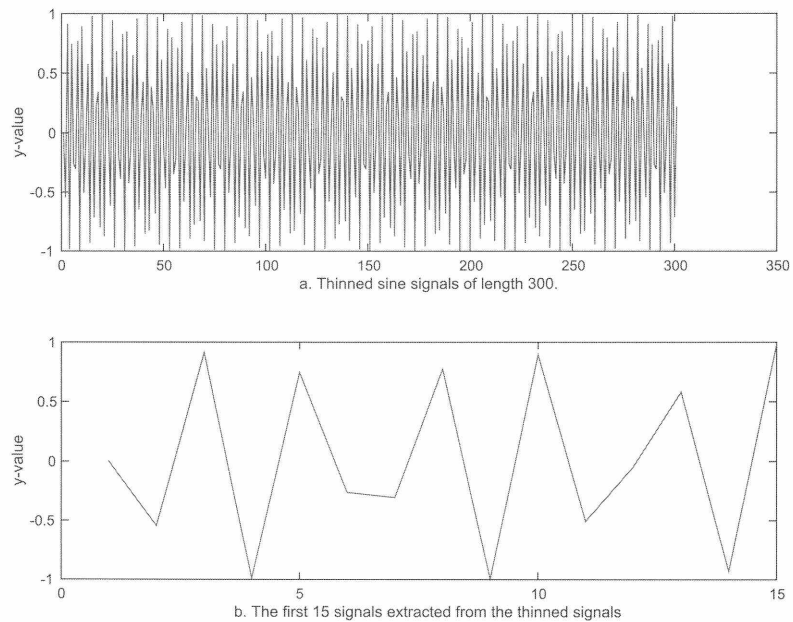


図 8：サイン関数の1/100間引き後の信号とその一部切り出し

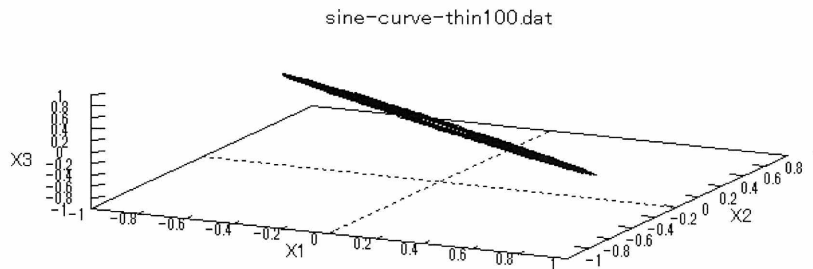


図9：サイン関数の1/100間引き後の信号の3次元埋め込み結果

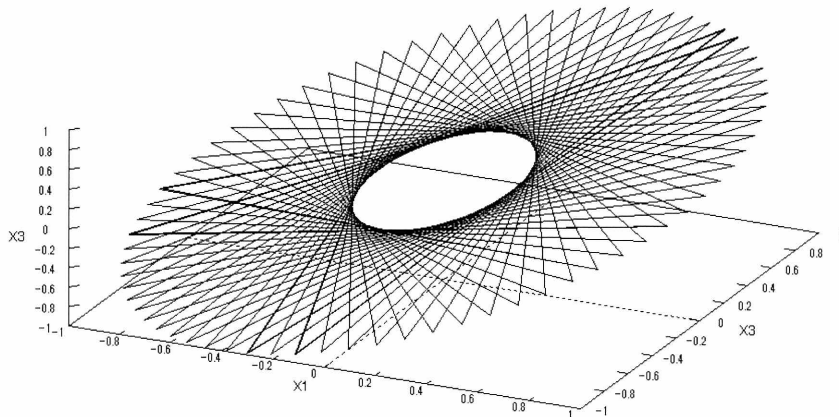


図10：サイン関数の1/100間引き後の信号の1-3次元埋め込み結果

のである。

この図形の位相的な特徴を同定するために、3次元遅延座標データのリアプノフ指数を計算してみると、(近傍数20で) 0.0072, 0.0009, -0.5341となり、最初の2つはほぼゼロと見える。このような特徴を持つアトラクタは閉曲線あるいはトーラスであるので、間引き後の信号はトーラス状アトラクタから得られるものであるとみなしてよからう。

すなわち、サインカーブの6,000時点からなる原信号を等間隔に100個ずつ間引くと位相構造が閉曲線からトーラス状軌道(2次元)に大きく変わることがわかる。一方、この間引き間隔をいろいろ変えてみると、間引き後の信号の位相が原信号とほぼ同一のものも得られる。このことは同カーブが周期時系列であることに注意すれば、当然予想されることである。いずれにせよ、この数値実験で、原信号が周期的な場合、間引き間隔によっては間引き後の信号の位相が間引き前と

はまったく異なるものが得られることがあることがわかる。

これに対して、時系列がカオス時系列の場合、間引きの影響はどうなるであろうか。ここでは、その例として2.1節で取り上げたロジスティック写像を取り上げる。ここでは、図1cの1,200時点の同写像の信号を5個ずつ間引いた信号を分析対象とすることにした。図11は、間引き後の信号を示す。この信号は原信号が1次元の写像による出力であり埋め込み次元を1とすることで、同写像の持つ特徴をリアプノフ指数によりほぼ再現出来たのに対して、間引きによりアトラクタの性質が変わる可能性を考慮し、埋め込み次元数を1から4まで変えてみた。その結果埋め込みパラメータの1つであるラグ数を1とする条件下では、次元数が1から3までの間では、最大リアプノフ指数は局所対大域プロットで近傍数を変えると大きく変動してしまう傾向が見られたので、埋め込み次元数は4とした。

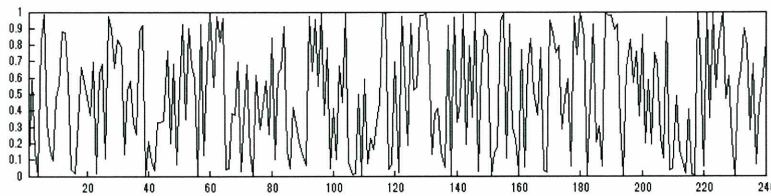


図11：ロジスティック写像の1/5間引き後の信号

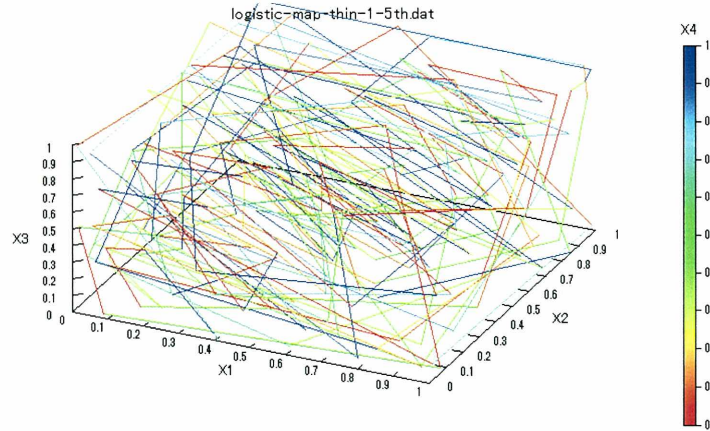


図12：ロジスティック写像の1/5間引き後の信号の4次元埋込み結果

その結果、同指数の値は原信号よりはかなり小さいが0.1ほどの値となり、ラグ数を固定した条件という制約下ではあるが、間引き後の信号は原信号と同様カオス的と見ることができよう。

3 考 察

心理学の分野では、現象を規定する要因が数多く存在し、かつ現象そのものが多変量的な特徴を持つため、伝統的には得られた資料の分析には分散分析や他変量解析などがよく用いられてきた。一方、脳波、心電図、脈波、皮膚電気反射などは主として実験心理学の領域で、縦断的な検査得点などのデータは主として臨床心理学の領域で、古くから用いられてきた。後者のデータは、多くの場合時点数の多少は領域によってもかなり異なるが、中心は時系列データである。しかし、心理学の領域ではこれまで後者のデータの分析としてはデータポイント数が多い脳波等の分析でも線形時系列解析が中心であり、近年物理学、生物学、化学等のいわば自然科学領域では注目を集めている非線形時系列

解析、とりわけカオス時系列解析の適用例は未だ少ない。

時系列データに対する非線形時系列解析、とりわけカオス時系列解析は、一方では伝統的な線形時系列解析や線形多変量解析では捉えられない科学の領域にとどまらず、しばしば観測される多くの非線形現象の解析にとってきわめて重要な役割を担っている。他方、カオス時系列解析の中核概念としてのカオス現象の発見は、一見ランダムに見える現象、したがって非決定論的に見える現象にも背後のメカニズムは決定論に従うものが数多く存在することを意味しており、認識論的にも、科学哲学的にみても、科学的思考に対するパラダイムの変更を迫ったわけである。

筆者は、今後心理学は脳科学や神経科学の一層の発展に伴い、線形時系列解析のみならず非線形時系列解析とりわけカオス時系列が一層必要となるのではと考えており、それらの概要をレビューし、具体的な適用例を示して解説することにした。この総説論文は、その第1報である。

この論文ではまず人口の時系列データを幾つか取り

上げ、伝統的な線形時系列解析とその限界に触れ、その限界を乗り越えるために非線形時系列解析とりわけカオス時系列解析の 2, 3 の手法を用いてそれらのデータの解析結果を示した。その結果、カオス時系列解析では、伝統的な線形時系列解析では得られない幾つの特徴が浮き彫りになった。もっとも、これらの結果は既に内外の多くの文献で指摘されている(例えば, Sprott, 2003; 合原編, 2000)。また、カオス解析用のソフトもこれまで幾つかレベルの高いソフトが内外で公開されている。例えば、2.1 節で紹介した SCT は、その 1 つである。また、国外の同様なソフトの 1 つに TISEAN (Hegger et al., 1999) がある。

しかし、この論文の解析結果からも明らかなように、線形時系列解析についても、非線形時系列解析、とりわけカオスの検出についても、慎重に行う必要がある。まず、前者の線形時系列解析では、しばしばパワースペクトルが求められるが、この解析の前提としては、時系列信号の定常性が必要である。また、カオスの重要な特徴の 1 つとしての軌道不安定性 (orbital instability) の有無の検出にはこれらのソフトでリアプノフ指数、とりわけ最大リアプノフ指数を推定しなければならないが、これが適切に求められるためには、まず時系列信号にエルゴード性が存在しなければならない(例えば, Oseledec, 1968; Sano & Sawada, 1985)。さらに、カオスの重要な特徴として、アトラクタの幾何学的な特徴であるフラクタル性、自己相似性 (self-similarity) が知られており、多くの時系列では両方の特徴の有無の検討も必要である。これに関しても、各種フラクタル次元の指標 (ボックスカウント次元、相関次元など) が知られている。また、フラクタル性の計量的次元としては、樋口の方法 (Higuchi's method) (Higuchi, 1988) のような自己相似性のみを仮定する頑健な指標も知られており、カオスの検出にはそれぞれの方法にそれぞれ前提があることに注意して分析する必要がある。

時系列データの分析に際しては、もう 1 つ注意すべき問題がある。それは、データのサイズが非常に大きい場合、通常のパソコンでは処理しきれない場合が起こりうるが、そのような場合しばしば行われるデータの間引きの問題が生じる。しかし、2.3 節で見たように、データ特性によっては、間引きにより原信号の持つ位相的特性が大きく変わる場合があるので、注意が必要である。

注

- 1) この論文は、千野のホームページ <http://www.agu.ac.jp/~chino/time-signals/linear-and-nonlinear-time-series-analysis.html> に追加修正を加えたものである。

References

- 合原一幸編 (2000). カオス時系列解析の基礎と応用 産業図書
- Aihara, K., Ikeguchi, T., Matsumoto, G. (1998). Deterministic nonlinear dynamics of a forced oscillation experimentally observed with a squid giant axon. *International Journal of Chaos Theory and its Applications*, **3**, 5–20.
- Addison, P. S. (1997). *Fractals and chaos*. Bristol and Philadelphia: Institute of Physics Publishing.
- Babloyantz, A., & Destexhe, A. (1986). Low-dimensional chaos in an instance of epilepsy. *Proceedings of National Academy of Sciences*, **83**, 3513–3517.
- Chialvo, D. R., Gilmour, R. F., & Jalife, J. (1990). Low dimensional chaos in cardiac tissue. *Nature*, **343**, 653–657.
- 千野直仁 (2008). 集団のシステム解析 —微分・差分方程式モデル— 岡林春雄編著 心理学におけるダイナミカルシステム理論 第 7 章 (pp. 119–150). 金子書房
- 大聖一郎・和田充雄・山口明宏・広奥暢 (2002). 日本語母音声のカオス性解析とその特徴について バイオメカニズム **16**, 285–298.
- Dafilis, M. P., Frasca, F., Cadusch, P. J., & Liley, D. T. J. (2013). Four dimensional chaos and intermittency in a mesoscopic model of the electroencephalogram. *Chaos*, **23**, 023111-1-023111-7.
- Fletcher, N. H. (2000). A class of chaotic bird calls? *Journal of the Acoustical Society of America*, **108**, 821–826.
- Guevara, M. R., Glass, L., & Shrier, A. (1981). Phase locking, period-doubling bifurcations, and irregular dynamics in periodically stimulated cardiac cells. *Science*, **214**, 1350–1353.
- Hayashi, H., Ishizuka, S., Ohta, M., & Hirakawa, K. (1982). *Physics Letters*, **88A**, 435–438.
- Hegger, R., Kantz, H., & Schreiber, T. (1999). Practical implementation of nonlinear time series methods: The TISEAN package. *Chaos*, **9**, 413–439.
- Higuchi, T. (1988). Approach to an irregular time series on the basis of the fractal theory. *Physica D*, **31**, 277–283.
- 寶来俊介, 山田泰司, 合原一幸 (2002). 同方向リカレンスプロットによる決定論的解析電学論 C, **122**, 141–147.
- 日野幹雄 (2013). スペクトル解析 新装版 朝倉書店
- Ikeguchi, T., & Aihara, K. (1997). Lyapunov spectral analysis on random data. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, **7**, 1267–1282.
- Kennel, M. B., Brown, R., & Abarbanel, H. D. I. (1992). Determining embedding dimension for phase-space reconstruction

- tion using a geometrical construction. *Physical Review A*, **45**, 3403–3411.
- Korn, H., & Faure, P. (2003). Is there chaos in the brain? II. Experimental evidence and related models. *Comptes Rendus Biologies*, **326**, 787–840.
- Kotelnikov, V. A. (1933). On the transmission capacity of the ‘ether’ and of cables in electrical communications. *Proceedings of the first All-Union Conference on the technological reconstruction of the communications sector and the development of low-current engineering*, Moscow.
- Little, M. A., McSharry, P. E., Roberts, S. J., Costello, D. AE., (2007). & Moroz, I. M. (2007). Exploiting nonlinear recurrence and fractal scaling properties for voice disorder detection. *Biomedical Engineering Online*, **6–23**, 1–19.
- Lorenz, E. N. (1963). Deterministic nonperiodic flow. *Journal of the Atmospheric Sciences*, **20**, 130–141.
- May, R. (1976). Simple mathematical models with very complicated dynamics. *Nature*, **261**, 45–67.
- Mende, W., Wermke, K., Schindler, S., Wilzopolski, K., & Hock, S. (1990). Variability of the cry melody and the melody spectrum as indicators for certain CNS disorders. *Early Child Development and Care*, **65**, 95–107.
- Mees, A., Aihara, Adachi, M., Judd, K., Ikeguchi, t., & Matsu-moto, G. (1992). Deterministic prediction and chaos in squid axon response. *Physical Letters*, **A 169**, 41–45.
- Miao, T., Shimoyama, O., Oyama-Higa, M. (2006). Modelling plethysmogram dynamics based on baroreflex under higher cerebral influences.
- Nyquist, H. (1928). Certain topics in telegraph transmission theory. *American Institute of Electrical Engineers, Transactions*, **47**, 617–644.
- Oseledec, V. I. (1968). A multiplicative ergodic theorem. Ljapunov characteristic numbers for dynamical systems. *Transactions of the Moscow Mathematical Society*, **19**, 197–231.
- Pereda, E., Gamundi, A., Rial, R., & González, J. (1998). Non-linear behaviour of human EEG: fractal exponent versus correlation dimension in awake and sleep stages. *Neuroscience Letters*, **250**, 91–94.
- Poincaré, H. (1892). *Les Méthodes Nouvelles de la Mécanique Celeste*. Paris: Gauthier-Villars.
- Sano, M. & Sawada, Y. (1985). Measurement of the Lyapunov spectrum from a chaotic time series. *Physical Review Letters*, **55**, 1082–1085.
- Schannon, C. E. (1949). Communication in the presence of noise. *Proceedings of the IRE*, **37**, 10–21.
- Schuster, H. G. (1988). *Deterministic Chaos: an introduction*. New York: Wiley.
- Sauer, T., Yorke, J. A., & Casdagli, M. (1991). Embedology. *Journal of Statistical Physics*, **65**, 579–616.
- Sprott, J. C. (2003). *Chaos and Time-Series Analysis*. New York: Oxford University Press.
- Takens, F. (1981). Detecting strange attractors in turbulence. In D. A. Rand and B. S. Young, (Eds.), *Dynamical Systems of Turbulence*, of Vol. 898 of *Lecture Notes in Mathematics* (pp. 366–381), Berlin: Springer-Verlag.
- Titze, I. R. (1993). *Vocal fold physiology*. San Diego: Singular Publishing Group, Inc.
- Tsuda, T., Tahara, T., Iwanaga, I. (1992). Chaotic pulsation in capillary vessels and its dependence on mental and physical conditions. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, **2**, 313–324.
- Yule, G. U. (1927). On a method of investigating periodicities in disturbed series, with special reference to Wolfer’s sunspot numbers. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Series A*, **226**, 267–298.
- Verhulst, Pierre-Francois (1838). Notice sur la loi que la population poursuit dans son accroissement. *Correspondance mathématique et physique*, **10** 113–121.
- Verhulst, Pierre-Francois (1845). Recherches mathématiques sur la loi d’accroissement de la population. [Mathematical Researches into the Law of Population Growth Increase]. *Nouveaux Memoires de l’Academie Royale des Sciences et Belles-Lettres de Bruxelles*, **18**, 1–42.
- Voss, R. F. & Clarke, J. (1977). ‘1/f noise’ in music and speech. *Nature*, **258**, 317–318.
- Welch, P. D. (1967). The use of fast fourier transform for the estimation of power spectra: A method based on time averaging over short, modified periodograms. *IEEE transactions on Audio and Electroacoustics*, **15**, 70–73.
- Whitney, H. (1936). Differentiable manifolds. *Annals of Mathematics*, **37**, 645–680. Whittaker, E. T. (1915). On the functions which are represented by the expansions of the interpolatory theory. *Proceedings of the Proceedings of the Royal Stochasuti cal Society of Edinburgh, Ser. A*, **35**, 181–194.

最終版平成27年9月30日受理

Linear and Nonlinear Time Series Analyses and their Applications (1)

Naohito CHINO

A brief survey is made on the linear and nonlinear time series analyses and its applications. We analyze three artificial time series signals using some traditional linear time series analyses as well as nonlinear time series analyses, especially chaos time series analyses. It is shown that traditional linear time series analyses are unable to distinguish between random behavior and chaotic structure of these time series, while chaotic time series analyses enable us to distinguish between them. It is also shown that we need to exercise caution in applying time series analyses to both artificial time series signals and empirical time series signals.

Keywords and phrases: chaos, linear time series analysis, nonlinear time series analysis, stationarity, ergodicity

